Handbuch

der

Elektrotechnik

bearbeitet von

Professor Dr. **H. Ebert**, München. — Ingenieur **H. Eisler**, Wien. — Betriebsingenieur Dr. **B. Gleichmann**, München. — Professor Dr. **C. Heinke**, München. — Direktor **R. O. Heinrich**, Berlin. — Chefingenieur **J. Heubach**, Niedersedlitz. — Ober-Postrat **O. Jentsch**, Erfurt. — Professor Dr. **J. Kollert**, Chemnitz. — Professor Dr. **F. Niethammer**, Brünn. — Vorsteher des Telegraphen-Betriebsbureaus des Reichs-Postamts **J. Noebels**, Berlin. — Professor **Karl Pichelmayer**, Wien. — Oberingenieur **H. Pohl**, Berlin. — Postdirektor **A. Schluckebier**, Kiel. — Ingenieur **E. Schulz**, Saalfeld. — Direktor Dr. **E. Sieg**, Kalk bei Cöln. — Ingenieur **B. Soschinski**, Berlin. — Direktor **K. Wilkens**, Berlin. — Physiker **R. Ziegenberg**, Berlin

herausgegeben von

Dr. C. Heinke

Professor der Elektrotechnik an der technischen Hochschule in München.

Zweiter Band:

Die Messtechnik.

Erste bis dritte Abteilung

bearbeitet von

Dr. C. Heinke und **Dr. J. Kollert.**

Leipzig

Verlag von S. Hirzel

1905.

Die Messtechnik

von

Dr. C. Heinke, Dr. J. Kollert,
Dir. R. O. Heinrich und **R. Ziegenberg.**

Erste Abteilung:

Die Grundlagen der Messtechnik

Dr. C. Heinke.

Mit 32 Abbildungen.

Zweite Abteilung:

Gleichstrommessungen

Dritte Abteilung:

Photometrie

Dr. J. Kollert.

Mit 376 Abbildungen.

Leipzig

Verlag von S. Hirzel

1905.

Vorwort.

Der zweite Band des Handbuches, welcher die Messtechnik zu behandeln hat, umfasst zur Zeit ein derartig verzweigtes und umfangreiches Gebiet, dass es mit Rücksicht auf die praktische Anwendbarkeit des Gebotenen nicht angezeigt erschien, den Stoff so zusammenzupressen, dass er sich in den Rahmen eines handlicheren Bandes einfügen lässt. Es wurde daher aus ähnlichen Gründen wie beim ersten Bande eine äusserliche Zweiteilung vorgezogen.

Der hier zunächst vorliegende erste Teil des Bandes II umfasst die drei Abteilungen: Die Grundlagen der Messtechnik, Gleichstrommessungen und Photometrie, während der zweite Teil als weitere drei Abteilungen umfassen wird: Wechselstrommessungen nebst Wellenstrommessungen und magnetischen Messungen, ferner die technischen Messinstrumente, endlich die Elektrizitätszähler.

Was zunächst die drei Abteilungen der vorliegenden Bandhälfte anlangt, so erschien es dem Herausgeber angezeigt, als Grundlagen der Messtechnik diejenigen Betrachtungen und Überlegungen zusammen zu fassen und an die Spitze des ganzen Bandes zu stellen, welche einmal die Verbindung mit dem grossen Gebiet der allgemeinen Messtechnik, oder auch mit der Messtechnik aller übrigen nichtelektrischen Gebiete und dadurch mit dem grossen Ganzen der Wissenschaft liefern; ein zweites Mal daran anknüpfend die messtechnischen Grundlagen des besonderen elektromagnetischen Gebietes in Gestalt der benutzten Messeinheiten, Masssysteme und Messnormalen zu entwickeln; ein drittes Mal, als noch etwas weiter gehende Spezialisierung, Grundlagen und Verwendbarkeit der elektromagnetischen Messinstrumente in einem kurz zusammenfassenden Abschnitt bei möglichst einheitlicher Betrachtungsweise zu behandeln und damit eine Überleitung zu den folgenden Einzelabteilungen des Bandes II mit ihrer am weitestgehenden Spezialisierung der Stoffbehandlung zu geben.

Gleichzeitig bot dieser dritte Abschnitt dem Verfasser die Gelegenheit, die bereits in Hdb. I, 1 in **40** entwickelte Einteilung der Messinstrumente weiter auszubauen und die Ableitungen der Grundbeziehungen unter Verlassen der älteren Fernwirkungsgrundlagen in möglichst einheitlicher Weise auf die jetzt allgemein geltende Feldauffassung zu gründen.

Über die Behandlung der zweiten und dritten Abteilung des vorliegenden Bandes wird ihr Verfasser sich im folgenden selbst äussern, so dass dem Herausgeber hier nur noch die gewählte Anordnung zu begründen bleibt. Es könnte auffallen, die Photometrie als dritten Abschnitt dieser Bandhälfte

und nicht am Ende des ganzen Bandes II eingefügt zu finden. Tatsächlich fällt ja die Behandlung der Photometrie überhaupt etwas aus dem Rahmen des Bandes II heraus, ja man könnte ihre Fortlassung aus dem Handbuch der Elektrotechnik überhaupt durch wirksame Gründe stützen, wenn nicht ein gewisses Gewohnheits- oder Entwickelungsrecht für die Angliederung dieses Abschnittes der Messkunde an die elektrotechnische Messkunde spräche, das auch heute noch bei den Messräumen für Photometrie eine engere Verbindung mit elektrotechnischen Laboratorien als mit anderen bestehen lässt. Als wichtige Hilfswissenschaft der elektrischen Beleuchtung, deren Entwickelung den weiteren messtechnischen Ausbau jener mit im Gefolge hatte, schien ihre Einfügung in Band II angezeigt. Die Wahl der Stellung als Abteilung am Ende des ersten Teiles erfolgte, unter Berücksichtigung des naturgemäss geringen und wenig zwangläufigen Zusammenhanges mit allen übrigen Abteilungen von Band II, nur aus dem Wunsche, die Abteilungen desselben Verfassers nicht voneinander zu trennen.

Irschenhausen bei München,
im August 1905.

C. Heinke.

Der Verfasser der zweiten und dritten Abteilung dieses Bandes, welche die Gleichstrommessungen und die Photometrie behandeln, hat sich bemüht, ein möglichst vollständiges Bild der gegenwärtigen Entwickelung dieser beiden Gebiete zu geben. Die Einteilung des Stoffes ist aus dem Inhaltsverzeichnis zu ersehen. Wenn auch allenthalben die praktische, messtechnische Seite hervortritt, waren doch an manchen Orten, wie z. B. bei der Besprechung der Dämpfung von Schwingungsbewegungen, theoretische Erörterungen nicht zu umgehen. Dabei ist unter Umständen manches aus Band I wiederholt worden, um die Darstellung für diejenigen nicht unvollständig zu lassen, welche diesen Band nicht besitzen; auch dürfte es für den Leser bequemer sein, die notwendigen theoretischen Betrachtungen da kurz dargestellt zu finden, wo sie gebraucht werden. Wo es notwendig erschien, sind Beispiele von durchgeführten Messungen eingefügt worden, um so namentlich schwierigere Messmethoden leichter verständlich zu machen.

Von den Gleichstrommessungen werden in einem ersten, mehr allgemeinen Abschnitt zunächst diejenigen der Stromstärke besprochen, und zwar an erster Stelle die auch historisch älteste Methode, nämlich die voltametrische. Daran reiht sich die elektromagnetische Strommessung. Wenn hier der Tangentenbussole ein breiterer Raum eingeräumt worden ist, als es ihrer jetzigen Bedeutung als technisches Messinstrument entspricht, so ist dies einmal geschehen, weil sie dasjenige Instrument ist, auf welches sich das Webersche absolute, und damit auch das technische Masssystem gründet, und weil ferner aus ihr alle anderen Strommesser mit beweglichem Magnet hervorgegangen sind. Auch das Torsionsgalvanometer als ältestes

technisches Präzisionsinstrument für Strommessungen dürfte nicht übergangen werden, wenn es auch jetzt durch die modernen Spulengalvanometer so gut wie vollständig verdrängt worden ist. Ausführlich besprochen ist die Entwickelung des modernen Galvanometers, und zwar sowohl mit beweglicher Nadel, als auch mit beweglicher Spule. Wenn auch von den Elektrodynamometern diejenigen mit Spiegelablesung vorwiegend behandelt worden sind, konnten doch die Torsionsinstrumente und die modernen Präzisionsdynamometer mit direkter Zeigerablesung nicht ganz übergangen werden, wenn ihre ausführlichere Besprechung auch einem späteren Teile dieses Bandes vorbehalten werden soll. Der geringeren Verbreitung in Deutschland wegen sind dagegen die Stromwagen kürzer behandelt worden.

Hieran reiht sich die elektrometrische Messung des Spannungsunterschiedes, wobei namentlich das Quadrantelektrometer ausführlich behandelt worden ist. In diesem Abschnitt sind auch die für die moderne Messtechnik so wichtigen Normalelemente besprochen worden.

Besonders ausführlich sind die verschiedenen Methoden der Messung des Leitungswiderstandes besprochen worden. Nach einer kurzen Darstellung der wichtigsten Methoden der absoluten Widerstandsmessung ist die moderne Konstruktion der Manganinnormale und der verschiedenen Arten von Rheostaten behandelt worden. Daran schliessen sich zunächst die verschiedenen Methoden der Widerstandsmessung durch Ausschläge, hieran die verschiedenen Nullmethoden. Hier ist es das Bestreben des Verfassers gewesen, möglichste Vollständigkeit zu erreichen, weil gerade für weniger reich ausgestattete Laboratorien oft mit einfachen Mitteln die eine Methode für genaue Messungen sich durchführen lässt, während eine andere erst die Beschaffung kostspieliger Apparate erfordert, so dass also gerade hier eine grössere Auswahl von Methoden am Platze zu sein scheint. Besonderer Wert ist auf die Besprechung der Methoden der Abgleichung und der Kontrolle von Präzisionswiderständen und -widerstandssätzen gelegt worden.

Nach einer kurzen Besprechung der kalorimetrischen Strommessung und der Hitzdrahtinstrumente sowie der galvanometrischen Messung von Spannungsunterschieden ist wieder ausführlich die Spannungsmessung nach dem Kompensationsverfahren entwickelt worden, wobei der Verfasser bemüht gewesen ist, die verschiedenen Kompensatorkonstruktionen in möglichst ausführlicher Darstellung vorzuführen.

Im zweiten, den besonderen technischen Messungen gewidmeten Abschnitt sind zunächst die Messungen des spezifischen Leitungswiderstandes und des Temperaturkoeffizienten von starren und flüssigen Leitern, sowie von Isoliermaterialien behandelt worden. Daran schliesst sich die Besprechung der Berechnung von technischen Strom-, Spannungs- und Leistungsmessern sowie von Elektrizitätszählern, wobei auch die Einrichtung der elektrischen Prüfämter Erwähnung gefunden hat.

Hieran reiht sich die Untersuchung von Stromquellen, zunächst von Elementen, Akkumulatoren und Thermosäulen, dann, in grösserer Ausführlichkeit und in möglichster Vollständigkeit, diejenige von Gleichstromgeneratoren und -motoren. Das Schlusskapitel dieses Abschnittes befasst sich mit

den Messungen an elektrischen Anlagen und behandelt der Reihe nach die Untersuchung von Blitzableitern, die Prüfung der Isolation an Starkstromanlagen in und ausser Betrieb, endlich die Kontrolle von Netzspannungsmessern. Wenn auch der Verfasser sich bestrebt hat, die ihm zugängliche Litteratur möglichst zu berücksichtigen, so ist er sich doch wohl bewusst, dass in diesen beiden letzten Kapiteln vielleicht noch manche Methode hätte berücksichtigt werden können, welche für die Untersuchung von Anlagen und Stromquellen brauchbar ist.

Auch in der dritten Abteilung, der Photometrie, ist es das Bestreben des Verfassers gewesen, mit möglichster Kürze der Darstellung möglichste Vollständigkeit zu verbinden. Nach einer Besprechung der photometrischen Grundgesetze und Einheiten, wobei besonders die Hefner-Lampe berücksichtigt worden ist, sind die verschiedenen Photometerkonstruktionen ausführlicher beschrieben worden; dabei hat auch das Flimmerphotometer, obgleich über dasselbe noch mehr Erfahrungen zu sammeln sind, in seinen verschiedenen Ausführungsformen gebührenden Platz gefunden.

Das zweite Kapitel dieser Abteilung befasst sich mit den speziellen Einrichtungen zum Photometrieren von Flammen, Glüh- und Bogenlampen, sowie mit der für die Beleuchtungstechnik besonders wichtigen Messung der Beleuchtung von Räumen. Den Schluss dieses Kapitels bildet eine kurze Darstellung der wichtigsten Konstruktionen von Spektrophotometern.

Bei der Abfassung des vorliegenden Bandes ist der Verfasser in liebenswürdigster Weise von einer Anzahl von Firmen durch Übersendung von Katalogen und Beschreibungen von Spezialkonstruktionen, sowie insbesondere durch Überlassung der Klischees zu einer grossen Anzahl der dem Text beigefügten Abbildungen unterstützt worden. Es sind hier zu nennen: Siemens & Halske, Hartmann & Braun, Prof. Dr. Edelmann, H. Krüss, Otto Wolff, Dr. R. Franke & Co., Kelvin & White, European Weston Co., Fischinger, Gradenwitz, G. Lorenz, Dr. Horn, J. Jacquet, Keiser & Schmidt, J. E. Reinecker, sowie die Verlagsfirmen J. Springer, Quandt & Händel, Oldenbourg und Expedition der Zeitschrift „Der Mechaniker“. Dafür sei ihnen allen, sowie auch der Verlagsbuchhandlung für die vorzügliche Ausstattung des Werkes, an dieser Stelle verbindlichst gedankt.

Indem die Verfasser den ersten Teil des zweiten Bandes des Handbuchs der Elektrotechnik der Öffentlichkeit übergeben, geben sie sich der Hoffnung hin, dass dasselbe nicht nur für den, das elektrotechnische Praktikum absolvierenden Studierenden, sondern auch für den im Laboratorium bezw. Prüffeld tätigen Ingenieur und den mit dem Bau von Messinstrumenten beschäftigten Mechaniker von einigem Nutzen sein möge. An die Herren Fachgenossen aber sei die ergebene Bitte gerichtet, Fehler und Mängel des Buches den Verfassern mitteilen zu wollen.

Chemnitz, im August 1905.

J. Kollert.

Inhaltsverzeichnis.

Erste Abteilung: Die Grundlagen der Messtechnik.

A. Allgemeines über Messungen und Messfehler.

B. Die elektromagnetischen Masseinheiten und Messnormalen.

1. Die elektrischen Masseinheiten und Masssysteme.

2. Die Messnormalen.

C. Grundlagen und Verwendbarkeit der elektrischen Messinstrumente.

Zweite Abteilung: Gleichstrommessungen.

Einleitung.

1. Gesetze des Gleichstroms.

Erster Abschnitt.

Die Messung von Stromstärken, elektromotorischen Kräften (Spannungsunterschieden) und Widerständen.

A. Direkte Methoden.

Erstes Kapitel.

Die direkte Messung der Stromstärke.

a. Voltametrische Strommessung.

2. Die Faradayschen Gesetze.

3. Das Wasservoltameter.

4. Das Silbervoltameter.

5. Das Kupfervoltameter.

b) Strommessung auf elektromagnetischem Wege.

6. Elektromagnetisches Grundgesetz.

I. Die Strommesser mit beweglichem Magnet.

7. Die Tangentenbussole.

III. Die Elektrodynamometer und Stromwagen.

17. Die Spiegel-Elektrodynamometer.

18. Die Torsions- und Zeiger-Elektrodynamometer.

19. Die Stromwagen.

Zweites Kapitel.

Die direkte Messung von Spannungsunterschieden und elektromotorischen Kräften.

20. Die absoluten Elektrometer.

21. Elektrometer zur Vergleichung von Potentialunterschieden.

22. Die Normalelemente und Spannungsbatterien.

23. Die Eichung der Elektrometer.

B. Indirekte Methoden.

Drittes Kapitel.

Die Messung des Leitungswiderstandes.

a) Einheiten und Rheostaten.

24. Widerstandseinheiten und Widerstandsmaterialien.

25. Widerstandsnormale und Rheostaten.

b) Widerstandsmessung durch Ausschläge.

26. Widerstandsmessung bei konstanter EMK.

27. Widerstandsmessung bei konstanter Stromstärke.

28. Direkt zeigende Widerstandsmesser.

c) Nullmethoden mit Reihenschaltung der zu vergleichenden Widerstände.

29. Methode von Matthiessen und Hockin.

30. Das Differentialgalvanometer.

31. Die Thomsonsche Brücke.

d) Nullmethoden mit Parallelschaltung der zu vergleichenden Widerstände.

32. Das Differentialgalvanometer von Becquerel.

33. Die Wheatstonesche Brücke.

34. Die Kirchhoffsche Brücke.

Viertes Kapitel.

Die indirekte Messung der Stromstärke und Spannung.

35. Messung der Stromstärke mittels der Wärmewirkung des Stromes.

36. Messung der Spannung mittels Stromstärke und Widerstand.

37. Die Spannungsmessung nach dem Kompensationsverfahren.

38. Die Messung der Stromstärke mittels Widerstandes und Spannung.

Zweiter Abschnitt.

Materialprüfungen und Messungen an Apparaten, Stromquellen und Stromverteilungsanlagen.

Fünftes Kapitel.

Prüfung von Leit- und Isoliermaterialien.

39. Die Untersuchung des Leitungskupfers.

40. Die Messung von Flüssigkeitswiderständen.

41. Die Widerstände von Isoliermaterialien.

Sechstes Kapitel.

Eichung von Starkstrom-Messgeräten.

42. Eichung von technischen Spannungs- und Strommessern.

43. Eichung von Leistungsmessern und Elektrizitätszählern.

Siebentes Kapitel.

Die Untersuchung von Stromquellen.

44. Primärelemente, Akkumulatoren und Thermosäulen.

45. Untersuchung von Gleichstromdynamos.

Achtes Kapitel.

Messungen an elektrischen Anlagen.

46. Blitzableiterprüfung.

47. Isolationsmessungen und Fehlerortsbestimmungen.

a) Messungen an Leitungen ausser Betrieb.

b) Messungen an Leitungen in Betrieb.

c) Isolationsmessungen an Stromquellen.

48. Kontrolle der Netzspannungsmesser.

Dritte Abteilung: Photometrie.

Erstes Kapitel.

Allgemeine Photometrie.

1. Aufgabe und Verfahren der Photometrie.

2. Die photometrischen Einheiten.

3. Die Photometer.

Zweites Kapitel.

Besondere photometrische Einrichtungen und Methoden.

4. Einrichtungen zum Photometrieren von Flammen, Glüh- und Bogenlampen.

5. Messung der Stärke der Beleuchtung.

6. Spektrophotometer.

Berichtigung (zu § 117, S. 199): Nach dem mir von Herrn O. Heinrich, Direktor der European Weston El. Instr. Co. in Berlin, freundlichst zugesandten Briefwechsel zwischen Herrn Dr. Weston und dem Vorsitzenden des Prüfungsausschusses der Weltausstellung in Chicago sind die Legierungen mit dem Temperaturkoeffizienten ± 0 schon 1888 von Weston entdeckt und seitdem beim Bau elektrischer Messinstrumente verwendet worden.

Dr. J. Kollert.

Abkürzungen in Hdb. II, 1.

ESM = elektrostatisches Masssystem.
EMM = elektromagnetisches Masssystem.
Mh = Millihenry.
Mf = Mikrofarad.

Die häufiger benutzten Symbole und ihre Bedeutung finden sich in der Tabelle auf Seite 23 zusammengestellt; alle übrigen weniger häufig benutzten sind an den Stellen ihres Gebrauches erläutert.

Abkürzungen bei Zitaten:

ETZ = Elektrotechnische Zeitschrift (Berlin bei J. Springer) mit Jahreszahl und Seite.
Ph. Z. = Physikalische Zeitschrift (Leipzig bei S. Hirzel) mit Jahrgangsnummer und Seite.
Hdb. I, 1 in **61** = Handbuch der Elektrotechnik (Leipzig bei S. Hirzel) mit Bandzahl und Abteilung sowie Angabe der Artikelnummer.

Die Verweise innerhalb Hdb. II, 1 sind ohne Angabe des Bandes einfach durch eingeklammerte fette Ziffern erfolgt.

W. A. 68, 606 = Wiedemanns Annalen, Band 68, Seite 606 (Leipzig bei A. Barth).
Ann. d. Ph. 12,1142 = Annalen der Physik, Band 12, Seite 1142 (Leipzig bei A. Barth).
Verh. d. V. z. B. d. G. = Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfleisses.
a. a. O. = am angeführten Orte (mit Bezug auf das letzte Zitat).

Druckfehlerberichtigungen:

Seite 20 Zeile 15 von oben lies: S. 23 anstatt S. 21.
„ 23 No. 2 Vertikalreihe 7 lies: $\frac{1}{4\pi \cdot 3} \cdot 10^{-10}$ anstatt $\frac{1}{4\pi \cdot 9} \cdot 10^{-20}$.
„ 25 Zeile 25 von oben lies: Diesem anstatt Dieser.
„ 42 „ 26 „ „ „ gestattet anstatt gestatten.
„ 219 Marg. 129 und Abschnitt 28 Zeile 12 liess: Fleeming statt Fleming.
„ 315 „ 194 lies: Spannungsmessern anstatt Sprengungsmessern.

Erste Abteilung.

Die Grundlagen der Messtechnik

bearbeitet

von

Dr. C. Heinke.

A. Allgemeines über Messungen und Messfehler.

Das Endziel jeder Messung besteht entweder in der Ermittelung einer Einzelgrösse, wie z. B. einer Länge, eines elektrischen Widerstandes, einer elektrischen Stromstärke, Leistung u. s. f., oder in der Feststellung des Zusammenhanges mehrerer Einzelgrössen, wie z. B. der Stromstärke und Klemmenspannung einer Dynamo bei bestimmter Tourenzahl und Erregung. Eine Messung der zweiten Art, wie sie die Aufstellung eines in der Elektrotechnik meist als Charakteristik bezeichneten Zusammenhanges bedingt, setzt sich aber stets aus Messungen der ersten Art zusammen. Die Grundlage bildet also die Messung einer Einzelgrösse mit dem Zweck, die Zahl der Einheiten zu ermitteln, welche die physikalische Grösse besitzt, der der Messtechniker zunächst die Aufmerksamkeit zuwendet.

1. Ziel der Messung. Bezugseinheit.

Hat die Physik durch Sichten und Ordnen der Erscheinungen eines Gebietes, z. B. der Elektrophysik (Bd. I), ihre Aufgabe insoweit gelöst, dass die erforderlichen Grundbegriffe und ihr Zusammenhang festgestellt ist, so folgt dieser qualitativen Seite unmittelbar die quantitative Seite der Messtechnik, diese physikalischen Grössen zahlenmässig auszudrücken. Das Ergebnis der Messung stellt sonach stets eine Zahl dar, der die Bezugseinheit entweder ausdrücklich beigesetzt ist (benannte Zahl, wie $147\,\Omega$), oder die eine Beziehung zu einer gleichartigen Grösse angiebt, die stillschweigend als Bezugseinheit zu Grunde gelegt ist (unbenannte oder Verhältniszahl, wie Wirkungsgrad von $87\,^0/_0$). Die passende Wahl der Bezugseinheiten unter den unendlich vielen, welche möglich sind, gehört dem Grenzgebiet der Physik und der Messtechnik an. Das Streben der Physik nach Einheitlichkeit wird dahin führen, alle ihre Untergebiete, soweit als angängig, durch ein einheitliches Masssystem, ausgehend von ein und denselben Einheiten der Grundmasse (CGS), miteinander zu verbinden. Aufgabe der Messtechnik ist es, unter Anschluss an diese theoretische Grundlage, Einheiten und vor allem Messnormalen zu schaffen, welche als passende Mittelglieder oder Vergleichsmasse für die praktisch auftretenden Beträge der physikalischen Grössen gelten können. Das Weitere hierüber soll im zweiten Kapitel behandelt werden.

Die praktische oder technische Seite des Messverfahrens schliesst bereits ein, einmal, dass das erstrebte Ziel der Messung nur annäherungsweise, aber nie vollkommen erreicht werden kann, ein zweites Mal, dass eine kritische Betrachtung aller Stationen von der unmittelbaren Beobachtung, etwa eines

Ausschlages, bis zu dem angegebenen, aus jener Beobachtung abgeleiteten Ergebnis des Messvorganges Platz greifen muss, wenn man eine (meist unbewusste) Täuschung über die Zuverlässigkeit des Ergebnisses vermeiden will. Ja man findet bei genauerem Zusehen, dass kaum eine andere Thätigkeit ein so hohes Mass von Kritik, namentlich auch den stillschweigenden Annahmen gegenüber, nötig macht, als die Ableitung eines praktisch allseitig gesicherten Messergebnisses aus messenden Beobachtungen. Dies gilt in besonders hohem Grade bei nur mittelbar wahrzunehmenden Grössen, wie den elektromagnetischen, weil hier die Zahl der zwischengeschalteten stillschweigenden Voraussetzungen meist grösser ist, als bei den unmittelbar wahrzunehmenden Grössen. So ist z. B. schon bei einer gewöhnlichen Voltmeterablesung die Zahl der möglichen Trugschlüsse, wenn man die abgelesenen Volt gleich der zu messenden Spannung setzt, eine beträchtliche. Bei den gewöhnlich benutzten, stromverbrauchenden Instrumenten lässt der Ausschlag zunächst nur einen Rückschluss auf die hindurchfliessende Stromstärke zu, wenn neben der Kenntnis der Stromart das Messprinzip, oder genauer der Aufbau der sogenannten Instrumentenkonstanten aus den Grundfaktoren kritisch gesichtet (weiteres siehe unter C.), sowie der Zusammenhang zwischen der abgelesenen Teilung und jener Konstanten festgestellt ist. Ist dieses geschehen, oder kann es mit ausreichender Wahrscheinlichkeit als sichergestellt angenommen werden, so bleibt dann immer noch als weitere (stillschweigende) Voraussetzung die Unveränderlichkeit des Ausgleichwiderstandes zwischen den Klemmen des Voltmeters bei einer bestimmten Einstellung. Ist eine dieser (meist stillschweigend gemachten) Voraussetzungen bei der vorliegenden Messung nicht erfüllt, so ist der Schluss aus der Ablesung auf die Spannung unzulässig, oder zum mindesten mit einem mehr oder weniger grossen Schlussfehler behaftet.

Die Vermeidung derartiger Schlussfehler — als einen solchen könnte man auch einen unbegründeten Glauben an die Richtigkeit der „Konstanten" eines direktzeigenden Messinstrumentes auffassen — wird in den gewöhnlichen Fällen durch Eichung mit einem zuverlässigen Normalinstrument möglich sein, wenn auch der Glaube an aufgedruckte Skalenwerte weiter zu gehen und grössere Messfehler zu verursachen pflegt, als man meinen sollte. Die Eichkontrolle wird daher in ausreichendem Masse auch gewöhnlich nur von Messtechnikern angewendet, deren Kritik durch Einblick in die stillschweigenden Voraussetzungen ausgebildet worden ist. In aussergewöhnlichen Fällen, wie sie z. B. der Wellenstromausgleich oder sehr hohe Wechselzahlen darstellen, genügt aber auch eine vorausgehende oder nachfolgende Eichung des benutzten Instrumentes nicht, um erhebliche Schlussfehler zu vermeiden. In solchen Fällen werden die Ansprüche an die Messkritik wesentlich höhere und die richtige Auslegung der Ablesungen an den Messinstrumenten bedingt einen vollen Einblick in den Zusammenhang aller Messfaktoren.

Für die Kritik jeder Messung ohne Ausnahme ist die Kenntnis der Art und Grösse der Messfehler, sowie ihres Einflusses auf das Ergebnis der Messung (Resultat), von der grössten Wichtigkeit. Das Allgemeine über die Messfehler, welches bei allen folgenden Betrachtungen dieses Bandes immer wieder zu beachten ist, soll daher sogleich herausgehoben und als allen gemeinschaftlich vorangestellt werden. Die in der Regel sehr groben Fehler, welche durch falschen Schluss, d. h. durch falsche Auslegung an sich richtig

beobachteter Ausschläge entstehen können, wurden schon erwähnt. Sie sind praktisch auf bestimmte Messgebiete beschränkt, wenn sie auch gerade in der Elektrodynamik eine wesentliche Rolle spielen können. An dieser Stelle seien jedoch jene besonderen Fehler logischer Natur nicht eingehender behandelt. Die übrigen Messfehlerarten sind nicht auf elektrische Messungen beschränkt, sondern treten in gleicher Weise bei allen Messungen auf. Man teilt sie wohl am besten ein in Konstantenfehler, Ablese- oder Beobachtungsfehler und Fehler der persönlichen Gleichung.

Als Konstantenfehler kann man alle Fehler der Messmittel, namentlich der Instrumente und Vergleichsnormalen, zusammenfassen, welche von dem Beobachter oder von der Genauigkeit der Beobachtung unabhängig sind. Diese Abweichungen des angenommenen oder Sollwertes von dem wahren Wert haften eigentlich der Bezugseinheit an, welche durch die Messmittel in das Resultat eingeführt wird, und sie hängen im allgemeinen von Teilungsfehlern, Abgleichfehlern u. s. w. ab, die eine während der Messung konstante Unvollkommenheit der Messmittel darstellen. Die Beseitigung dieser Unvollkommenheiten für das Endergebnis lässt sich aber in den meisten Fällen bis zu der Beobachtungsfehlergrenze durchführen, sei es durch die anschliessende Eichung einer ausreichenden Zahl von Skalenpunkten mit Hilfe eines zuverlässigen Normalinstrumentes, sei es durch Wiederholung der Messung unter Vertauschung der Seiten bezw. Messnormalen u. s. w. Unterbleibt jedoch diese Kontrolle, verlässt man sich z. B. auf die vorgedruckten Skalenangaben, so wird in vielen Fällen der Fehler des Messresultates allerdings weit grösser sein, als durch die Grenze der Beobachtungsfähigkeit bedingt ist. Aus diesem Grunde hat die Messkritik diesen konstanten Fehlern die grösste Aufmerksamkeit zu widmen und auch auf unserem Gebiet folgen sie ihrer Grösse und Bedeutung nach sogleich auf die oben erwähnten Schlussfehler, in die sie auch hinüberleiten. Setzt man aber die Anwendung der angeführten Kontrolle voraus, so wird die prozentuale Zuverlässigkeit der Bezugseinheit in ihrem absolutem Wert, z. B. Meter oder Ampère, nur noch durch die benutzte Vergleichsnormale bedingt, die durch das Messergebnis gelieferte Zahl jedoch nur durch die Zuverlässigkeit der Beobachtung in ihrer Genauigkeit begrenzt.

Die Ursachen dieser Begrenzung zerlegt man vielfach noch in zwei Unterabteilungen: Die Unterscheidungsfähigkeit des Wahrnehmungsorgans, meist das menschliche Auge, in seiner mittleren Leistungsfähigkeit und die sogenannte persönliche Gleichung. Unter der letzteren versteht man individuelle Eigentümlichkeiten, welche sich in der Neigung des Beobachters äussern, Einstellungen oder auch Ablesungen abweichend von jenem Mittel nach einer bestimmten Richtung vorzunehmen. Bei dem Ohr oder bei noch weniger entwickelten Sinneswerkzeugen können sie ziemlich beträchtlich sein. Auch bei dem Auge sind sie in aussergewöhnlichen Fällen, wie z. B. beim Photometrieren verschiedenfarbiger Lichtquellen, mitunter deutlich nachweisbar. Bei der Ablesung von Teilungen werden sie sich nur in dem verschiedenen Grade der Übung, etwa bei Schätzung der Zehntel, ausdrücken, sowie bei gleichwertigen Beobachtern etwa noch in der optimistischen Neigung zur Abrundung nach oben, oder in der pessimistischen Neigung zur Abrundung nach unten. In den letzteren Fällen ist der eindeutige Nachweis aber bereits schwierig, noch mehr ein zahlenmässiger Ausdruck hierfür. Bei Annahme einer gewissen, ausreichenden Ableseübung können wir auf unserem

Gebiet den Einfluss der persönlichen Gleichung daher unberücksichtigt lassen und uns sogleich den Ablesefehlern und ihrer Bekämpfung zuwenden.

Die Messung irgend einer physikalischen Grösse, besonders aber die der elektromagnetischen Grössen, wird nahezu durchweg zurückgeführt auf die Ablesung einer Teilung, d. h. die Beobachtung einer Länge, sei es, dass es sich um Ausschlagsmethoden handelt, wie sie für technische Messungen, etwa in Gestalt der sogenannten Werkstattmethoden, besonders wichtig sind, sei es, dass es sich um Nullmethoden handelt, welche überwiegend für Laboratoriumsmethoden in Frage kommen. Im ersteren Fall ist eine endliche Länge zu messen, im letzteren ein Verhältnis, das beim Nullwert der Länge (des Ausschlages) vorhanden ist, wobei die Interpolationsverfahren den Übergang zwischen beiden bilden.

Erfolgt die Ablesung an einer Zeigervorrichtung, die gegenüber einer geteilten Skala eine Bewegung ausführt, so sind zwei Arten von Ablesefehlern möglich: Parallaxenfehler und Schätzungsfehler. Die ersteren ergeben sich, wenn die Verbindungsgrade zwischen Augzentrum und Zeiger gegenüber der Skalenfläche eine andere Neigung besitzt als bei der Eichung. Dieser Fehler p wird um so grösser, je grösser die Neigungsabweichung α und je grösser der Zeigerabstand a von der Skala ist, wie Fig. 1 ohne weiteres

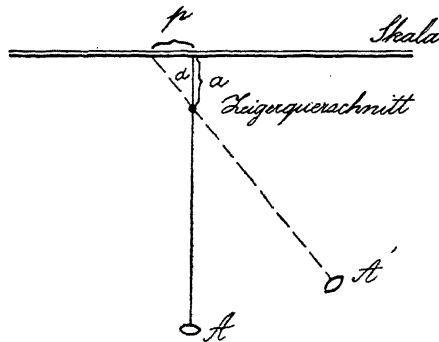



Fig. 1.

erkennen lässt, wenn A die Stellung des Auges bei der Eichung, A' diejenige bei der Ablesung andeutet. Da nur die Senkrechte auf die Skala als eindeutig brauchbare Neigung gelten kann, so ist bei Eichung und Ablesung diese Richtung nach Möglichkeit einzuhalten, was bei neueren Instrumenten vielfach mit Hilfe eines Spiegels erleichtert wird, in welchem das Bild des ablesenden Auges von dem Zeigerbild halbiert werden soll. Dass ausserdem der Abstand a nach Möglichkeit zu verkleinern ist, leuchtet ein. Auf diese Weise kann der Parallaxenfehler jedenfalls auf ein kleineres Mass als der Schätzungsfehler heruntergebracht werden, und es bleibt somit als letzter und unvermeidlicher Fehler am Zahlenfaktor des Messergebnisses noch der Schätzungsfehler.

3. Schätzungsfehler und prozentuale Zuverlässigkeit.

Die Grösse des Schätzungsfehlers wird von der Übung des Beobachters, von der ausgeführten Skalenteilung und von etwaigen Hilfsmitteln bei der Ablesung, wie Lupe, Nonius, Ausbildung des Zeigers als Schneide u. s. f., abhängen. Hierdurch kann er zwar prozentual verkleinert, aber nie ganz vermieden werden, da er an letzter Stelle stets erscheint. Es ist wichtig, sich darüber klar zu werden, dass dieser Schätzungsfehler, welcher bei den elek-

trischen Messinstrumenten, geübterem Beobachter und einer Länge der letzten Skalenteile von 1 bis 2 mm etwa ein Zehntel, bestenfalls ein Zwanzigstel Skalenteil beträgt, eine Unsicherheit verursacht, welche von vornherein, d. h. ohne Hinzutreten weiterer Fehlerquellen die prozentuale Zuverlässigkeit einer Messung nach oben bedingt. Dieser Punkt wird häufig, namentlich von Anfängern oder bei mangelnder Kritik, übersehen, und man findet die unrichtige Meinung weit verbreitet, dass man mit einem sehr empfindlichen, oder auch mit einem sogenannten Präzisionsinstrument ohne weiteres genau messen könne bezw. müsse. Gewöhnlich wird hierbei Empfindlichkeit und prozentuale Zuverlässigkeit verwechselt, somit übersehen, dass für die Beurteilung der Güte einer Messung vom messtechnischen Standpunkt aus nur die prozentuale Zuverlässigkeit massgebend ist. Die oberste Grenze derselben lässt sich bei allen Ausschlagsmethoden sowie allen direktzeigenden Instrumenten nun von vornherein aus der Grösse des Ausschlages angeben, so dass z. B. bei einem wahrscheinlichen Schätzungsfehler von $^1/_{10}$ Skalenteil mindestens 100 Skalenteile vorhanden sein müssen, um bis auf $^1/_{10}$ Prozent zuverlässig ablesen zu können, während auch bei dem empfindlichsten und besten Präzisionsinstrument bei 10 Skalenteilen Ausschlag die Zuverlässigkeit von vornherein auf 1 Prozent oder weniger beschränkt ist.

In Wirklichkeit liegt aber die Zuverlässigkeit in sehr vielen Fällen unterhalb der Schätzungsfehlergrenze, selbst wenn die Konstantenfehler durch Eichung nach Möglichkeit eliminiert wurden. Neben den oben angegebenen Fehlerarten, welche sich genauer definieren und teils korrigieren, teils in ihren Beträgen angeben lassen, sind vielfach noch eine Reihe kleinerer und unbestimmterer Fehlerquellen vorhanden, welche meist eine sichere Korrektion nicht zulassen.[1]) Solche schwer oder überhaupt nicht sicher bestimmbare Fehlerquellen sind z. B. kleine Nullpunktsverlegungen oder, allgemeiner, elastische Nachwirkungen der Aufhängung, Reibungen der Lagerung, Wärmenachwirkungen der Umgebung bei Hitzdrahtinstrumenten, magnetische Hysterese bei Weicheiseninstrumenten, Temperaturkoeffizienten der permanenten Magnete sowie der Wickelungen, kleine Thermospannungen u. s. f. Jedenfalls werden die nach diesen Richtungen etwa angebrachten Korrektionen eine merkliche Unsicherheit besitzen und kleine Fehler zurücklassen. Soweit diese Fehler eine ausgesprochene einseitige Richtung besitzen, werden sie durch Richtungswechsel beim Messvorgang offenbar werden und der Hauptsache nach eliminiert werden können. Auch die nicht einseitigen Fehler, welche der Wahrscheinlichkeit nach bald in der einen, bald in der anderen Richtung liegen — hierzu zählen auch die Schätzungsfehler —, werden bei mehrmaliger Messung derselben an sich konstanten Grösse eine Verbesserung des Messergebnisses zulassen.

Diese Verbesserung besteht bei wiederholter Messung und Behandlung der einzelnen mit kleinen Unterschieden behafteten Einzelwerte auf Grund der Wahrscheinlichkeit einmal in der Verkleinerung des wahrscheinlichen Fehlers beim Mittelwert, ein zweites Mal in der experimentellen zahlenmässigen Kritik der Beobachtungsgenauigkeit der gesamten Messvorrichtung einschliesslich des Beobachters. Die Behandlung möge an einem Zahlenbeispiel gezeigt werden: Durch fünf voneinander unabhängige Messungen

1) Wertvolle Bemerkungen über die Fehlerquellen bei modernen Drehspuleninstrumenten mit Zeigerablesung finden sich in einem Aufsatz von W. Marek in ETZ 1902, S. 447.

derselben an sich konstanten Grösse — etwa eines Selbstinduktionskoeffizienten in HENRY oder auch der Länge einer mit einfachem Metermassstab gemessenen Tischkante in Meter, in welchem Falle noch die Stossfehler in das Resultat eingehen — seien folgende Zahlenwerte gefunden worden:

Nummer	Messergebnis	Differenz δ in Tausendsteln	δ^2
1	2·74 ⁞ 32	+ 0·2	0·04
2	2·74 ⁞ 19	— 1·1	1·21
3	2·74 ⁞ 47	+ 1·7	2·89
4	2·74 ⁞ 29	— 0·1	0·01
5	2·74 ⁞ 23	— 0·7	0·49
Mittelwert	$= 2{\cdot}74\frac{150}{5} = 2{\cdot}74_{30}$		$S = 4{\cdot}64 = \Sigma\delta^2$

Trennt man die Reihen, in welchen überhaupt nur Abweichungen auftreten, ab, wie die strichlierte Linie andeutet, so wird sofort ein etwaiges gröberes Versehen einer Messung in einer höheren Stelle, etwa beim Zählen der Ganzen, kenntlich und muss zunächst beseitigt werden, falls nötig, durch nochmalige Nachprüfung nach dieser Richtung. Bleiben dann rechts von der Linie die Stellen, welche durch normale Ablese-, Schätzungs-, Stoss- oder sonstige Fehler beeinflusst werden, so erhält man aus diesen allein auf dem raschesten Wege den Mittelwert, hier $2{\cdot}74_{30}$. Die Abweichungen von diesem Mittelwert sind unter δ angeführt, und zwar hier in Tausendsteln wegen der bequemer zu übersehenden Quadrierung der sogenannten Fehlerquadrate, welche unter δ^2 zugefügt sind. Die Summe dieser Fehlerquadrate spielt für die Charakterisierung der Messgenauigkeit die grösste Rolle. Nach den Lehren der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist nämlich der mittlere Fehler einer Messung (der Einzelmessung) $= \pm\sqrt{\frac{S}{n-1}}$, wenn n die Zahl der voneinander unabhängigen Einzelmessungen. Im vorliegenden Fall beträgt dieser Fehler $\pm\sqrt{\frac{4{\cdot}64}{4}} = \pm\, 1{\cdot}077$ Tausendstel, also Millimeter für die Längenmessung, Millihenry beim Selbstinduktionskoeffizienten. Hingegen ist der mittlere Fehler des Mittelwertes $= \sqrt{\frac{S}{n\cdot(n-1}} = \sqrt{\frac{4{\cdot}64}{5\cdot 4}} = \pm\, 0{\cdot}482$ mm.

Der wahrscheinliche Fehler ist in beiden Fällen $^2/_3$ des mittleren Fehlers, d. h. bei der Einzelmessung $\pm\, 0{\cdot}729$ mm und beim Mittelwert $\pm\, 0{\cdot}321$ mm. Thatsächlich zeigen auch von den obigen 5 Einzelmessungen 2 grössere Abweichungen als 0·73 und 3 kleinere. Die volle Charakterisierung des Messergebnisses einschliesslich der Zuverlässigkeit würde also lauten, etwa für die Tischlänge x:

$$x = 2{\cdot}74_{30}\ \text{m} \pm 0{\cdot}321\ \text{mm}.$$

Hierbei ist jedoch nochmals ausdrücklich zu betonen, dass diese Behandlung nur für die beiderseits schwankenden Fehler zulässig ist, dass sie aber namentlich die Konstantenfehler, etwa eine Abweichung des benutzten Metermassstabes vom wahren Meter, unberührt lässt, also nur den Zahlenfaktor (Teilungsfaktor), nicht aber den Masseinheitsfaktor betrifft. Ferner, dass diese Mittelwerts- und Fehlerbehandlung nur dann einen Sinn hat, wenn die zu messende Grösse während der Dauer der Messung als praktisch

wirklich konstant angesehen werden kann, wie dies bei Ausdehnungen, Leitungskoeffizienten und anderen statischen Grössen meist vorausgesetzt werden darf, nicht aber im allgemeinen bei Grössen dynamischer Natur, wie Stromstärken, Spannungen, mechanischen Kräften u. s. f. Bei diesen werden häufig beträchtliche Variationen der zu messenden Grösse selbst vorliegen, die die obige Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung sinnlos machen. Sie kann höchstens noch in Frage kommen, wenn es sich um eine an sich konstante Grösse, etwa einen elektrischen Widerstand R, handelt, die aus zeitlich völlig zusammenfallenden Bestimmungen dynamischer Grössen, etwa der elektrischen Spannung $\bar{E}$ und der Stromstärke $\bar{J}$, abgeleitet wird. Aber auch in diesen Fällen ist mit grosser Vorsicht zu verfahren, um nicht bei grösseren Variationen der $\bar{E}$ und $\bar{J}$ Werte bezw. bei verschieden langer Dauer der Wirkung des Messstromes $\bar{J}$ eine wirkliche Änderung der zu messenden Grösse durch eine sogenannte Zustandsänderung herbeizuführen.

4. Zustandsänderung und Korrektionen.

Die oben erwähnten, an sich konstanten Grössen sind nämlich auch nie absolut, sondern nur relativ konstant, d. h. das erhaltene Messresultat gilt streng genommen nur für den gerade vorliegenden Zustand des Messobjektes, wodurch man die äusseren Verhältnisse, wie Temperatur, Druck und Feuchtigkeitsgehalt der umgebenden Luft, ferner die magnetische und elektrische Feldstärke, bezw. die magnetische oder elektrische Permeabilität seiner Umgebung und andere derartige Momente bezeichnet, welche gegebenen Falles wirkliche Änderungen der zu messenden Grösse des Messobjektes herbeizuführen vermögen. Die Zustandsbedingungen während der Messung müssen, soweit dies praktisch erforderlich ist, bestimmt werden, um den Messwert auch für spätere Zeit bezw. für andere Zustandsbedingungen brauchbar zu machen, da er meist nicht gerade nur für den Zeitpunkt der Messung selbst Interesse besitzt. Diese wirklichen Änderungen, welche keinesfalls mit den vorgenannten Messfehlern verwechselt werden dürfen, wenn sie auch als Fehlerquellen zu beachten sind, werden durch Korrektionen am Messwert berücksichtigt, sei es, dass dieser auf normale Zustandsbedingungen reduziert, sei es, dass er auf abweichende umgerechnet werden soll.

Ist z. B. die zu messende Grösse, etwa die Längendimension, eine Funktion der Temperatur, so ist für genauere Messungen oder bei grösseren Temperaturkoeffizienten, d. h. bei stärkerer Änderung der Länge mit der Temperatur, die Beobachtung und Angabe der Messtemperatur nie zu vergessen, um später — hinreichende Kenntnis bezw. Ermittelung des Temperaturkoeffizienten vorausgesetzt — die sogenannte Temperaturkorrektion anbringen zu können. Bei der Messung elektrischer Widerstände ist dies besonders zu beachten, da hier der Temperaturkoeffizient bei vielen Materialien ziemlich erheblich (Hdb. I, 2 in 212) und eine genauere Messung durch Ausserachtlassung der Temperatur völlig illusorisch werden kann. Z. B. ist bei Kupfer α_ϱ etwa 0·004, d. h. für eine um 10^0 C. abweichende Temperatur weicht der alsdann vorhandene wahre Wert vom zeitweiligen Messwert um $10 \cdot 0{\cdot}004 = 0{\cdot}04 = 4\,^0/_0$ des Gesamtbetrages ab. Bei Weglassung der Korrektion würde man also einen sehr groben Fehler begehen.

Ähnlich läge es bei der Korrektion für andere Zustandsänderungen, falls der Messwert eine Funktion derselben ist. In vielen Fällen wird man

wegen der Schwierigkeit oder Unmöglichkeit, die Korrektionen genau anzubringen, allerdings sein Augenmerk darauf zu richten haben, möglichst normale Zustandsbedingungen herzustellen, z. B. bei einer Selbstinduktionsspule die Fernhaltung von Eisen und anderen grösseren Metallmassen zu beachten haben, weil ersteres den Wert stark erhöht durch Vergrösserung der magnetischen Permeabilität, letztere den Wert bei Wechselstrom herabdrückt durch auftretende Wechselinduktion bezw. Kurzschlussströme. Dass man auch auf der anderen Seite mit der Korrektionssucht nicht zu weit gehen darf, sondern auch hier das erforderliche Mass von Kritik obwalten lassen muss, ist klar. Als Richtschnur kann man hierbei nehmen, dass man solche Korrektionen anzubringen hat, welche den Messwert um mehr ändern, als die praktisch zulässigen bezw. unvermeidlichen Messfehler betragen.

Zeitliche Änderungen des Mess- bezw. Eichwertes, wie sie durch unbestimmbare Einflüsse bewirkt werden, die man häufig unter „Strukturänderungen“ oder „molekulare Umlagerungen“ zusammenfasst, sind namentlich für alle Messnormalen von der grössten Bedeutung. Die Möglichkeit solcher Änderungen ist stets zu bedenken. Solange für diese Änderungen keine Gesetzmässigkeit gefunden ist, welche zuverlässige Korrektionen ermöglicht, ist die Nachprüfung mit Hilfe von anderen Normalen das einzige Korrektiv. Ein Schutz vor grösseren Fehlern bei der Bezugseinheit (siehe oben bei den Konstantenfehlern) ist auf Grund der Wahrscheinlichkeit durch Benutzung nicht nur einer Normale gegeben. Sie wird z. B. gewährt durch zeitweiligen Vergleich der Normalen mit denjenigen der physikalisch-technischen Reichsanstalt oder auch durch Beziehung verschieden gearteter Normalapparate aufeinander, z. B. Normalwiderstände, Normalelemente und Normalstromzeiger. Da das Ziel der meisten und wohl fast aller technischen Messungen die Kenntnis der zu messenden Grösse in absolutem Mass ist, z. B. Volt, Ampere, Ohm u. s. w., so ist der Nachprüfung der Bezugseinheit besondere Achtung zu schenken, da — nicht ganz ungeschulte Beobachter vorausgesetzt — die Grenze für die Zuverlässigkeit des gesuchten Endresultates praktisch fast stets durch diese bedingt wird. Viel häufiger wird die Abweichung der Angabe eines Messmittels vom wahren (absoluten) Wert die Ursache der Entfernung des angegebenen Messresultates vom wahren Wert sein, als fehlerhafte Beobachtung. Das blinde oder kritiklose Vertrauen in die Richtigkeit der vom Instrumenten- oder Messmittelfabrikanten angegebenen Werte wird in den weitaus meisten Fällen ungleich grössere Fehler (bezogen auf den wahren Wert) bedingen als ungenaue Beobachtung. Eine noch so genaue und verfeinerte Beobachtung kann grobe Konstantenfehler nicht gut machen oder eliminieren; dies ist nur durch Nacheichung möglich. Sind bei Anstrebung von Messresultaten in absoluten Bezugseinheiten die Konstantenfehler nach Kräften eliminiert, so ist es natürlich dann noch, wie überhaupt stets, Pflicht des Beobachters, seinen subjektiven Fehler so klein als möglich zu machen.

5. Graphische Behandlung von Messfehlern.

Für die Ausgleichung der Beobachtungsfehler wurde oben (3) das rechnerische Verfahren angegeben. Für den einfachen Fall der wiederholten Messung einer an sich konstanten Grösse ist das angegebene Verfahren wohl auch am geeignetsten und genauesten, da es nicht nur den Mittelwert rasch liefert, sondern auch eine gute Charakterisierung der Zuverlässigkeit der Beobachtung, sei es absolut, sei es prozentual, ermöglicht. Für die Fälle jedoch, in denen es sich um die Aufstellung des Zusammenhanges zweier

physikalischer Grössen (Charakteristik handelt, also um die Auswertung eines ganzen Beobachtungssatzes bei Variation jener physikalischen Grössen, etwa Stromstärke und Spannung, aber unter Konstanthalten aller übrigen Argumente oder Faktoren, etwa Tourenzahl und Felderregung, ist das rechnerische Verfahren auf Grund der Wahrscheinlichkeit im allgemeinen als veraltet anzusehen, wenigstens vom Standpunkt der Technik aus. Dieses Verfahren (siehe hierüber die Lehrbücher über Wahrscheinlichkeitsrechnung bezw. Ausgleichrechnung) ist zwar für an sich völlig konstante Grössen, wie etwa die Winkel und Entfernungen in der Geodäsie, sehr wertvoll, für die Verhältnisse der Technik, im besonderen der Elektrotechnik, bei denen dynamische Grössen ins Spiel kommen, aus folgenden Gründen ungeeignet und der graphischen Behandlung weit unterlegen: Das rechnerische Verfahren nach der Methode der kleinsten Quadrate (siehe KOHLRAUSCH, Praktische Physik unter **3**, auch Uppenbornkalender, zweiter Teil I, **13**) ist überhaupt nur in einer ganz beschränkten Zahl von Fällen anwendbar, nämlich wenn die untersuchte Beziehung sich auf die Form $y = a - bx - cx^2$ bringen lässt; ausserdem ist es sehr zeitraubend, erschwert den Überblick, namentlich was

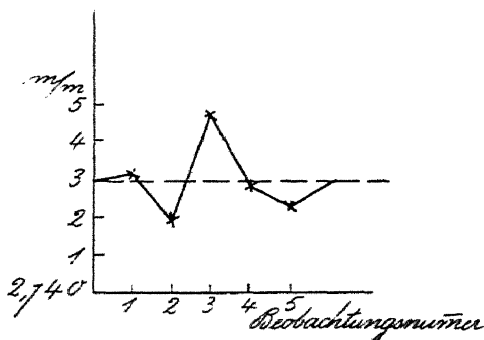



Fig. 2.

Rechenfehler anlangt, und liefert schliesslich doch nur vereinzelte Punktwerte der gesuchten Beziehung. Dem gegenüber ist die graphische Darstellung der Beobachtungswerte rasch ausgeführt, gewährt bei Wahl passender Massstäbe nicht nur ausreichende Genauigkeit, sondern auch einen raschen Überblick über den ganzen Verlauf der Beziehung, sowie darüber, ob die Verteilung der Beobachtungswerte günstig gewählt ist, oder ob und wo diese noch einer Ergänzung bedürfen; endlich ist ohne weiteres die wünschenswerte Interpolation für alle Zwischenwerte in der die Messfehler ausgleichenden Kurve gegeben, sowie auch sofort ein augenfälliges Mass für die Grösse der relativen Abweichungen und den Gang der Extrapolation. Dass die richtig geführte Kurve nichts weiter darstellt als einen graphischen Ausgleich auf der nämlichen Grundlage mit dem Minimum der Fehlerquadratsumme lässt sich am deutlichsten zeigen, wenn man zunächst einmal das Zahlenbeispiel in **3** graphisch behandelt, wie dies Fig. 2 zeigt. Verbindet man die graphisch in gleichen Abszissenabständen als Ordinaten aufgetragenen einzelnen Beobachtungswerte untereinander durch Grade, so ist diejenige Linie oder hier dasjenige Niveau, welches die (algebraische) Summe aller Abstände (Vertikalen) von den Beobachtungspunkten zu Null und die Fläche zwischen jener gebrochenen Zickzacklinie und dem Niveau zu einem Minimum (der Fehler-

quadrate) macht, durch den Mittelwert 2·74₃₀ gegeben. In entsprechender Weise gilt dies auch von der idealen Kurve in Fig. 3, welche die Zickzacklinie der untereinander verbundenen Beobachtungspunkte, etwa einer Beziehung zwischen Spannung E und Stromstärke J (Charakteristik), so durchsetzt, dass die Summe der Zwischenflächen ein Minimum wird. Ein Vorteil der graphischen Methode besteht noch darin, dass offenbare Ableseversehen, welche weit über die normalen Schätzungsfehler hinausgehen und weniger Berücksichtigung verdienen, sofort kenntlich werden und sich besser und sicherer ausscheiden lassen, als bei rechnerischer Behandlung.

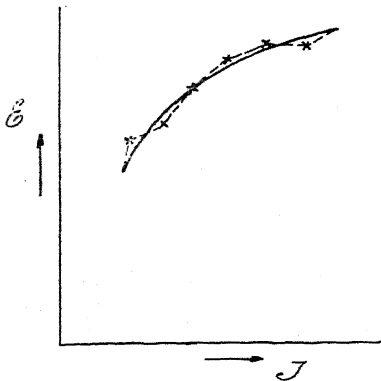



Fig. 3.

In der Physik war es vielfach üblich, bei der rechnerischen Behandlung die Beobachtungswerte mit verschiedenen Gewichten einzuführen und dadurch unwahrscheinlichere Werte einer Tabelle für das Mittel weniger ins Gewicht fallen zu lassen. Dieses Vorgehen schliesst aber stets eine gewisse Willkür ein und kann im allgemeinen nicht empfohlen werden, da es bei dem Mangel einer ausreichenden Selbstkritik, der keineswegs selten ist, viel mehr Unheil als Nutzen anrichten kann. Im allgemeinen ist es besser, solche Werte bei gut begründetem Zweifel lieber ganz fortzulassen, womöglich durch eine ergänzende Beobachtung zu ersetzen und die übrigen gleichwertig zu behandeln.

Die obenerwähnten Vorteile der graphischen Behandlung von Versuchsreihen haben der letzteren, von den Kreisen der Technik ausgehend, immer mehr Eingang verschafft und thatsächlich kann jedem Messtechniker eine weitgehende Anwendung dieses Hilfsmittels nur dringend empfohlen werden, was übrigens eine nachträgliche Hinzufügung des rechnerischen Verfahrens in vereinzelten, hierzu geeigneten Fällen keineswegs ausschliesst.

6. Hauptarten der Messverfahren. Bisher war stillschweigend angenommen worden, dass der gesuchte Messwert mit einer Messvorrichtung von derselben Bezugseinheit, z. B. Länge oder Stromstärke, wie die zu messende Grösse erhalten wird, die letztere also durch Vergleichung mit einer Bezugseinheit (Normale) derselben Dimension zur Messung gelangt. Diese grosse Gruppe der nächstliegenden und scheinbar einfachsten Messverfahren oder auch Messmethoden überdeckt aber keineswegs das ganze Gebiet der Messtechnik. Der Rest desselben wird vielmehr durch die ergänzende und kaum weniger wichtige Gruppe der mittelbaren Messmethoden eingenommen, welche die Messung der gesuchten Grösse mit Hilfe einer Grössenbeziehung (eines Gesetzes) in zwei oder mehr Messungen anderer Grössen auflöst, deren Dimension von derjenigen der zu messenden Grösse abweicht. Zum Unterschied von der erstgenannten Gruppe der Vergleichsmethoden kann man die letztere wohl als die Gruppe der abgeleiteten Messmethoden bezeichnen, oder auch als absolute Messmethoden, insofern sie von der Benutzung einer Bezugseinheit derselben Dimension losgelöst sind und insofern es durch wiederholte Anwendung solcher Verfahren möglich ist, schliesslich alle physikalischen Grössen durch die Grundmasse des von Gauss eingeführten „absoluten" Masssystems (CGS-Systems) auszudrücken bezw. zu messen.

Während die meisten Grössen, z. B. der elektrische Widerstand, bald durch Methoden der ersten, bald durch solche der zweiten Gruppe zur Messung gebracht werden, je nach den vorliegenden praktischen Verhältnissen, erscheint bei einzelnen Grössen das eine Verfahren so selbstverständlich, dass man die Möglichkeit des anderen praktisch gar nicht mehr in Erwägung zieht. So erscheint es z. B. in der Regel selbstverständlich, dass man eine Fläche, etwa die Oberfläche q eines rechteckigen Tisches, nicht durch ein Vergleichsverfahren, etwa durch Auflegen von Flächeneinheiten, wie Quadratmeter oder Quadratcentimeter, zur Messung bringt, sondern durch Auflösung in zwei oder mehr Längenmessungen unter Benutzung einer geometrischen Grössenbeziehung, etwa $q = l \cdot b$, wenn l und b die Länge bezw. Breite des rechteckigen Tisches bezeichnen.

Um noch ein elektrisches Beispiel anzuführen, so erscheint es bei der Ermittelung eines elektrischen Widerstandes im Laboratorium in vielen Fällen durchaus selbstverständlich, eine der zahlreichen Vergleichsmethoden, etwa eine Brückenmethode anzuwenden, während es dem Praktiker bei Ermittelung des betriebsmässigen (warmen) Widerstandes einer Ankerwicklung oder einer Transformatorwicklung bei dem jetzigen Stande der Messtechnik meist widersinnig erscheinen wird, dies auch in der Werkstatt zu thun; vielmehr wird er hier und ähnlich auch bei anderen betriebsmässig wichtigen Koeffizienten, wie Kapazität und Selbstinduktion, eine absolute Methode vorziehen und z. B. die Widerstandsbestimmung aus einer Stromstärkemessung und einer Spannungsmessung ableiten.

7. Resultatfehler und Messfehler.

In allen diesen Fällen nun, bei denen in das gesuchte Endresultat zwei oder mehr Messungen von Grössen anderer Dimension eingehen, muss die Messkritik, zur Herbeiführung möglichst günstiger Messverhältnisse bei den gegebenen Messmitteln, ihr Augenmerk darauf richten, wie der bei jeder Einzelgrösse zu erwartende Messfehler in das Endresultat eingeht. Für die Beurteilung der Zuverlässigkeit des Endresultates ist die Klarheit über den Zusammenhang zwischen Endresultat und den einzelnen Messgrössen, oder spezieller der Zusammenhang zwischen dem Fehler F des gesuchten Endwertes G und dem Messfehler f eines Einzelwertes bezw. den Messfehlern f_1 bis f_n der n verschiedenen in Frage kommenden Einzelwerte praktisch von der grössten Wichtigkeit. Wegen ihrer Wichtigkeit soll diese Beziehung für einige Fälle der elektrischen Messtechnik etwas näher betrachtet werden.

Für die voneinander unabhängigen Beobachtungen a_1 bis a_n der Einzelwerte liefert zunächst die Analytik folgende allgemeine Beziehung zwischen dem Resultatfehler F und den (gegenüber a klein gedachten) Fehlern f_1 bis f_n der Einzelmessungen

$$F = \pm f_1 \cdot \frac{\delta G}{\delta a_1} \pm f_2 \frac{\delta G}{\delta a_2} \cdots \pm f_n \frac{\delta G}{\delta a_n}.$$

Bei Fehlern ohne bestimmte einseitige Richtung kann also sowohl das Pluszeichen als das Minuszeichen Platz greifen und die Wahrscheinlichkeit der Fehlersummierung ist nicht grösser als die der teilweisen gegenseitigen Aufhebung. Im allgemeinen wird also das grösste Fehlerglied der rechten Seite ausschlaggebend sein für den Resultatfehler F. Hieraus folgt ohne weiteres das wichtige Ergebnis, dass die (prozentuale) Zuverlässigkeit des Endwertes G stets von der prozentual am unsichersten gemessenen Einzelgrösse bedingt wird, sofern die Einzelbeobachtungen gleich-

wertig, d. h. mit derselben Potenz in das Resultat eingehen $\left(\frac{\delta G}{\delta \alpha}\right)$, was sehr häufig der Fall ist; andernfalls kommt nicht die prozentuale Grösse von f_1 bis f_k, sondern die gegenseitige Grösse der Vollglieder $\left(f \cdot \frac{\delta G}{\delta \alpha}\right)$ in Frage. Für jenen praktisch häufigsten Fall kann also eine noch so sorgfältige Beobachtung der einen bezw. aller übrigen Grössen die prozentual ungünstige Messung einer Grösse nicht ausgleichen; es wird vielmehr unbedingt nötig, dass zur Erreichung einer bestimmten prozentualen Zuverlässigkeit des Endresultates keine der in dieses eingehenden Einzelmessungen eine geringere Genauigkeit besitze als jene.

Diese kaum genug zu betonende wichtige Folgerung ergiebt z. B. für den oben erwähnten einfachen Fall, dass ein elektrischer Widerstandsbetrag von $R\,\Omega$, der aus der Messung der Spannung von $\bar{E}$-Volt an den Enden und der Stromstärke von $\bar{J}$-Amp. im Leitungsquerschnitt zu $\frac{E}{J} \cdot \frac{\text{Volt}}{\text{Amp.}} = R \cdot \text{Ohm}$ abgeleitet wird, durch die prozentuale Genauigkeit der weniger günstigen Messgrösse bezw. ihres Ausschlages bedingt wird. Wird daher bei kleinen Werten von R auch die Stromstärke J prozentual noch so genau gemessen, so wird eine ungünstige Spannungsmessung jene Anstrengung einer möglichst genauen Messung zunichte machen. Dieselbe Betrachtung lehrt, dass zur Ermittelung einer Instrumentkonstanten C mit einer Zuverlässigkeit von 0·1 % durch eine Voltametereichung unter Benutzung der physikalischen Grössenbeziehung (des FARADAYschen Gesetzes)

$$C = \frac{1}{A} \cdot \frac{m}{\alpha \cdot t} \quad \text{Amp.}$$

jede einzelne Grösse der rechten Seite wenigstens mit einer prozentualen Zuverlässigkeit von 0·1 % bekannt bezw. gemessen werden muss, um dieses Ziel bestenfalls zu erreichen. Dies gilt also zunächst von dem elektrochemischen Äquivalentgewicht A des abgeschiedenen Jons z. B. Kupfer, wenn der Wert von C in der absoluten Einheit bezw. ihrem technischen Dezimalwert (Amp.) sichergestellt sein soll; ferner darf die ausgeschiedene Menge m nicht weniger als 100 mg betragen, wenn man 0·1 mg mit der verfügbaren Wage noch zuverlässig wägen kann; ferner darf der zur Eichung benutzte Ausschlag α nicht kleiner als 100 Skalenteile sein, wenn der Schätzungsfehler bei etwa ein Zehntel Skalenteil liegt; endlich darf die Zeitdauer t des Voltameterversuchs nicht unter 15 Minuten betragen, wenn der Zeitfehler beim Ein- und Ausschalten etwa je eine halbe Sekunde betragen kann. Bei Benutzung einer Stromverzweigung tritt hierzu noch die Bedingung, dass jeder der beiden Stromzweige in seinem Widerstand zuverlässig auf wenigstens ein Tausendstel seines Wertes während der Messung bestimmt oder bekannt ist, ein Punkt, der bei teilweiser Benutzung von Kupferdrahtwicklungen wegen der Grösse und der Unsicherheit der Temperaturkoeffizienten durchaus nicht zu übersehen ist.

Dieselbe Betrachtung lässt sich übrigens auch auf den Aufbau des Messergebnisses aus den früher (1) angegebenen zwei Teilen (Faktoren), nämlich aus dem Zahlenfaktor und der Bezugseinheit anwenden und zeigt sofort die Richtigkeit des früheren Satzes, dass eine noch so weitgehende prozentuale Zuverlässigkeit der Relativmessung, d. h. des Zahlenfaktors, nicht im stande ist, grobe Konstantenfehler auszugleichen, so dass das Messergebnis in seiner

Zuverlässigkeit der absoluten bezw. technischen Einheiten durch den prozentual am wenigsten gesicherten Faktor bedingt wird.

Um die Beziehung zwischen Resultatfehler und Messfehler auch für andere Fälle zu betrachten, bei denen keine direkte Proportionalität zwischen beiden besteht, sondern das Resultat eine andere Funktion des Ablesewertes enthält, seien noch folgende zwei Beispiele nebst den messtechnisch wichtigen Folgerungen für die Wahl der Messverhältnisse hier behandelt:

1. Es sei der Wattkonsum innerhalb einer Leitungsstrecke aus der Spannung E in Volt und dem elektrischen Widerstand R in Ohm zwischen ihren Enden zu bestimmen (vgl. Fig. 4), ein Verfahren, das nebenbei bemerkt für Wechselspannung ($\tilde{E}$) nur für induktionsfreien Widerstand R zulässig ist. Der gesuchte Endwert G ergiebt sich hier zu

$$\frac{E^2}{R} \cdot \frac{\text{Volt}^2}{\text{Ohm}} = W \cdot \text{Watt}.$$

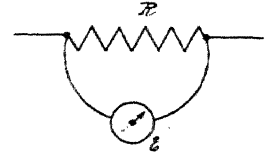



Fig. 4.

Der Spannungswert E werde durch die Ablesung α am Voltmeter bestimmt, R möge während der Messung als konstant, d. h. als praktisch konstant und bekannt angenommen werden und sein Wert in Ohm sei bis auf einen vernachlässigbar kleinen Prozentsatz (gegenüber der Zuverlässigkeit der Bestimmung von α) dem wahren oder absoluten Wert angenähert. Die Frage, wie die gesuchten Watt von der fehlerhaften Spannungsbestimmung abhängen, ist durch

$$\frac{\delta G}{\delta \alpha} = \frac{1}{R} \cdot \frac{d\,(E^2)}{d\,E} = \frac{2\,E}{R} \text{ gegeben, also}$$

$\frac{F}{f} = \frac{2\,E}{R}$ oder Resultatfehler $F = \left(\frac{2\,E}{R}\right) \cdot f$, wenn f der absolute Fehler.

Der prozentuale Fehler des Resultates, der in erster Linie interessiert, folgt aus

$$\frac{F}{G} = \frac{f}{G}\left(\frac{2\,E}{R}\right) = f \cdot \frac{2}{E} = 2 \cdot \frac{f}{E},$$

wobei $\frac{f}{E}$ der prozentuale Fehler der Ablesung am Voltmeter. Hier ist also der prozentuale Fehler im Resultat doppelt so gross als der prozentuale Fehler der Voltmeterablesung, wobei vorausgesetzt ist, dass der Prozentsatz an sich so klein ist, dass bei der mathematischen Reihenentwicklung die höheren Glieder vernachlässigt werden können (vgl. unter 8).

Wäre z. B. $E = 100$ Volt; $f = 0{\cdot}2$ Volt, also $\frac{f}{E} = 0{\cdot}2\,\%$, so ergäbe dies für $R = 100\ \Omega$

$$F = 0{\cdot}2\left(\frac{2 \cdot 100}{100}\right) = 0{\cdot}2 \cdot 2 = 0{\cdot}4 \text{ Watt},$$

wobei entsprechend der obigen Ableitung weiterhin $\frac{E^2}{R} \cdot \frac{\text{Volt}^2}{\text{Ohm}} = 100 \cdot$ Watt und

$$\frac{F}{G} = 2 \cdot \frac{f}{E} = \frac{0{\cdot}2}{100} \cdot 2 = 0{\cdot}004 = 0{\cdot}4\,\% \text{ folgen würde.}$$

Wäre hingegen, etwa bei einem Weicheiseninstrument oder einem anderen Voltmeter, dessen Teilung auf Grund seines Messprinzips (siehe unter C) quadratische Skalenlängenänderung zeigt, die Spannung nur $E = 20$ Volt gewählt bei etwa $f = 1{\cdot}0$ Volt, so ergäbe dies auch

$$F = 1{\cdot}0\left(\frac{2 \cdot 20}{100}\right) = 1 \cdot 0{\cdot}4 = 0{\cdot}4 \text{ Watt};$$

hingegen $G = \frac{20^2}{100} = 4{\cdot}0$ Watt und die prozentuale Unsicherheit des Resultates $= \frac{R \cdot 0{\cdot}4}{4} = 10\,{}^0/_0$, d. h. die Messverhältnisse sind unbrauchbar.

2. Die zu messende Stromstärke $\bar{J}$ sei durch die Beziehung

$$\bar{J} = C \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

gegeben, die zwar streng nur für sogenannte Tangentenbussolen, in erster Annäherung aber für alle Instrumente mit beweglichem, permanenten Magnet und direkter Ausschlagsbeobachtung (nicht für Torsionsinstrumente) gilt. Die gesuchte Grösse (Stromstärke) $\bar{J}$ wird also durch die von den Wicklungsdimensionen abhängige Instrumentenkonstante C, die während der Messung als unveränderlich angesehen sei (siehe hierüber unter C), und von dem beobachteten und durch die Messverhältnisse variationsfähigem Ausschlag α bestimmt.

Bezeichnet man den Ablesefehler mit β, so dass der wirkliche Ausschlag $\alpha \pm \beta$ beträgt, den zunächst unbekannten Resultatfehler mit i, so dass die wahre Stromstärke $\bar{J} \pm i$, so folgt nach dem Früheren

$$i = \beta \cdot \frac{\delta \bar{J}}{\delta \alpha} \text{ und } J \pm i = C \cdot \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta).$$

Ist β klein gegenüber α, so liefert das zulässige angenäherte Rechnungsverfahren (vgl. oben, sowie in 8)

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{\beta}{\cos^2 \alpha}.$$

Sonach ist der Resultatfehler, unter Hinzunahme der Beziehung $J = C \cdot \operatorname{tg} \alpha$ oder $C = \frac{\bar{J}}{\operatorname{tg} \alpha}$

$$i = C \cdot \frac{\beta}{\cos^2 \alpha} = \beta \cdot \frac{\bar{J}}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha} = \beta \cdot \frac{2J}{\sin 2\alpha}$$

Der in erster Linie wichtige prozentuale Fehler ergiebt sich also zu

$$\frac{i}{J} = \beta \cdot \frac{2}{\sin 2\alpha}.$$

Bei gleichmässiger Teilung (Gradteilung), also konstantem Betrag von β bezogen auf einen Skalenteil, wird dieser prozentuale Fehler ein Minimum, wenn $\sin 2\alpha$ ein Maximum wird. Dieses ist der Fall für $\sin 2\alpha = 1$ oder $\alpha = 45^0$, woraus folgt, dass die günstigsten Messverhältnisse vorliegen, wenn der Ausschlag α bei diesen Instrumenten in der Gegend von 45^0 sich bewegt.

8. Zuverlässigkeit und abgekürzte Rechnung.

Kritische Überlegungen der vorstehenden Art sind, vor Ausführung der definitiven Messung, bei den Vorversuchen zur Auswahl relativ günstiger Messverhältnisse nötig, um sich vor Selbsttäuschungen hinsichtlich der erreichbaren oder erreichten Zuverlässigkeit zu bewahren. Sie werden in der Regel zeigen, dass die prozentuale Sicherheit des Endwertes tiefer liegt als vielfach angenommen.

Bei Null- bezw. Kompensationsmethoden kann zwar mit sehr empfindlichen Instrumenten, deren Empfindlichkeit bei den gerade benutzten Messverhältnissen übrigens auch am besten empirisch geprüft und zahlenmässig

ausgedrückt wird, die relative Zuverlässigkeit der Messung (bezogen auf die Vergleichseinheiten) sehr hoch getrieben werden, in günstigen Fällen bis auf 0·01, ja 0·001 %: die absoluten Werte werden aber unter Berücksichtigung aller Unsicherheiten, wie Normalenänderung, Kontakt- bezw. Stöpselfehler, Auftreten kleiner Thermospannungen u. s. f., eine erheblich kleinere Zuverlässigkeit besitzen, die über 0·1 % wohl nur selten hinausgeht. Bei Ausschlagsmethoden, wie sie namentlich für die elektrotechnische Praxis wichtig sind, ist man von vornherein meist nicht imstande, diese Zuverlässigkeit merklich zu überschreiten, da die Zahl der zur Messung verfügbaren (nicht zu kleinen) Skalenteile, welche eine Schätzung auf $^1/_{10}$ noch sicher zulassen, im Mittel kaum über 100 liegt. Hierzu kommen die Skalenkorrektionen, deren Zuverlässigkeit eher tiefer liegt. In Wirklichkeit wird ein Messtechniker mit ausreichender Selbstkritik sogar keine so hohe Garantie für die Zuverlässigkeit seiner Endwerte in absoluten bezw. technischen Einheiten zu übernehmen bereit sein. Eine stichhaltige Garantie auf etwa $^1/_2$ % ist schon ganz beachtenswert und auch für alle praktischen Fälle der Technik, ja meist auch der Wissenschaft, völlig ausreichend. Alles, was darüber hinaus liegen will, setzt sich der Gefahr der Spitzfindigkeit aus und wird bei Messkundigen leicht Zweifel hervorrufen.

Diese durch die Zusammenfassung aller natürlichen Unsicherheiten in den Messgrundlagen gegebene Beschränkung der prozentualen Zuverlässigkeit des Resultates bringt es auch mit sich, dass man bei Anwendung der rechnerischen Verfahren in den allermeisten Fällen mit einer etwas sorgfältigen Rechenschieberbenutzung auskommt. Ferner wird man bei analytischer Behandlung — nach geeigneter Umformung der Ausdrücke, so dass unbequemere Funktionen auf die Basis $(1 + \delta)$ gebracht werden, worin δ klein gegenüber 1 ist — fast stets mit dem angenäherten Rechnungsverfahren ausreichen, welches darin besteht, dass man von der in eine Reihe entwickelten Funktion nur das erste Glied berücksichtigt. Die Zusammenstellung der folgenden abgekürzten Rechnungsausdrücke wird dem Messtechniker deshalb nützlich sein, weil sie ihm bei der Benutzung viel Zeit und viele unnötige Mühe ersparen können.

1. $(1 + \delta)^m = 1 + m\delta$ | $(1 - \delta)^m = 1 - m\delta$

also für $m = 2$ folgt $(1 + \delta)^2 = 1 + 2\delta$ | $(1 - \delta)^2 = 1 - 2\delta$

für $m = \frac{1}{2}$ folgt $\sqrt{1 + \delta} = 1 + \frac{1}{2}\delta$ | $\sqrt{1 - \delta} = 1 - \frac{1}{2}\delta$

für $m = -1$ folgt $\frac{1}{1 + \delta} = 1 - \delta$ | $\frac{1}{1 - \delta} = 1 + \delta$

für $m = -2$ folgt $\frac{1}{(1 + \delta)^2} = 1 - 2\delta$ | $\frac{1}{(1 - \delta)^2} = 1 + 2\delta$

für $m = -^1/_2$ folgt $\frac{1}{\sqrt{1 + \delta}} = 1 - \frac{1}{2}\delta$ | $\frac{1}{\sqrt{1 - \delta}} = 1 + {}^1/_2\delta$

2. $(1 \pm \delta)(1 \pm \gamma) = 1 \pm \delta \pm \gamma$ | $\frac{1}{(1 \pm \delta)(1 \pm \gamma)} = 1 \mp \delta \mp \gamma$

3. $\sin(x + \delta) = \sin x + \delta \cos x$ | sowie $\sin \delta = \delta$

4. $\cos(x + \delta) = \cos x - \delta \cos x$ | sowie $\cos \delta = 1$

5. $\operatorname{tg}(x + \delta) = \operatorname{tg} x + \frac{\delta}{\cos^2 x}$ sowie $\operatorname{tg} \delta = \delta$

6. Ist $m_2 = m_1 + \delta$, so kann man setzen $\sqrt{m_1 \cdot m_2} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)$

7. $ln(1 + \delta) = \delta - \frac{1}{2}\delta^2$

8. $ln(x + \delta) = ln\, x + \frac{\delta}{x} - \frac{1}{2}\frac{\delta^2}{x^2}$.

Ist man darüber im Zweifel, ob δ noch klein genug ist, um ohne zu grossen prozentualen Fehler dieses abgekürzte Rechenverfahren anwenden zu können, so braucht man nur das nächste Glied der Reihe hinzuzunehmen bezw. durch probeweises Einsetzen der vorliegenden Zahlen seine prozentuale Grösse zu überprüfen. So kann man bei etwas grösseren Winkeln δ, wenn man δ in Bogenmass ausdrückt, also für $\delta = \frac{\delta^0}{57{\cdot}3^0}$ setzt, noch mit den Beziehungen auskommen

$$\sin \delta = \delta\,(1 - \tfrac{1}{6}\delta^2)$$
$$\cos \delta = 1 - \tfrac{1}{2}\delta^2$$
$$\operatorname{tg} \delta = \delta\,(1 + \tfrac{1}{3}\delta^2).$$

B. Die elektromagnetischen Masseinheiten und Messnormalen.

I. Die elektrischen Masseinheiten und Masssysteme.

9. Verknüpfung der Bezugseinheiten durch die Krafteinheit.

Die Messung der physikalischen Grössen würde bei dem zunächst sich darbietenden Verfahren der Vergleichung, d. h. der Zurückführung auf gleichartige Bezugseinheiten eine Anzahl von vorerst unabhängig nebeneinander bestehender Masseinheiten liefern, welche durch die Anzahl der praktisch benutzten physikalischen Grundbegriffe bedingt wird. Dieses erste Stadium der Messtechnik würde also etwa dadurch gegeben sein, dass man unter dem Zwange des praktischen Bedürfnisses irgendeine brauchbar erscheinende Bezugseinheit durch Vereinbarung festsetzt, ohne Rücksicht auf die Bezugseinheiten anderer Grössen. In der Elektrophysik z. B. geschah dies (vgl. Hdb. I, 1 in **28**) durch Benutzung von 1 cm^3 entwickeltem Knallgas für die Einheit der Elektrizitätsmenge bezw. (durch Hinzunahme der Zeit in Sekunden) für die mittlere Intensität des Ausgleichs (Stromstärke); ferner durch Festsetzung einer bestimmten Leiterlänge (in Fuss), eines bestimmten Materiales (Kupfer) bei einem gleichförmigen, bestimmten Leiterquerschnitt (Bruchteil eines Zolles im Quadrat) als Einheit des elektrischen Widerstandes (vgl. Hdb. I, 1 in **24**, **27** und Hdb. I, 2 in **209**). Daselbst (Hdb. I, 2 in **209**) wurde auch auf den Fortschritt hingewiesen, den die Einführung des Quecksilberfadens durch W. v. SIEMENS für die praktische Messtechnik bedeutete,

ohne dass die Einheit für diese Messnormale zunächst den Boden des ersten Stadiums verliess.

Erst der Zusammenschluss oder richtiger die Aufstellung einer gegenseitigen Beziehung zwischen den Masseinheiten der einzelnen physikalischen Grössen ermöglicht eine Weiterentwicklung der messtechnischen Grundlagen in ein höheres Stadium. Dieses zweite Stadium wurde in seiner theoretischen Grundlage schon verhältnismässig früh durch das Einheitsbestreben aller Wissenschaft vorbereitet, und die hauptsächlichsten Beziehungen für die Schaffung des sogenannten absoluten Masssystems wurden durch die Arbeiten von W. Weber und Gauss geliefert (Hdb. I, 1 in 28). Angeregt wurde jener geistige Prozess durch die Entwicklung der Elektrophysik. Die Erkenntnis, dass einmal neben der unmittelbaren Vergleichung physikalischer Grössen eine mittelbare Messung mit Hilfe der physikalischen Grössenbeziehungen oder Gesetze, wie etwa des Gesetzes von Ohm, möglich sei, dass ein zweites Mal sehr verschiedene Gebiete der Physik, wie z. B. die altbekannte Mechanik und die in ihren Erscheinungen neu hinzugetretenen Gebiete der Elektrizität und des Magnetismus in den Massenantrieben (ponderomotorischen Wirkungen) ein Bindeglied besitzen, das sie einer messenden Vergleichung zugänglich machte, lieferte den Anstoss für die Verbindung verschiedener Gebiete der Physik durch Verknüpfung ihrer Grundbegriffe in dem absoluten Masssystem.

Wie also die Hinzuziehung der formulierten Gesetze oder physikalischen Grössenbeziehungen, z. B. $R = E : J$, zunächst die Reduzierung einer Masseinheit, etwa von R, auf die Masseinheiten anderer Grössen, hier E und J, desselben Gebietes ermöglicht, so lässt das Auftreten mechanischer Kraftwirkungen zwischen den Energieträgern in verschiedenen Gebieten, wie sie z. B. die Gesetze von Coulomb für elektrische bezw. magnetische Ladungen ausdrücken, eine weitere Verknüpfung ihrer Masseinheiten mit denjenigen der Mechanik zu. Ist so mit Hilfe der Kraftwirkungen, welche aus dem Fallbestreben der verschiedenen Energieformen entspringen (Hdb. I, 1 in **133** ff.), auch die Verknüpfung fast aller anderen Gebiete mit der Mechanik möglich, so ist die Krafteinheit als dynamische Grösse doch zur reproduzierbaren Masseinheit unmittelbar schlecht geeignet. Sie wird vielmehr in ihrer Wirkung gemessen, also durch die Massenbeschleunigung a nach dem dynamischen Grundgesetz

$$F = M \cdot a = M \cdot \frac{L}{T^2}$$

wodurch ihre Zurückführung auf drei Grundbegriffe der Mechanik: Masse M, Länge L und Zeit T erfolgt. Das Messen der Kraft F erfolgt sonach unter Benutzung negativer Exponenten mit Hilfe der Gleichung

$$F = M^1 \cdot L^1 \cdot T^{-2}$$

durch die Einheiten von M, L und T. Durch Heranziehung der von Coulomb formulierten Gesetze für die mechanische Kraftwirkung zwischen den Trägern der Elektrizitätsmengen m_e' und m_e'' zu

$$\frac{m_e' \cdot m_e''}{L^2} \qquad m_e^2 \cdot L^{-2} \ (\text{für } m_e' = m_e'' = m_e)$$

und in der gleichen Weise auch für die (hypothetischen) Magnetismusmengen (Polstärken) m'_μ und m''_μ liess sich bei Gleichsetzung der linken Gleichungsseiten, d. h. bei gleicher Grösse der Kraft F aus

$$m_\epsilon^2 \cdot L^{-2} = M^1 \cdot L^1 \cdot T^{-2}$$

für m_ϵ ein Ausdruck

$$\sqrt{\frac{M^1 \cdot L^1 \cdot T^{-2}}{L^{-2}}} = M^{1/2}\, L^{3/2}\, T^{-1}$$

ableiten, der als sogenannte Dimensionsformel der Elektrizitätsmenge die Zusammensetzung ihrer Bezugseinheit aus den Bezugseinheiten der mechanischen Grundgrössen angab unter der Voraussetzung, dass für beide Gebiete dieselbe Krafteinheit der Messung zu Grunde gelegt wird. Dieselbe Formel ergiebt sich zunächst auch für die magnetische Polstärke (hypothetische Magnetismusmenge) m_μ. Da weiterhin m_ϵ und m_μ durch gesetzmässige Beziehungen mit allen übrigen Grössen ihrer Gebiete zusammenhängen, so liessen sich mit Hilfe dieser für alle Grundgrössen des gesamten elektromagnetischen Gebietes entsprechende Dimensionsformeln (vgl. Tabelle I, S. 21) ableiten, die nur jene drei mechanischen Grundgrössen enthielten und eine Zurückführung der Masseinheiten aller dieser Grössen auf die Masseinheiten von M, L und T ermöglichten. Unter Zugrundelegung derselben Krafteinheit gelang es so, die Unabhängigkeit, aber auch gleichzeitig die Willkür in der Wahl der Bezugseinheiten der Grössen aller physikalischen Gebiete, für welche sich derartige Dimensionsformeln aufstellen liessen, zu beseitigen und durch ein einheitliches (absolutes) System von gegenseitig abhängigen und vergleichbaren Masseinheiten zu ersetzen.

10. Absolute Masssysteme und CGS-System.

Dieses so geschaffene „absolute“ Masssystem[1]) gewährt aber zunächst nur einen (relativen) inneren Zusammenhang der verschiedenen Masseinheiten unter sich, ohne über ihre absolute Grösse eine bestimmte Festsetzung zu treffen. Diese hängt erst ab von der absoluten Grösse der das Bindeglied abgebenden Krafteinheit. Jene innere Beziehung gilt zunächst für jede beliebig, aber für alle Gebiete gleich gewählte Bezugseinheit von F. Solcher Bezugseinheiten und damit solcher absoluten Masssysteme giebt es aber noch unendlich viele, denn je nachdem man in der Gleichung

$$F = M^1 \cdot L^1 \cdot T^{-2}$$

für die Masse M oder die Länge L oder die Zeit T irgend eine beliebig und zunächst noch willkürlich gewählte Bezugseinheit, wie z. B. die Masse eines Pfundes Wasser, die Länge eines englischen Zolles und die Zeit einer Minute mittlerer Sonnenzeit, einsetzt, erhält man eine bestimmte Krafteinheit, welche als Grundlage für ein absolutes Masssystem dienen kann. Unter dieser

1) Neuerdings (siehe 1904 Ph. Z. V, 697) hat SCHREBER darauf hingewiesen, dass dieses „physikalische“ Masssystem von GAUSS mit der Masse als dem dritten Grundbegriff, wegen der Proportionalität des Stoffes sowohl mit dem Gewicht (der Anziehung) als mit der Masse, dauernde Verwirrung anrichtet und eigentlich besser wieder durch das GALILEIsche Masssystem ersetzt würde. Dieses mehr „technische“ Masssystem, das sich praktisch noch heute in der Technik erhalten hat, fussend auf dem „Kraftsinn“, welchen jeder Mensch in seinen Muskeln besitzt, enthält als dritten Grundbegriff die unmittelbarer fassbare Kraft bezw. deren Einheit.

Mannigfaltigkeit von Krafteinheiten und der die Krafteinheit bestimmenden Einheiten von M, L und T muss nun durch Übereinkommen noch eine bestimmte Krafteinheit ausgesucht werden, deren absolute Grösse, durch die absoluten Grössen von M, L und T bedingt, die Grundlage für ein nunmehr eindeutiges absolutes Masssystem liefert und damit erst auch die Bezugseinheiten aller übrigen Grössen des Systems in ihren absoluten Beträgen festlegt. Als diese Krafteinheit ist durch Übereinkommen der Wissenschaftsvertreter diejenige Kraft gewählt worden, welche der Masse von 1 g die Beschleunigung (a) von 1 cm, d. h. in der Sekunde den Geschwindigkeitszuwachs von 1 cm erteilt. Das dergestalt unter den absoluten Masssystemen ausgewählte hat man nach diesen Bezugseinheiten für L, M und T als das Centimeter-Gramm-Sekunden-System oder kürzer als das CGS-System bezeichnet. Die Krafteinheit, welche für dieses CGS-System das Bindeglied zwischen den einzelnen Gebieten der Physik darstellt und ihrer absoluten Grösse nach dem Druck entspricht, den 1·02 mg im Meeresniveau auf ihre Unterlage ausüben, ist mit der Bezeichnung 1 Dyn (früher auch dyne geschrieben) belegt worden.

Bei dieser anscheinend rein erfahrungsmässigen Ableitung der Dimensionsformeln für die Grössen des elektromagnetischen Gebietes und der Festsetzung ihrer Masseinheiten war aber doch übersehen worden, dass stillschweigend eine Unvollständigkeit in Gestalt der später als unrichtig erkannten Fluidumshypothese mit eingedrungen war, die eine kritische Beleuchtung des Wertes der so erhaltenen Dimensionsformeln auf dem elektromagnetischen Gebiet notwendig macht. Hatte das merkwürdige Ergebnis, dass bei Benutzung der Formulierung von Coulomb die Elektrizitätsmenge m, und die „Magnetismusmenge" (Polstärke) m_u dieselbe Dimensionsformel für beide ergab und bei den Wechselbeziehungen beider Gebiete weiterhin auf ein zwiespältiges Masssystem führt, nämlich das elektromagnetische (EMM) auf der einen, das elektrostatische (ESM) auf der anderen, wohl schon manchem geheime Zweifel und Sorgen bereitet, so wurde die Unzulässigkeit der Annahme einer Fernwirkung auf elektromagnetischem Gebiet durch die Arbeiten von Faraday, Maxwell und Hertz unzweideutig nachgewiesen (vgl. Hdb. I, 1 in **61** ff. und Hdb. I, 2 in **201** ff.) und dadurch zugleich die Unvollständigkeit der Formulierung Coulombs aufgedeckt. Die hier stillschweigend angenommene Einheitlichkeit und Konstanz des Mediums in elektrischer bezw. magnetischer Eigenschaft, nämlich die stillschweigende Einführung seines Materialkoeffizienten als 1 in die Formeln Coulombs, erwies sich als unrichtig, das Medium, als wahrer Sitz der Energie, vielmehr als in zweifacher Richtung gegenüber jener Annahme differenziert. Einmal in qualitativer, insofern bei ihm ein elektrischer Mediumskoeffizient (Dielektrizitätskonstante $\varkappa$) von einem magnetischen (Permeabilität μ) scharf zu unterscheiden war, ein zweites Mal in quantitativer, insofern dieses $\varkappa$ und μ zwar in Luft sehr nahe gleich der Einheit, d. h. gleich dem Wert im angenähert luftleeren Raum war, aber immerhin doch einen Sonderfall darstellte, der bei Coulombs Formulierung unter dem Druck einer bestimmten Anschauung (Hdb. I, 1 in 8) verallgemeinert worden war.

Für den vorliegenden Fall der Ausgestaltung der Dimensionsformeln ist die qualitative Seite, d. h. die Einführung zweier in ihrer Wesenheit voneinander verschiedener Faktoren in die vervollständigte Formulierung der Coulombschen Gesetze und damit auch in die Dimensionsformeln besonders wichtig.

Für die elektrostatische Kraftwirkung F zweier Ladungen m_e' und m_e'' — infolge Kontrastes ihrer elektrischen Felder (vgl. Hdb. I, 1 in **133** ff.) — ergiebt sich somit bei dem Abstande l ihrer Zentren

$$F = \frac{1}{\varkappa} \cdot \frac{m_e}{l^2}$$

wenn $\varkappa$ die Dielektrizitätskonstante des Zwischenmediums zwischen den beiden geladenen Kugeln bezeichnet. Ähnlich folgt für die magnetische Kraftwirkung F zwischen zwei punktförmig konzentriert gedachten Magnetpolen oder Magnetismusmengen m_μ' und m_μ'' — infolge Kontrastes ihrer magnetischen Felder (Hdb. I, 2 in **180**, **274**)

$$F = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{[illegible]}{l^2}$$

wenn μ die magnetische Permeabilität des Zwischenmediums bezeichnet.

Hieraus folgt alsdann zunächst allgemein als Dimensionsformel für die Elektrizitätsmenge m_e

$$m_e = \sqrt{\varkappa} \cdot \sqrt{l^2 \cdot F}$$

oder, wenn man sich unter Wahl der Einheit von F = 1 Dyn für das CGS-System entscheidet

$$m_e = \sqrt{\varkappa} \cdot \sqrt{C^2 \cdot C^1 \cdot G^1 \cdot S^{-2}} = \varkappa^{1/2} \cdot [C^{3/2} \cdot G^{1/2} \cdot S^{-1}].$$

In entsprechender Weise erhält man den auf das Coulombsche Gesetz aufgebauten Ausgangswert der magnetischen Reihe der Dimensionsformeln, d. h. die Gleichung für die magnetische Polstärke (Magnetismusmenge) m_μ

$$m_\mu = \sqrt{\mu} \cdot \sqrt{l^2 \cdot F} \text{ bezw. } \sqrt{\mu} \cdot \sqrt{C^2 \cdot C^1 \cdot G^1 \cdot S^{-2}} = \mu^{1/2} [C^{3/2} \cdot G^{1/2} \cdot S^{-1}].$$

11. Arten und Bedeutung der Dimensionsformeln.

Aus diesen beiden Gleichungen lassen sich die Dimensionsformeln für die Einheiten der wichtigsten elektromagnetischen Grundbegriffe oder Messgrössen unter Benutzung der früher (siehe Hdb. I) entwickelten Beziehungen ableiten, wie sie in Tabelle I unter den Vertikalreihen 4 und 5 zusammengestellt sind.

Zu nebenstehender Tabelle I ist bezüglich der Reihenfolge, sowie der in mancher Beziehung von der sonst üblichen abweichenden Art der Ableitung noch folgendes zu bemerken:

Aus den Werten No. 1 und 3, welche das vervollständigte Coulombsche Gesetz liefert, ergeben sich zunächst die gleich dimensionierten Gesamtfelder aus der Festsetzung, dass die Feldstärke sowohl elektrisch als magnetisch den Wert von 1 CGS-Einheit besitzt in 1 cm Entfernung vom Kraftlinienzentrum (der Ladung $Q = 1$ bezw. $m_\mu = 1$). Da konzentrische Kugeloberflächen dieselbe Kraftliniensumme oder dasselbe Gesamtfeld besitzen müssen, so folgt hieraus der Eintritt des Faktors 4π in die Formeln von No. 2 und 4, denn die Kugeloberfläche von 1 cm Radius besitzt 4π cm² und jedes cm² stellt die Einheitsfeldstärke mit einer Kraftlinie dar. Gleichzeitig ergiebt sich die magnetische Felddichte B (No. 5)

$$B = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{m_\mu}{l^2} = \frac{N}{q}.$$

Tabelle I.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
No.	Messgrösse oder Grundbegriff	Symbole und Ableitungs-Beziehungen	Dimensionsformeln des EMM	Dimensionsformeln des ESM	Technische Einheiten: Bezeichnung	Technische Einheiten: CGS-Einheiten des EMM	Einheitliche Dimensionsformeln nach Föppl für $\mu = C^{-1} S$; $\varkappa = C^{-1} S$	Einheitliche Dimensionsformeln nach Andriessen für $\mu = \varkappa = \frac{1}{v} = \frac{1}{f} = C^{-1} S$
1	Elektrizitätsmenge	$Q = \sqrt{\varkappa} \cdot \sqrt{F \cdot l^2}$	$C^{1/2} G^{1/2} \cdot \mu^{-1/2}$	$C^{3/2} G^{1/2} S^{-1} \cdot \varkappa^{1/2}$	Coulomb	10^{-1}	$C \cdot G^{1/2} \cdot S^{-1/2}$ (1–4)	$C^2 S^{-1}$ (1–4)
2	Elektrisches Feld	$N_{el} = 4 \pi Q$	$C^{1/2} G^{1/2} \cdot \mu^{-1/2}$	$C^{3/2} G^{1/2} S^{-1} \cdot \varkappa^{1/2}$	Elektrische Induktionslinie (Kraftlinie)	$\frac{1}{4 \pi \cdot 9} \cdot 10^{-20}$		
3	Magnetische Polstärke	$m_{\mu} = \sqrt{\mu} \cdot \sqrt{F \cdot l^2}$	$C^{3/2} G^{1/2} S^{-1} \cdot \mu^{1/2}$	$C^{1/2} G^{1/2} \cdot \varkappa^{-1/2}$				
4	Magnetisches Feld	$N = 4 \pi \cdot m_{\mu}$	$C^{3/2} G^{1/2} S^{-1} \cdot \mu^{1/2}$	$C^{1/2} G^{1/2} \cdot \varkappa^{-1/2}$	Magnetische Induktionslinie (Kraftlinie)	1		
5	Magnetische Felddichte	$B = \frac{N}{q}$	$C^{-1/2} G^{1/2} S^{-1} \cdot \mu^{1/2}$	$C^{-1/2} G^{1/2} \cdot \varkappa^{-1/2}$	dto. auf 1 cm²	1	$C^{-1} G^{1/2} S^{-1/2}$	S^{-1}
6	Elektrische Spannung	$E = \frac{N}{t}$; $e = \frac{dN}{dt}$	$C^{3/2} G^{1/2} S^{-2} \cdot \mu^{1/2}$	$C^{1/2} G^{1/2} S^{-1} \cdot \varkappa^{-1/2}$	Volt	10^8	$C G^{1/2} S^{-3/2}$ (6–7)	$C^2 S^{-2}$ (6–7)
7	Elektrische Stromstärke	$J = \frac{F}{H \cdot l}$	$C^{1/2} G^{1/2} S^{-1} \cdot \mu^{-1/2}$	$C^{3/2} G^{1/2} S^{-2} \cdot \varkappa^{1/2}$	Ampere	10^{-1}		
8	Elektrischer Widerstand	$R = \frac{E}{J}$	$C^1 S^{-1} \cdot \mu$	$C^{-1} S^1 \cdot \varkappa^{-1}$	Ohm	10^9	1	1
9	Kapazität (elstat)	$C = \frac{Q}{E}$	$C^{-1} S^2 \cdot \mu^{-1}$	$C \cdot \varkappa^1$	Farad	10^{-9}	S (9–10)	S (9–10)
10	Selbstinduktions-koeffizient	$L = \frac{N}{J}$	$C \cdot \mu^1$	$C^{-1} S^2 \cdot \varkappa^{-1}$	Henry (Sek · Ohm)	10^9		
11	Elektrische Leistung	$W = E \cdot J$	$C^2 G S^{-3}$	$C^2 G S^{-3}$	Watt	$10^7 \left(\frac{\text{Erg}}{\text{Sek}}\right)$	$C^2 G S^{-3}$	$C^1 T^{-4}$
12	Elektrische Arbeit	$A = E \cdot J \cdot T$	$C^2 G S^{-2}$	$C^2 G S^{-2}$	Joule (Watt · Sek)	10^7 Erg	$C^2 G S^{-2}$	$C^1 T^{-3}$
13	Magnetisches Gefälle („Feldstärke“)	$H = \frac{B}{\mu}$	$C^{-1/2} G^{1/2} S^{-1} \cdot \mu^{-1/2}$		Gauss $\left(= 0{\cdot}8 \frac{AW}{cm}\right)$	1	$G^{1/2} S^{-3/2}$	$C^1 S^{-2}$
14	Magnetischer Widerstand	$S_m = \frac{H \cdot l}{N}$	$C^{-1} \cdot \mu^{-1}$			1	S^{-1}	S^{-1}

Hieran schliesst sich am besten die Ableitung der CGS-Einheit der EMK als die Spannung, welche beim Bewegen eines Leiters von 1 cm Länge in dem magnetischen Einheitsfeld senkrecht zu den Kraftlinien entsteht, oder einfacher beim Schneiden von 1 magnetischen Kraftlinie in 1 Sekunde nach der Induktionsgleichung (Hdb. I, 1 in **99**)

$$\pm e = \mp \frac{dN}{dt}$$

im Leiter induziert wird. Diese technisch unbequem kleine Einheit ist für praktische Zwecke durch den 10^8fachen Wert ersetzt und als Volt daher die Spannung eingeführt worden, welche beim Schneiden von 100 000 000 Kraftlinien in der Zeiteinheit 1 Sekunde induziert wird.

Die Ableitung der Stromstärkeeinheit ist hier aus der ponderomotorischen Kraftwirkung F nach der Gleichung (siehe hierzu in **24**)

$$F = J \cdot B \cdot l \text{ oder } J = \frac{F}{B \cdot l}$$

erfolgt. unter Einsetzung der schon feststehenden Dimensionen für F, B und l. Die CGS-Einheit, welche sich bei Wahl der CGS-Einheiten für diese drei Grössen ergiebt, ist technisch durch das Ampere $= \frac{1}{10}$ CGS-Einheit ersetzt worden.

Die folgenden Grössen schliessen sich ohne weiteres unter Benutzung der unter Vertikalreihe 3 angeführten Beziehungen an.

Erwähnenswert bleibt noch, dass die Stromstärke J neben der Ableitung aus der elektromagnetischen Beziehung auch eine Ableitung aus der elektrostatischen Grösse der Elektrizitätsmenge Q auf Grund der Definition $J = \frac{Q}{t}$ zulässt, indem man sie als die Elektrizitätsmenge definiert, die bei elektrodynamischen Ausgleichvorgängen in der Zeiteinheit ($t = 1$ Sekunde) den vollen Kreislaufquerschnitt durchsetzt. Dies liefert bei No. 7 neben der Dimensionsformel des EMM eine hiervon abweichende des ESM. Umgekehrt kann man aus ersterer für $Q = J \cdot t$ die EMM-Formel für Q ableiten u. s. f.

Die Verschiedenheit der beiden Reihen von Dimensionsformeln (unter 4 und 5), welche so entstehen, lässt sich zum Verschwinden bringen, wenn man das Verhältnis der beiden Reihen gleich der Einheit setzt. Bildet man z. B. bei No. 7 oder 1 dies Verhältnis, indem man den ESM-Ausdruck (unter 5) durch den EMM-Ausdruck (unter 4) dividiert, so erhält man als Quotient $C^1 S^{-1} \cdot \sqrt{\varkappa \cdot \mu}$. Setzt man diesen Ausdruck zur Überführung der einen Dimensionsformel in die andere gleich Eins und ersetzt gleichzeitig $C^1 S^{-1}$ durch das einheitliche Symbol v der Geschwindigkeit, so folgt hieraus die Grundbeziehung der elektromagnetischen Lichttheorie (vgl. Hdb. I, **3** in § 36)

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu \cdot \varkappa}}$$

und gleichzeitig folgt aus der Grösse der Einheiten, dass $v = 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$, d. i. gleich der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen in Luft bezw. Vakuum, also für $\mu = 1$ und $\varkappa = 1$ ist.

Ferner ist es nötig zu bemerken, dass die Benutzung der vervollständigten Dimensionsformeln, wie sie die Vertikalreihen 4 und 5 enthalten und wie sie einer folgerichtigen Benutzung der Feldauffassung als Grundlage

entsprechen würde, in der heutigen Physik nicht üblich ist. Vielmehr hat diese die ursprünglichen Dimensionsformeln beibehalten, wie sie im Anschluss an die Arbeiten von COULOMB, GAUSS und WEBER zuerst von FOURIER eingeführt und von MAXWELL und JENKIN weiter ausgebaut wurden. Den Einfluss des Auffassungswechsels, wie er endgültig nach den Arbeiten von HERTZ (Hdb. I, 2 in 201 ff.) notwendig wurde, hat man formell dadurch unschädlich gemacht, dass man — allerdings sehr willkürlich — die beiden Material- oder Mediumskoeffizienten μ und $\varkappa$ als dimensionslos erklärte, d. h. in den Dimensionsformeln gleich 1 setzte, wodurch sie in den Formeln unter 4 und 5 scheinbar herausfallen und diese Formeln alsdann in die heut in der Physik noch meistens benutzten Dimensionsformeln überführen.

Auf diese Willkür hat zuerst FÖPPL (siehe Einführung in die MAXWELLsche Theorie, Leipzig, bei Teubner 1894) nachdrücklich hingewiesen und gleichzeitig einheitliche Dimensionsformeln angegeben. Solche erhält man unter Benutzung der Gleichung (siehe oben) $v^2 = \mu^{-1} \cdot \varkappa^{-1}$, wenn man μ und $\varkappa$ je gleich einer reziproken Geschwindigkeit setzt, d. h. ihnen die Dimension $C^{-1} S^1$ erteilt. Dieses einheitliche System von Dimensionsformeln, in welchem der elektrische Widerstand als dimensionslos erscheint, ist unter Vertikalreihe 8 aufgeführt.

Noch einen Schritt weiter ist ANDRIESSEN (siehe Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaft, 1902, Bd. VIII, Seite 50) gegangen, indem er annimmt, dass die Erscheinung der Gravitation gleichfalls keine Fernwirkung, sondern eine Felderscheinung ist, d. h. dass der Sitz der Gravitationskräfte nicht in den Körpern, sondern in dem durch die letzteren gleichsam gestörten Medium zu suchen ist. Dieser Analogieschluss, dem auf Grund der Wissenschaftsentwickelung auf elektromagnetischem Gebiet eine gewisse Berechtigung nicht abzusprechen ist, folgt bei ANDRIESSEN der weitere, dass alsdann bei der Gravitationsgleichung $F = f \cdot \frac{M' M''}{l^2} = f \cdot G^2 \cdot C^{-2}$ die Einführung einer sogenannten Gravitationskonstanten f notwendig wird, welche vom Medium abhängt, und dass f die Dimension einer Geschwindigkeit habe. Setzt man dies $f = v = C^1 S^{-1}$ in die Gleichung $F = f \cdot G^2 C^{-2}$ ein und ersetzt F durch die Dimensionsformel $C^1 G^1 S^{-2}$, so ist hierdurch eine Zurückführung der Masse (G) auf die Dimensionen Länge und Zeit gegeben, da sich ergiebt

$$M = L^2 T^{-1} \quad \text{oder} \quad G = C^2 S^{-1}.$$

Da hierdurch der Massenbegriff aus den Grundbegriffen ausscheidet, so folgt zunächst $F = L^3 T^{-3}$ bezw. $C^3 S^{-3}$ und weiterhin die unter 9 aufgeführten Dimensionsformeln. Dieses so erhaltene System von Dimensionsformeln unterscheidet sich von den vorhergehenden vorteilhaft dadurch, dass die gebrochenen Exponenten ganz entfallen, die übrigen Einheiten also auf ganze Potenzen der Länge und Zeit bezw. des Centimeters und der Sekunde zurückgeführt sind.[1])

Zeigt zunächst die Verschiedenheit der Dimensionsformeln einer und derselben Messgrösse unter 4 und 5, dass die Dimensionsformeln nicht eindeutig sind, sondern von der benutzten Beziehung, d. h. dem herangezogenen

1) Über weitere Dimensionsformeln, wie die von JOUBIN, der $\varkappa = L M^{-1} T^2$ und $\mu = L^{-3} M$ setzt, sowie über die Kritik der verschiedenen Dimensionsformeln siehe ausser SCHREBER (1899, W. A. 68, 606) auch HESEHUS (1902, Ph. Z. III, 561) und GORCZYNSKI (1902, Ph. Z. IV, 152).

Naturgesetz, abhängen, so zeigt die Möglichkeit ihrer Umgestaltung in die Formeln unter 8 und 9 vollends, dass es vergeblich ist, hinter den Dimensionsformeln eine tiefere Bedeutung zu suchen. Ist man sich einmal hierüber klar geworden und hat man die Einsicht gewonnen, dass ihr Wert einzig und allein darin besteht, die beiden Seiten einer begrifflichen Gleichung schnell auf ihre notwendige Homogenität überprüfen zu können, d. h. durch sie eine rasche Kontrolle zu besitzen, um nach längerem Operieren und Rechnen mit Begriffen verschiedener Dimension das Endresultat auf begriffliche Richtigkeit durch Vergleichung der beiderseitigen Dimensionen prüfen zu können, so ist es eigentlich gleichgültig, oder besser durchaus Geschmacksache, welches System von Dimensionsformeln man benutzt. Unter diesem Gesichtspunkte erscheint auch das Auftreten gebrochener Exponenten weniger bedenklich, vorausgesetzt, dass man ihnen eine tiefere physikalische Bedeutung von vornherein abspricht.

Schliesslich wäre noch zu bemerken, dass der Schluss in der Verbindung der elektromagnetischen CGS-Einheiten mit den Einheiten der übrigen Physikgebiete, soweit sie diesem System eingereiht sind, durch die Energiebegriffe bezw. -einheiten erfolgen kann, welche unter No. 11 und 12 angeführt sind; sie lassen sofort erkennen, dass sie von μ und $\varkappa$ unabhängig sind und deshalb in den Vertikalreihen 4, 5 und 8 übereinstimmende Formulierungen aufweisen. Die Verbindung ist durch die zuerst von Joule aufgestellte Beziehung zwischen der umgesetzten elektrischen Energie und der entwickelten Wärmemenge gegeben (Hdb. I, 2 in 277), wonach

1 Joule (oder Wattsekunde) = 0·24 Grammkalorien

zu setzen ist.

2. Die Messnormalen.

12. Normalmessgeräte für Stromstärken.

Ist, wie im vorigen Kapitel gezeigt, ein einheitliches System von Masseinheiten im CGS-System und von unmittelbar daraus abgeleiteten technischen Masseinheiten (siehe Vertikalreihe 6 und 7 der Tabelle) auf Grund der elektromagnetischen Gesetze geschaffen, so bleibt doch zu dieser mehr theoretischen Seite jetzt noch die Ergänzung zu behandeln in Gestalt der praktisch ausgebildeten Messnormalen. Da man nämlich mit den Definitionen, wie sie das Masssystem darstellt, nicht messen kann, so bedarf die Messtechnik zum Vergleich oder zur Eichung direktzeigender Messinstrumente in jenen (absoluten) Einheiten noch greifbarer Zwischenglieder, wie Normalwiderstände, Normalelemente, Normalstrommessgeräte u. s. f. Diese Zwischenglieder müssen auf Grund feststehender Anweisungen mit ausreichender Genauigkeit beliebig oft reproduzierbar sein, nachdem ihr Zusammenhang mit dem absoluten Masssystem, speziell den CGS- oder technischen Einheiten, durch sogenannte absolute Bestimmungen mit ausreichender Zuverlässigkeit festgelegt ist, was durch Zurückgehen auf die Grundmasse: Länge, Masse, Zeit und die Kraftwirkungen zu geschehen hat bezw. geschehen ist.

So sind z. B. durch die absoluten Stromstärkebestimmungen mit Hilfe von Tangentenbussolen (Hdb. I, 1 in 28) oder auch von absoluten Dynamometern (Stromwagen) ein für allemal die elektrochemischen Äquivalentgewichte der durch die Stromstärkeeinheit (CGS-Einheit bezw. Ampere) niedergeschlagenen d. h. zersetzten Silber- und Kupfermenge bestimmt worden. Diese Normalstrom w i r k u n g ist durch die neuesten Arbeiten auf etwa $^1/_5$ %

des wahren (absoluten) Wertes festgelegt unter der Voraussetzung, dass die Anweisung für die Messverhältnisse und Messbedingungen genau eingehalten wird. Für Stromstärken ist also, neben den absoluten Messinstrumenten mit aus den Dimensionen berechneten Konstanten, das Voltameter, und zwar in erster Linie das Silbervoltameter das Zwischen- oder Bindeglied für die Eichung von Stromstärkemessern in absoluten Einheiten ohne Benutzung des Glaubens an eine Vergleichsnormale in Gestalt eines geeichten Stromzeigers, oder auch zur Stützung dieses Glaubens. Die absoluten Stromstärkebestimmungen, wie sie von W. WEBER mit der (absoluten) Tangentenbussole zuerst durchgeführt wurden, werden heute praktisch nicht mehr mit Normalstromzeigern, sondern mit Hilfe der Normalanweisung für die elektrolytische Wirkung eines stationären Gleichstromes auf Voltameterbestimmungen zurückgeführt, was auch aus dem Wortlaut des D. R. G. kenntlich wird: „Ein unveränderlicher Strom hat die Stärke von 1 Ampere, wenn der Strom bei dem Durchgang durch eine Lösung von salpetersaurem Silber unter Einhaltung der für die Abscheidung günstigsten Bedingungen 0·001 118 g Silber in einer Sekunde mittlerer Sonnenzeit niederschlägt.“

Zur Vermeidung von Wiederholungen sei für alles weitere über Voltameter und Voltametereichungen auf die zweite Abteilung verwiesen.

In der praktischen Messtechnik wird man bei der Eichung von Stromzeigern an mehreren Skalenpunkten die Voltametereichungen wegen ihrer Umständlichkeiten und Fehlerquellen auch nach Möglichkeit vermeiden und die Eichung von Gleichstrominstrumenten lieber mit dem Kompensationsverfahren ausführen, wobei man unter Hinzunahme des OHMschen Gesetzes ($J = \frac{E}{R}$) auf Normalen der Grössen auf der rechten Seite zurückgeht. Dieses Verfahren unter Benutzung von Spannungsnormalen für E und von Widerstandsnormalen für R ist nicht nur weit bequemer, sondern nach dem heutigen Stande der Messtechnik auch praktisch zuverlässiger als die Eichung mit Voltametern. (Weiteres siehe in Hdb. II, 2.)

13. Normalelemente als Spannungsnormale.

Als Spannungsnormale verwendet man die EMK von als zuverlässig erprobten „Normalelementen“, d. h. von Primärelementen, deren Umsetzungsspannung bei praktisch verschwindender Stromlieferung, sowie richtiger, dauerhafter Zusammensetzung und Einhaltung der Vorschriften für den Gebrauch um weniger als die praktisch zulässigen Fehler von dem ein für allemal bestimmten Wert abweicht. Unter den höheren neuzeitlichen Ansprüchen an Messgenauigkeit ist die Zahl der zulässigen Normalelemente gegen früher sehr viel geringer geworden. WARREN DE LA RUE-Elemente ferner DANIELL-Elemente in verschiedenen Ausführungen, wie die von KITTLER, FLEMING u. s. w., welche früher manchmal noch unter den Spannungsnormalen genannt wurden, sind viel zu schwankend und unbestimmt in ihrem Spannungswert. Gegenwärtig sind es nur zwei Zusammenstellungen, die man als Normalelemente oder Spannungsnormalen anerkennen kann, nämlich das Normal-CLARK- und das Normal-WESTON-Element.

Für das Normal-CLARK mit der Zusammensetzung

$$- \text{Zink-Zinksulfat-Quecksilbersulfat-Platin} +$$

wurde früher gewöhnlich der Spannungswert angegeben:

$$E_{15} \text{ in Volt} = 1{\cdot}433 - 0{\cdot}00115\ (t - 15^0).$$

Nach Untersuchungen von K. KAHLE in der Ph. T. R. wäre aber richtiger

$$\bar{E}_{15} = 1\cdot4329 \text{ Volt und } \bar{E}_0 = 1\cdot4493 \text{ Volt}$$

und somit der Temperaturkoeffizient $\alpha_t = 0\cdot00109$ zu setzen. In gewissen Fällen, namentlich bei merklichen Temperaturschwankungen im Messraum, macht sich der verhältnismässig grosse Temperaturkoeffizient recht unangenehm bemerkbar und kann auch leicht zur Vergrösserung der Unsicherheit beitragen.

Die zahlreichen Versuche, ein zuverlässiges Normalelement mit möglichst kleinem Temperaturkoeffizienten zusammenzustellen, waren am erfolgreichsten beim Cadmiumelement von WESTON. Bei einer Zusammensetzung

— Cadmiumamalgam (7 bis 14 prozentig) -Cadmiumsulfat-Quecksilber +

wurden zunächst Spannungen

$$\bar{E}_{20} \text{ in Volt zwischen } 1\cdot0196 \text{ und } 1\cdot0204 \text{ Volt}$$

beobachtet, die aber nach den neuesten Bestimmungen von K. KAHLE durch

$$\bar{E}_{20} = 1\cdot0186 \text{ Volt}$$

zu ersetzen wären.

Zwischen den praktisch meist in Frage kommenden Grenzen von 10^0 bis 40^0 C. ist der Temperaturkoeffizient so klein, dass man ihn vernachlässigen kann, weshalb bei den praktisch ausgeführten Normalelementen auch das Thermometer weggelassen wird. Auch hier sei wegen aller weiteren Ausführungen über Normalelemente auf den zweiten Abschnitt verwiesen.

Besonders zu erwähnen bleibt noch, dass die vorstehend angegebenen Zahlenwerte sich auf die Spannungseinheit beziehen, welche jetzt als „internationales Volt“ allgemein benutzt wird. Im Gegensatz zu letzterem steht das vorübergehend ein paar Jahre lang benutzte „legale Volt“, das um $3\,^0/_{00}$ kleiner ist. Diese Unterscheidung kommt daher, dass die Werte der Spannungsnormalen, z. B. hier die EMK der Normalelemente, nicht unmittelbar auf absolute Bestimmungen zurückgeführt wurden. Die Bestimmung ihrer „absoluten“ Werte wurde der leichteren Ausführbarkeit und der notwendigen Zusammenstimmung mit den anderen Grössen des OHMschen Gesetzes halber auf die oben definierte Einheit der Stromstärke von 1 Ampere und auf die absolute Widerstandseinheit von 1 Ohm zurückgeführt. Aus diesen beiden direkt auf die Grundmasse (CGS) zurückgeführten, d. h. absolut gemessenen Einheiten wurde also nach dem OHMschen Gesetz bestimmt:

$$1 \text{ Volt} = 1 \text{ Ampere} \times 1 \text{ Ohm}.$$

Hieraus folgt, dass der Wert des „wahren“ Volt von der aus den absoluten Ohmbestimmungen sich ergebenden Grösse des wahren Ohm abhängig war. Bei feststehendem Wert des wahren Ampere musste also das „wahre“ Volt sich direkt proportional mit dem „wahren“ Ohm ändern, also auch dessen Schwankungen mitmachen.

14. Widernormalen und Ohmbestimmungen.

Hiermit ist der Anschluss an die Widerstandsnormalen gegeben. Diese besitzen die greifbarste Form unter den elektrischen Ausgleichgrössen, d. h. den Grundgrössen: der elektrischen Spannung oder Druckdifferenz ($\bar{E}$) als der „obersten Thatsache“, der elektrischen Stromstärke ($\bar{J}$) als Wirkung und dem bedingenden elektrischen Ausgleichswiderstand (R) in Form von OHM-

schem (Reibungs-) Widerstand. Sie werden nämlich durch ein Stück Leitungsbahn für den elektrischen Strom dargestellt und hängen nur von deren Dimensionen und Materialbeschaffenheit ab nach der Formel

$$R = \frac{\quad}{q \cdot k}.$$

Hinsichtlich Bestimmbarkeit und Dauerhaftigkeit bezw. Unveränderlichkeit der in Frage kommenden Faktoren liegen also hier die Verhältnisse günstig, vorausgesetzt dass der Einfluss der praktisch fast allein als Korrektionsglied in Frage kommenden Temperatur Berücksichtigung findet, was unschwer durchführbar ist. (Weiteres siehe Hdb. I, 2 in **209** ff.)

Geschichtlich wäre hier daran zu erinnern, dass zuerst Ohm durch Einführung des Widerstandsbegriffes (Hdb. I, 1 in **24**) genötigt war, mit Widerstandseinheiten zu operieren, um eine Handhabe bei seinen experimentellen Untersuchungen zu besitzen. Er half sich hierbei, wie auch die Physik lange nach ihm, mit den sogenannten „reduzierten Längen", d. h. er rechnete bei demselben Leitungsmaterial, z. B. Kupferdrähten, unter Annahme der Homogenität hinsichtlich des spezifischen Leitvermögens k, die Leitungsstrecken mit verschiedenen Querschnitten auf denselben Einheitsquerschnitt um. Hierdurch erhielt er für beliebige Leitungsstrecken vergleichbare Widerstandswerte. So sagte er z. B., diese Spule hat fünf Fuss (reduzierte Länge) Widerstand, d. h. entspricht einem Kupferdraht von fünf Fuss Länge und dem Einheitsquerschnitt. Die ersten Widerstände wurden somit in Fuss als Einheiten ausgedrückt (siehe hierüber Hdb. I, 1 in **27**).

Wegen der Verschiedenheit des spezifischen Leitvermögens der damaligen Kupferdrähte und wegen des Mangels einer genauen Definition des Materials war eine allgemeinere, gleichsam internationale Verwendbarkeit nicht möglich, weil die Widerstandseinheit von einem Fuss Kupferdraht (reduzierte Länge) eben so stark schwankte wie k bei dem unter dem Namen Kupfer gehenden Material (siehe hierzu Hdb. I, 2 in **210** ff.).

Um dieser Misslichkeit zu entgehen, versuchte Jacobi in Petersburg (siehe hierzu auch Hdb. I, 1 in **26**) eine internationale Widerstandseinheit dadurch zu schaffen, dass er von demselben Kupferdraht ganz gleiche Längen von grosser Zahl anfertigte, diese mit einer bei sich als Originalmass oder Primärnormale aufbewahrten Länge verglich und die Sekundärnormalen an alle namhaften Elektrophysiker zum Gebrauch als Widerstandsnormale verschickte, um international vergleichbare Messungen zu ermöglichen. Doch fand er nicht ausreichendes Entgegenkommen für sein Bestreben, das einen allerdings nur beschränkten Fortschritt darstellte.

Physikalische Untersuchungen hatten ergeben, dass die grösste Gleichförmigkeit der Materialbeschaffenheit, d. h. des Faktors k bei derselben Temperatur, bei Quecksilber erzielbar war, weil infolge seiner Destillierbarkeit nicht nur die Definition, sondern auch die regelmässige Wiederbeschaffung eines Materials von stets gleichem spezifischem Leitvermögen (k) möglich ist. Bei allen anderen Leitern erster Klasse ist die Definition rein schon sehr schwierig, noch mehr aber die Herstellbarkeit, ja diese meist unmöglich. Die Heranziehung eines reinen Quecksilberfadens von bestimmten Dimensionen als Widerstandseinheit war die notwendige Folge dieser Untersuchung. Der Ausbau dieser Erkenntnis für messtechnische Zwecke wurde zuerst von W. v. Siemens 1860 (vgl. Wissensch. u. techn. Arbeiten Bd. I, 153, sowie auch

Hdb. I, 2 in **209**) in Angriff genommen, indem er als Widerstandseinheit den elektrischen Widerstand eines Fadens von reinem Quecksilber bei 0° C. mit den Dimensionen 1 m Länge und 1 mm² vorschlug und aus Neusilberdraht Widerstandsnormalen in diesen Einheiten (bei bestimmter, angegebener Temperatur abgeglichen) herstellte und in den Handel brachte. Diese Einheit war für elektrische Messungen lange Jahre unter dem Namen „Siemens-Einheit" (S. E.) in allgemeiner Benutzung und hat für die Entwickelung der Messtechnik sehr segensreich gewirkt.

Ein Mangel dieser Normalen bestand nur in ihrer willkürlichen Festsetzung ausserhalb des CGS-Systems. Bei weiterer Verwendung des letzteren, namentlich auch in den technischen Einheiten (Volt, Ampere, Ohm) galt es daher, Normalen in den technischen Einheiten, d. h. in Ohm herzustellen. Hierzu war es wiederum zunächst nötig, durch „absolute Ohmbestimmungen" den wahren Wert des Ohms in cm Quecksilberfaden auszudrücken; denn die Benutzung des destillierten Quecksilbers als Normal-Widerstandsmaterial ist bis heute unübertroffen, ebenso das von Siemens benutzte Prinzip seiner Benutzung in genau ausgemessenen Glasröhren (siehe in Hdb. II, 2) für absolute Messungen.

Die ersten absoluten Ohmbestimmungen gingen in ihren Resultaten in der vierten Stelle etwas weit auseinander, so dass das rasch entwickelte technische Bedürfnis nach einer genau definierten Widerstandsnormale die zunächst etwas willkürliche und auch als solche erkannte Festsetzung traf:

1 legales Ohm = 106·0 cm Quecksilberfaden von 1 mm² bei 0° C.

Diese anfängliche Unsicherheit erklärt sich aus der ausserordentlichen Schwierigkeit und Umständlichkeit der absoluten Ohmbestimmungen, welche durch Zurückgehen auf schon anderweitig festgelegte Einheiten (siehe Tabelle in **11**), wie magnetische Feldstärke, Leiterdimensionen und elektrische Stromstärke erfolgen muss. Unter Berücksichtigung des Einflusses der Einzelmessungen auf das Endresultat (vgl. in 7) wird bei dem grossen messtechnischen Umweg, welche die verschiedenen absoluten Ohmbestimmungen bedingen, die anfängliche Unsicherheit der vierten Stelle wohl erklärlich, wie durch die Angabe eines der hierbei benutzten Wege noch besser aufgezeigt werden möge. Die Zurückführung der Widerstandseinheit auf CGS-Einheiten der drei obengenannten Grössen kann erfolgen, indem man zunächst den genauen Wert der Horizontalintensität H des Erdfeldes in CGS-Einheiten an der Untersuchungsstelle und zur Untersuchungszeit ermittelt; diese an sich schon äusserst schwierige Feststellung möge für den Zeitpunkt der absoluten Ohmbestimmung etwa den Wert $H = 0{\cdot}2025$ CGS-Einheiten ergeben. Wird in diesem homogenen Felde ein Erdinduktor d. h. eine Drahtwicklung mit genau ausgemessener mittlerer Windungsfläche F (z. B. 1056 cm²) und der Windungszahl w (z. B. 200) genau um 180° um die Vertikalachse gedreht, so beträgt die von der Wicklung geschnittene Kraftlinienzahl

$$N = 2H \cdot F \cdot w = \int e\,dt = R \int i\,dt = R \cdot C_b \cdot a.$$

Werden die freien Enden der Wicklung durch ein Schwingungsgalvanometer geschlossen, dessen ballistische Konstante $C_b = C \cdot \frac{\tau}{\pi} \cdot k^a$ auf die Stromkonstante C in Amp. zurückgeführt ist, so erhält man für den Widerstandswert R des ganzen elektrischen Kreislaufes in wahren oder absoluten Ohm,

wenn man die geschnittene Kraftlinienzahl N mit 10^{-8} multipliziert,

$$R = \frac{2 \cdot H \cdot F \cdot n \cdot 10^{-9}}{C_0 \cdot \alpha}.$$

Weiteres über die verschiedenen möglichen Beziehungen zur Herleitung von R siehe in Wk. III, 2, über die Durchführung einer absoluten' Ohmbestimmung in Hdb. II, 2.

Die nach fünf verschiedenen Methoden an verschiedenen Orten der Erde in Angriff genommenen absoluten Ohmbestimmungen haben folgende Werte geliefert (siehe E. DORN, Kritischer Bericht über den wahrscheinlichen Wert des Ohm, Berlin 1893, S. 82 bis 85):

Beobachter	kleinster Wert	grösster Wert
KOHLRAUSCH	1·06264	1·06310
DORN	1·06235	1·06235
RALEIGH und SIDGWICK	1·06255	1·06288
ROWLAND, KIMBELL, DUNCAN . . .	1·06290	1·06290
ROWLAND 1887	1·06320	1·06320
JONES	1·06281	1·06307
GLANBROOK, DODDS, SERGENT . . .	1·06265	1·06299
HIMSTEDT	1·06257	1·06257
ROWLAND und KIMBELL	1·06310	1·06310
RALEIGH	1·06280	1·06312
WUILLEUMIER	1·06267	1·06285

Alle zuverlässigen Resultate wurden durch DORN kritisch bearbeitet, was zu dem Ergebnis führte, dass der wahrscheinlichste Wert des wahren Ohms nebst der Unsicherheit durch die Länge eines Quecksilberfadens von

$$1·06289 \pm 0·00024 \text{ m bei } 1 \text{ mm}^2$$

gegeben ist.

Auf Grund dieser Untersuchungen erfolgte die reichsgesetzliche Bestimmung: „Als Ohm (NB. zum Unterschied vom früheren legalen, jetzt gewöhnlich als internationales bezeichnet) gilt der elektrische Widerstand einer Quecksilbersäule von der Temperatur des schmelzenden Eises, deren Länge bei durchweg gleichem Querschnitt 106·3 cm und deren Masse 14·452 g beträgt, was einem Quadratmillimeter Querschnitt der Säule gleich geachtet werden darf.“

15. Ausführung der Widerstandsnormalen. Nebenkoeffizienten.

Was die gegenwärtige Ausführung der Normalen anlangt, so sei hier nur bemerkt, dass zur Vermeidung der lästigen Temperaturkorrektion jetzt nicht mehr Neusilber oder Nickelin wie früher, sondern meist Manganin oder auch Konstantan in Form von Blechen oder Drähten Verwendung finden (vgl. hierzu auch Hdb. I, 2 in 220). Über die Ausführung der Einzelwiderstände, deren Beglaubigung meist durch Vergleich mit den Normalen der Ph. T. R. erfolgt und welche als Grundnormalen I. Ordnung für alle Messlaboratorien gelten können, ebenso über die Ausführung von Widerstandssätzen nach Art von Gewichtssätzen für Präzisionsmessungen und kleinere Stromstärken ist in Hdb. II, 2 alles Nötige gesagt.

Der OHMsche Widerstand einer Leiterbahn ist ein reiner Gleichstromkoeffizient (vgl. hierzu Hdb. I, 2 in **209** ff.) und alle Nebenkoeffizienten der als Widerstandsnormale benutzten Leiterbahn werden bei stationärem Gleichstrom latent und brauchen nicht weiter berücksichtigt zu werden. Nicht so bei veränderlichem Strom und namentlich bei Wechselstrom. Da nun jede Strombahn ausser der Leitereigenschaft des OHMschen (Reibungs-) Widerstandes innerhalb der Strombahn noch andere Leitereigenschaften aufweist, also Nebenkoeffizienten mit dem Sitz ausserhalb der Strombahn (Feld) besitzt, welche auf die Strombildung von Einfluss sind und unter Umständen, z. B. bei Wechselstrom von hoher Wechselzahl, den effektiven Wert des Ausgleichwiderstandes verändern, so ist bei der Konstruktion der Widerstandsnormale hierauf Rücksicht zu nehmen, besonders wenn dieselben auch für Wechselstrommessungen Verwendung finden sollen.

Die drei Leitereigenschaften oder Nebenkoeffizienten, welche neben dem OHMschen Widerstand (als Hauptkoeffizient) Beachtung verdienen, sind die Kapazitätswirkung der Leiterbahn, ihr Selbstinduktionskoeffizient und ihr Wechselinduktionskoeffizient mit Nachbarbahnen. Für den Wechselstrommesstechniker praktisch bedeutungsvoll wird ihre Berücksichtigung namentlich bei den Widerstandssätzen mit höheren Beträgen oder, genauer, mit grösserer Längenausdehnung der Leiterbahn.

Die Kapazitätswirkung der Präzisionswiderstände, wie die jeder beliebigen Leiterbahn überhaupt, rührt davon her, dass zwischen den voneinander isolierten leitenden Oberflächen eine dielektrische Verschiebung in der trennenden Isolierschicht auftritt, sobald Spannung zwischen den Oberflächenteilen entsteht. Man könnte sich die über die ganze Strombahn verteilte Kondensatorwirkung der einzelnen korrespondierenden Leiterelemente durch die mittlere Kapazität C_m aller Kondensatorelemente ersetzt denken,

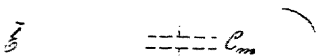
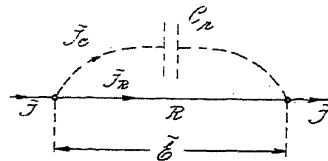



Fig. 5. Fig 6.

wie Fig. 5 andeutet. Für den Messtechniker ist es jedoch einfacher und besser, mit einer resultierenden Kapazität C_r zwischen den Enden des Widerstandes zu operieren, welche nach aussen praktisch gleichwertig mit jener verteilten Kapazität ist, wie Fig. 6 andeutet. Bei aufgedrückter Wechselspannung $\tilde{E}$ verkleinert diese (für gewöhnlich allerdings schwache) Kapazitätswirkung den resultierenden Ausgleichwiderstand Z in Ω, gegenüber dem Nennwert R in Ω, insofern der Ladestrom sich dem von Anfang bis Ende hindurchfliessenden Strom $\tilde{J}_R$ überlagert und die von aussen zugeführte Stromstärke $\tilde{J}$ vermehrt. Den Einfluss dieser Kapazitätswirkung kann man aus den beiden Ausgleichbeziehungen (siehe Hdb. I, 2 in **144**) herleiten:

$$Z = \frac{\tilde{E}}{\tilde{J}} \text{ und } i_C = C_r \cdot \frac{de}{dt}$$

wenn man einen bestimmten Spannungsverlauf einsetzt, d. h. bei aufgedrückter Wechselspannung etwa

$$e = e' \cdot \sin \alpha.$$

Alsdann wird

$$\tilde{J} = \sqrt{\tilde{J}_R^2 + \tilde{J}_C^2} = \sqrt{\left(\frac{\tilde{E}}{R}\right)^2 + (\tilde{E} \cdot \omega \cdot C_r)^2} = \tilde{E} \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C_r)^2}$$

und der Ausgleichwiderstand

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C_r)^2}} = \frac{R}{\sqrt{1 + (\omega \cdot C_r \cdot R)^2}}$$

Die Verkleinerung von R nimmt also sowohl mit dem Anwachsen von $\omega = \pi \cdot z = 2 \pi u$ als auch mit $C_r \cdot R$ zu, wobei dieser zweite Faktor von der Führung der Leiterbahn, sowie auch von der Unterteilung des Wertes R abhängt. Vor Eingehen auf diese speziellen Verhältnisse seien die beiden anderen Nebenkoeffizienten kurz betrachtet: Wegen der Verkettung mit magnetischen Kraftlinien besitzt jede Strombahn eine Selbstinduktionswirkung; bei der Nähe von Metallmassen mit merklicher Ausdehnung und elektrisch leitendem Zusammenhang eine Wechselinduktionswirkung. Jene vermehrt, diese vermindert den wirksamen Ausgleichwiderstand (Z).

Die Selbstinduktionswirkung von einfach aufgespulten Drahtrollen, wie man sie anfangs verwendete, machte sich zuerst praktisch fühlbar nicht nur bei Wechselstrom, sondern auch beim Ein- und Ausschalten von Gleichstrom, z. B. durch sogenannte Induktionsstösse bei der WHEATSTONE-Brücke. Bezeichnet man den Selbstinduktionskoeffizienten einer Drahtrolle, deren OHMscher Widerstand R sei, mit L, so ist allgemein

$$Z = R + L \cdot \frac{di}{dt} \cdot \frac{1}{i}$$

und für Wechselstrom

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = R \sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}.$$

Für kleine Werte des Verhältnisses $\left(\frac{\omega L}{R}\right)$ kann man hierfür setzen

$$R \left[1 + \tfrac{1}{2} \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2\right].$$

Man ging daher dazu über, die als Widerstandsnormalen benutzten Drähte bifilar aufzurollen.

Diese Ausführung von Widerstandsnormalen ergiebt für das magnetische Feld, welches mit der Leiterbahn verkettet ist, und damit für die Grösse L des Selbstinduktionskoeffizienten dieser Leiterstrecke ein Minimum, das durch die erforderliche Dicke der Isolierschichten des Drahtes bedingt wird. Nach der Formel für L wäre

$$L = l \left(0{\cdot}5 + 2 \, ln \frac{d}{r}\right) \text{ CGS - Einheiten},$$

wenn die ganze Drahtlänge l in cm und der Abstand d der beiden Drahtmitten in derselben Einheit wie der Drahtradius r gemessen wird (Hdb. I, 2 in **183**).

Der Einfluss der Wechselinduktion ist bei allen sorgfältig bifilar gewickelten Widerständen so gering, dass er praktisch vernachlässigt werden kann, wogegen ihre der Selbstinduktion entgegen arbeitende Wirkung bei einfachen Spulenwicklungen, wie sie namentlich für Selbstinduktionsnormalen (siehe unten) Verwendung finden, sehr als Fehlerquelle zu beachten, ist und ein peinliches Fernhalten grösserer geschlossener Metallmengen, ebenso wie anderer in sich geschlossener Wicklungen (Kurzschlusswicklungen) bedingt.

16. Resultierende Kapazität bei Bifilarnormalen.

Ist durch die bifilare Wicklung der Widerstandsrollen ein Minimum des magnetischen Feldes erzielt, so darf auf der anderen Seite nicht übersehen werden, dass das elektrische Feld, oder mit anderen Worten die Kapazität der Leiteranordnung, ein Maximum wird. Dass die so sich ergebende Kapazitätswirkung den noch verbleibenden Rest von Selbstinduktion nicht nur kompensieren, sondern auch noch eine ganz erhebliche resultierende Kapazität als Rest ergeben kann, scheint bisher nicht ausreichend erkannt worden zu sein. Zwar haben einzelne diesem Punkt ihre Aufmerksamkeit zugewendet, und es sind zwei Wicklungsarten für Widerstandsnormalen vorgeschlagen worden, welche beide Nebenkoeffizienten, d. h. Selbstinduktion und Kapazität, ausreichend klein zu machen gestatten, aber keine von beiden ist in allgemeinerer Weise für Widerstandskästen beibehalten worden.

Zuerst wurde von CHAPERON die sogenannte Unifilarwicklung vorgeschlagen, bei welcher nach jeder Lage der Wicklungssinn gewechselt wird. Bei einer geraden, ganzen Zahl von Lagen wird auch thatsächlich die Wicklung hinsichtlich Selbstinduktion ebenso gut sein wie die Bifilarwicklung, hinsichtlich Kleinheit der Kapazitätswirkung aber günstiger, weil die Spannung $\tilde{E}$ zwischen je zwei benachbarten Leiterelementen im Mittel erheblich geringer ist als bei Bifilarwicklung und aus diesem Grunde auch der Ladestrom $\tilde{J}_c = \tilde{E}_c \cdot \omega \cdot C$. Die Mühsamkeit der Ausführung neben der Schwierigkeit der Einhaltung obiger Bedingung hat aber die allgemeine Verwendung der CHAPERONschen Unifilarwicklung verhindert.

Später ist dann von einzelnen Firmen, die Präzisionswiderstände fabrizieren, die Zickzackwicklung bei den sogenannten Lamettawiderständen zur Verwendung gelangt. Hierbei wird ein sehr feines, dünnes Metallband auf eine dünne Glimmerplatte schraubenförmig aufgewunden und das Ganze mit einem Schellackfirnis überzogen, der, neben einer weiteren Fixierung der Lamettabänder zur Verhinderung gegenseitiger Berührung bei Erschütterungen, namentlich eine Oberflächenleitung durch Feuchtigkeitshäute, und damit Nebenschlüsse hintanhalten soll. Leider ist diese Ausführungsform, welche den angestrebten Zweck, die Nebenkoeffizienten L und C möglichst klein zu machen, praktisch am besten erfüllt, neuerdings auch wieder verlassen worden, weil nachträglich durch Arbeiten des Materials bei Temperaturschwankungen öfters ein Reissen der Lametta eintrat. Gegenwärtig ist man fast allgemein wieder zur Bifilarwicklung übergegangen in der Annahme, dass die Nebenkoeffizienten hierbei vernachlässigbar klein sind. Für kleine Wechselzahlen trifft dies auch angenähert zu, nicht aber für grössere Werte von ω. Sobald der letztere Fall vorliegt, wird auch die Frage der Nebenkoeffizienten wieder brennend.

Untersuchungen am Wellenstromlichtbogen, welcher in dem zum Lichtbogen parallelgeschalteten Schwingungskreis symmetrische Wechselströme

von erheblicher Stärke und namentlich hoher sekundlicher Periodenzahl (von 1000 aufwärts bis 300 000 und darüber) liefert, haben dem Verfasser die Möglichkeit gegeben, die Frage der Nebenkoeffizienten experimentell zu klären, da ihr Einfluss bei diesen hohen Werten von ω so stark hervortritt, dass er der unmittelbaren Messung gut zugänglich wird, was bei den gewöhnlichen technischen Wechselströmen nicht der Fall ist. Das Ergebnis dieser Untersuchungen lässt sich dahin zusammenfassen, dass bei Bifilarwiderständen entgegen der bisher vielfach angetroffenen Ansicht (siehe z. B. H. F. Weber im Off. Bericht über die internat. elektr. Ausstellung in Frankfurt a. M., Bd. II, Seite 44) die Kapazitätswirkung sehr stark den verbleibenden Rest von Selbstinduktion überwiegt und eine erhebliche Verkleinerung von Z gegenüber R, sowie eine merkliche Voreilung des Gesamtstromes $\tilde{J}$ zur Folge hat. Dies ist besonders wichtig bei Vorschaltwiderständen in Wattmetern für die sich hieraus ergebenden Folgerungen. (Weiteres siehe Hdb. II, 4).

Zur Charakterisierung der Ausführungsarten, sowie der auftretenden Werte C_r bei Bifilarwiderständen seien nur noch folgende Versuchszahlen aus den obengenannten Untersuchungen angeführt:

Ausführung der Präzisionswiderstände	R Ohm	$\tilde{E}$ Volt	$\tilde{J}$ Amp.	$Z = \tilde{E} : \tilde{J}$	ω	C_r $Mf \cdot 10$-
Bifilarwiderstände eines Wattmeterkastens von Ganz & Co. Rolle 1 mit 495 Ω (der Widerstand des Hitzdrahtinstrumentes zur Messung von $\tilde{J}$ war 23 Ω)	495 + 23 = 518	70·5	0·154	460	84 000	120
		62·0	0·145	428	112 000	118
		61·5	0·145			
		62·5	0·146	428	113 000	117
Rolle 1 mit beweglicher Wattmeterspule	500 + 23 = 523	62·5	0·143	440	110 000	108·7
		63·0	0·143			
Lamettawiderstände von Siemens & Halske 4 × 2000 Ω parallel	501 + 23 = 524	67·5	0·128	523	108 000	0
		68·5	0·130	526	82 000	0

17. Kapazitätsnormalen und Induktionsnormalen.

Neben den Widerstandsnormalen, welche bei den Messmethoden des Laboratoriumsmesstechnikers wohl die ausgedehnteste Verwendung unter allen Normalen finden und deshalb das grösste Mass von Kritik verdienen, kommen hauptsächlich noch Normalen der Kapazität, der Selbstinduktion und der Wechselinduktion in Frage und verdienen hier eine kurze Betrachtung.

Als Kapazitätsnormalen finden fast ausschliesslich Kondensatoren Verwendung, und zwar Leiteranordnungen, die aus planparallelen Metallschichten gebildet und so untereinander zu zwei Belegungen verbunden werden, dass diese voneinander durch planparallele Dielektrikumschichten getrennt sind. Nach der Art des trennenden Dielektrikums kann man hauptsächlich drei Klassen der Ausführung unterscheiden:

1. Luftkondensatoren mit Luft als Dielektrikum,
2. Glimmerkondensatoren mit Glimmerplatten als Dielektrikum,
3. Papierkondensatoren mit irgendwie präpariertem, meist paraffiniertem Papier als Dielektrikum.

Neuerlich sind auch Versuche mit reinen Paraffinkondensatoren gemacht worden, auch ist für Hochspannungszwecke wieder auf Glas als Dielektrikum zurückgegriffen worden, doch kommen beide nicht für Kapazitäts n o r m a l e n in Frage. Als N o r m a l e n können wegen der in Hdb. I, 1 eingehender behandelten Rückstandserscheinungen auch die Papierkondensatoren nicht recht in Betracht kommen, wenn sie der grösseren Billigkeit halber wohl auch noch vielfach als Laboratoriumskapazitäten neben ihrer technischen Verwendung in der Schwachstromtechnik und bei Apparaten, wie Induktorien u. s. w., Verwendung finden. Die Abhängigkeit ihres w i r k s a m e n Kapazitätswertes von den z e i t l i c h e n Lade- oder Entladeverhältnissen, also auch bei Wechselspannung von der sekundlichen Wechselzahl, ist ziemlich beträchtlich und beträgt in allen Fällen eine grössere Zahl von Prozenten, so dass dadurch ihre Verwendung als Kapazitäts n o r m a l e nicht zulässig erscheint.

In dieser Richtung liegen die Verhältnisse am günstigsten bei Luftkondensatoren, die praktisch keine merkbaren Rückstandswirkungen zeigen und insofern streng genommen allein als Normalen gelten können, die für Gleich- und Wechselstrom völlig gleichwertig benutzt werden können. Leider sind die mit Luft erreichbaren Kapazitätswerte sehr beschränkt, oder es ergeben sich sehr unhandliche und teure Apparate.

Für Normalen zwischen 0·1 bis 1 *Mf*, wie sie meist benötigt werden, ist man daher praktisch fast allein auf Glimmerkondensatoren angewiesen, bei denen auch die Rückstandsbildungen so klein sind, dass ihre Verwendung für Gleichstrom sowie für Wechselstrom mit Wechselzahlen, welche die technisch üblichen nicht wesentlich überschreiten, noch als zulässig erscheint.

Als Selbstinduktionsnormalen — in der früheren Physik auch vielfach als Selbstpotentiale bezeichnet — wurden schon immer Spulenwicklungen auf Marmor- oder Holzrollen verwendet, meist mit solchen Dimensionen, dass die Berechnung des Koeffizienten aus den Dimensionen (siehe Hdb. I, 2 in **182**) noch zulässig war. Für messtechnische Zwecke, besonders zur Bestimmung von Selbstinduktionskoeffizienten durch Vergleichung wurden alsdann vielfach „veränderliche Selbstinduktionsnormalen“ verwendet. Fig. 7 zeigt einen solchen „Standard of Selfinduction“ nach Ayrton und Perry, bei welchem durch Drehen der einen von zwei

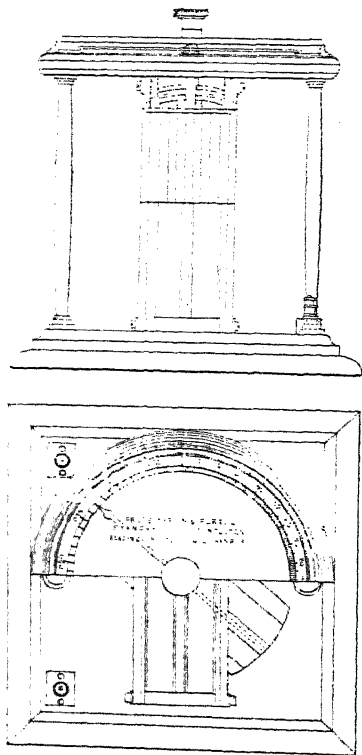



Fig. 7.

konzentrischen und in Reihe geschalteten Wicklungen zwischen 0 und 180° eine Veränderung des durch Zeiger angegebenen Selbstinduktionswertes zwischen 5 und 40 Millihenry möglich ist. Andere Ausführungen, wie die von EDELMANN (Fig. 8), benutzen die Verschiebung der einen Spule gegenüber der anderen in Verbindung mit Umschaltung der einen Wicklungsrichtung; die dadurch erzielte Änderung des durch Zeiger und Skala angegebenen normalen Selbstinduktionskoeffizienten liegt innerhalb höherer Grenzen, bei Fig. 8 zwischen etwa 0·3 und 1·25 Henry, während der gegenseitige Induktionskoeffizient bei Trennung der beiden Wicklungen zwischen etwa 0·002 und 0·24 Henry variiert. Beide Ausführungen sind aber ziemlich kost-

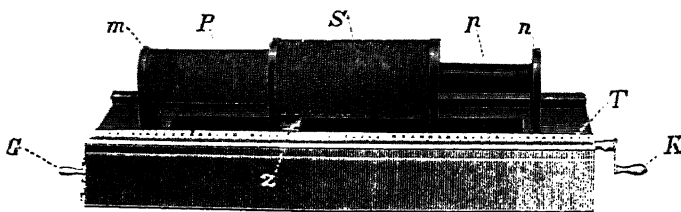



Fig. 8.

Fig. 9.

spielig und sind ausserdem leichter der Gefahr einer Änderung des Wertes von L und damit der Notwendigkeit einer häufigeren Nacheichung ausgesetzt als unveränderliche Normalen. Unveränderliche Normalen auf Serpentinrollen, im Gegensatz zu den früheren, von sehr mässigem Durchmesser und auf runde CGS-Werte, z. B. 1·00 oder 0·1 Henry, abgeglichen, werden neuerdings von verschiedenen Firmen hergestellt (Fig. 9).

Nach Untersuchungen von DOLEZALEK (1903, Ann. d. Ph. 12, 1142) mit verschieden hohen Wechselzahlen ergab sich entsprechend der Theorie (vgl. hierzu Hdb. I, 2 in **177**), dass der Wert des Selbstinduktionskoeffizienten bei nicht unterteiltem Drahtquerschnitt zwar nur sehr wenig mit der Wechselzahl abnimmt, dass aber der OHMsche Widerstand der Rolle infolge Oberflächenwirkung (Hdb. I, 2 in **176** ff.) ganz erheblich, und zwar auf den mehrfachen Betrag anwachsen kann, eine Thatsache, die bei manchen Mess-

methoden ins Spiel kommt und leicht erheblichere Fehler bei höheren Werten von ω, wie z. B. bei der Telephonbrücke, verursachen kann. Um dies zu vermeiden, schlägt DOLEZALEK eine möglichst weitgehende Unterteilung des benutzten Leiterquerschnittes vor durch Anwendung von Litze aus Einzeldrähten von nicht über 0·1 mm Durchmesser.

Zum Schluss möge noch auf die Verwendung von Wechselinduktionsnormalen hingewiesen sein zur Erzeugung eines ganz bestimmten und bei Messung der kommutierten Erregerstromstärke ($\tilde{J}$) bekannten Induktionsstosses $\int e dt = 2 N$. Es ist dies gleichzeitig eine magnetische Normale, insofern ein bestimmter Kraftlinienfluss N als Normalwert benutzt wird, und kann als praktisch wertvoller und bequemerer Ersatz der früher benutzten Erdinduktoren angesehen werden, deren Benutzung als Normale heutzutage praktisch so gut wie unmöglich geworden ist wegen der starken Veränder-

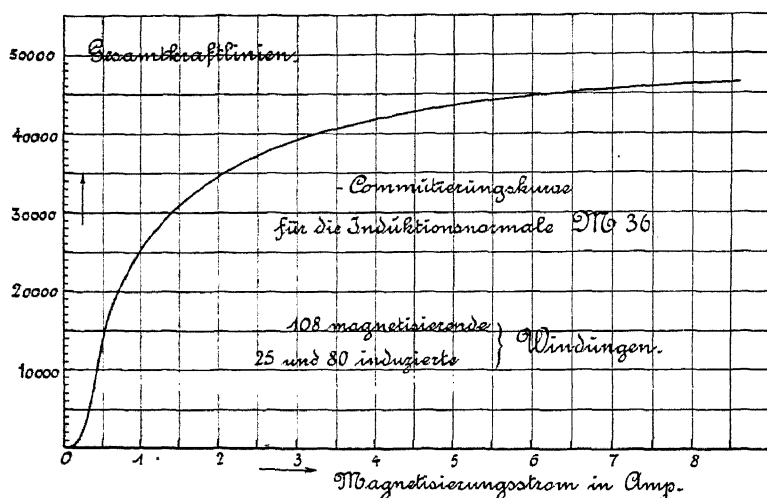



Fig. 10.

lichkeit des Erdfeldes durch Starkstromanlagen und Eisenkonstruktionen aller Art. Eine derartige Wechselinduktionsnormale besteht aus einem Eisenkern, der aus dünnen, möglichst weichen, voneinander isolierten, ringförmigen Blechen aufgebaut und mit zwei oder mehr Wicklungen versehen ist, die elektrisch gut voneinander isoliert sind, und deren j e d e zur Erzielung einer möglichst geringen magnetischen Streuung über den ganzen Kreis ausgedehnt sein muss. Wird die meist stärker gewählte Erregerwicklung mit einem durch Normalamperemeter gemessenen Gleichstrom beschickt, so wird seine Kommutierung durch die dünneren Induktionswicklungen ein ganz bestimmtes magnetisches Kraftlinienfeld N schicken, das aus der beigegebenen, bezw. vorher ermittelten, oder durch Vergleichung mit anderen Normalen gewonnenen Magnetisierungskurve direkt entnommen werden kann. Die Kurve einer solchen Normale, wie sie sich namentlich zur Eichung von Schwingungsgalvanometern mit veränderlichen Dämpfungsverhältnissen gut eignet, ist in Fig. 10 wiedergegeben.

C. Grundlagen und Verwendbarkeit der elektrischen Messinstrumente.

18. Merkzeichen und Messung.

Die Gesamtheit der Messwerkzeuge kann man in zwei Gruppen einteilen: die im vorigen Kapitel behandelten (unveränderlichen) Messnormalen auf der einen Seite, die mit einem (veränderlichen) Merkzeichen ausgerüsteten Werkzeuge auf der anderen Seite. Die zweite Gruppe pflegt man, wenigstens in der elektrischen Messtechnik, kurzweg als Messinstrumente zu bezeichnen und versteht hierunter Messwerkzeuge, die als Merkzeichen für die Wirkung der nicht unmittelbar wahrnehmbaren Messgrösse (Hdb. I, 1 in 1) zwei gegeneinander bewegliche Teile besitzen, meist Skala und Zeiger, deren Verhalten einen Schluss auf den Wert der Messgrösse zulässt.

Die Einschiebung von Mittelgliedern macht es an sich schon notwendig, diese Messmittel vor ihrer Benutzung in irgendwelchen Messschaltungen einer kritischen Betrachtung zu unterwerfen, wenn man sich nicht auf eine rein mechanische Ablesung oder die rein mechanische Durchführung der Messung nach einer vorgeschriebenen Messmethode beschränken will, sondern ein tieferes Verständnis der Bedeutung und Zuverlässigkeit von Ablesungen oder Messbeobachtungen anstrebt. Für diese Kritik ist zunächst ein kurzer Blick auf die Entwickelung jeder derartigen Messtechnik dienlich, doch möge dies, vor Eingehen auf das elektromagnetische Gebiet, bei einem anderen Messgebiet, den Wärmeerscheinungen, geschehen, schon um die Allgemeinheit der Entwickelung auf allen nur mittelbar einer feineren Messung zugänglichen Gebieten aufzuzeigen.

Zuerst findet die Wahrnehmung einer qualitativen Beziehung statt, z. B. der Ausdehnung eines Körpers, etwa eines Gases oder einer Flüssigkeit, bei Änderung des Wärmezustandes. Im Anschluss an diese qualitative Wahrnehmung erfolgt die Ausbildung der zunächst praktisch wichtigen Hauptbegriffe, z. B. im obigen Fall des Temperaturbegriffes, der Wärmemenge u. s. w. Den Übergang von der qualitativen Beobachtung zur quantitativen Bestimmung (Messung) bildet die zunächst rohe — d. h. ohne Anwendung feinerer Messmittel, etwa nach Augenmass erfolgende — Schätzung der Änderung, welche die abhängige Grösse, hier die Ausdehnung, innerhalb bestimmter Grenzen der unabhängigen Veränderlichen, hier der Temperatur, aufweist. Die auf die Grösse der Volumänderung gerichtete Aufmerksamkeit ergab diese bei einem permanenten Gase unter konstanten Druckverhältnissen, z. B. Atmosphärendruck, zu etwa $^1/_3$, wenn sein Wärmezustand zwischen zwei bestimmten Grenzen, der Temperatur des schmelzenden Eises und derjenigen des siedenden Wassers, geändert wurde. Die Erfahrung, dass der in der ganzen Umgebung vorhandene Wärmezustand nach hinreichend langer Berührung mit dem als Messmittel benutzten Hilfskörper sich diesem völlig mitteilte, legte es nahe, diese Volumänderung des Gases oder weiterhin die gleichsinnige, wenn auch weit kleinere einer geeig-

neten Flüssigkeit, z. B. von Alkohol oder Quecksilber, als optisches Merkzeichen für den Wärmezustand zu benutzen. Dieses optische Merkzeichen verlangte aber offenbar nach einer Unterteilung der praktisch viel zu weiten Grenzen oder Fixpunkte, d. h. nach einer Verfeinerung der Messung. Eine passende Einrichtung des Messwerkzeuges, welches die Volumänderung der zur Messung benutzten Substanz hinreichend bequem als Fadenlänge erkennbar machte, gestattete diese Unterteilung auf Grund weiterer Beobachtungen bei Mischung gleichgrosser, aber verschieden warmer Flüssigkeitsmengen. Unter Hinzuziehung des hierbei benutzten Begriffes der Wärmemenge ergab sich im vorliegenden Falle augenfällig, dass zwischen der Änderung des Wärmezustandes — direkt, d. h. mittels des Tastsinnes nur sehr unvollkommen, ja wegen der Kontrastwirkungen sogar nur unsicher bestimmbar — und zwischen der als Längenänderung wahrnehmbaren Volumänderung hinreichend Proportionalität vorhanden war.

So kam man dazu, die höchst unvollkommenen direkten Sinneswahrnehmungen auf diesem Gebiet durch das optische Merkzeichen der Volumänderung zu ersetzen und dies nunmehr bei den Messwerkzeugen zu benutzen. Die Umwandlung der Bestimmung einer Volum- in die einer Längenänderung (Quecksilberfaden), ferner die Unterteilung einer bestimmten Länge in eine Anzahl gleicher Teile (Grade), sowie das Versehen der aufeinanderfolgenden Teile mit Ordnungszeichen (Zahlen) führen endlich dazu, die Messung zahlenmässig durchzuführen, d. h. die gewünschte quantitative Beziehung mit den uns geläufigen Ordnungszeichen auszudrücken und zur Übermittelung geeignet zu machen. Weitergehende Verbesserung durch Anwendung verfeinerter Messmittel zur Längenbestimmung (Mikroskop, Nonius) stellen keine wesentliche Änderung des Messvorganges dar.

Zu vergegenwärtigen hat man sich aber immer, dass die zunächst gemessene Grösse nur eine Länge ist und dass, abgesehen von den hierbei unterlaufenden Beobachtungsfehlern, der Zusammenhang zwischen der gemessenen Länge und der eigentlich gemeinten Grösse (Wärmezustand) durchaus kein unmittelbarer ist, sondern durch eine Reihe mehr oder weniger willkürlicher Zwischenglieder erzielt wird. Je grösser nun die Anzahl dieser Mittelglieder ist, desto grösser wird die Anzahl der möglichen Fehlerquellen, welche die Zwangläufigkeit zwischen der als Messung vorliegenden Zahl und der eigentlich gemeinten Grösse beeinträchtigen. Hierbei ist zu beachten, dass die hieraus sich ergebende Abweichung auch durch die sorgfältigste Ablesung nicht wegzuschaffen ist. Bei noch weitergehender Kritik kann sogar durch Aufdeckung einer bisher versteckten Willkürlichkeit der Substitutionen der ganze Zusammenhang bis hinauf zum verwendeten Hauptbegriff sich als konventionell und unter Umständen auch als nicht völlig einwandfrei herausstellen, wie dies z. B. für den Temperaturbegriff nachgewiesen worden ist (siehe E. Mach, Prinzipien der Wärmelehre).

19. Merkzeichen bei elektromagnetischen Messungen.

Ist die Messung, wenn auch stets auf Sinneswahrnehmung beruhend, schon bei den als Beispiel genommenen Wärmeerscheinungen als mittelbar offenkundig, so ist sie dies erst recht bei allen elektromagnetischen Messungen. Die direkte sinnliche Wahrnehmung ist bei den Wärmeerscheinungen zwar auch sehr begrenzt und unvollkommen, aber immer noch in erheblich höherem Grade möglich als auf dem Gebiet der elektromagnetischen Erscheinungen (Hdb. I, 1 in 6 und Hdb. I, 2 in 278). Auch hier können wir eine ganz ähnliche Entwickelung der verschiedenen Grade von Messgenauig-

keit verfolgen, wenn wir die Benutzung der Eigenschaften oder auch Wirkungen der zu schätzenden bezw. zu messenden Grösse ins Auge fassen.

Die Entwickelung der ersten elektrostatischen Messinstrumente für die Grösse der erzielten Spannung in Verbindung mit den Entdeckungen auf dem Gebiet der Reibungselektrizität wurde schon im ersten Bande (Hdb. I, 1 in **7**) behandelt. Auch auf dem elektrotechnisch wichtigeren Gebiet der elektrischen Ströme ist der Entwickelungsverlauf ein ähnlicher.

Das Vorhandensein einer Stromstärke kann in vielen Fällen qualitativ und öfters auch für ganz rohe Schätzungen, welche den Übergang zur quantitativen Bestimmung (Messung) bilden, aus Sinneswahrnehmungen erfolgen, wie Beobachtung der Heftigkeit der Zersetzung einer Flüssigkeit, des Wärmegefühls bei Annäherung an den Leiter oder beim Anfassen desselben, des Glühzustandes bei Glühlampenkohlenfäden u. s. w. Die verschiedenen Merkzeichen für das Vorhandensein und die ganz grobe Schätzung der Stärke des Stromes kann man zunächst in drei Klassen einteilen. Eine (erste) Klasse von Merkzeichen ist nicht physikalischer, sondern chemischer Natur. Sie wird gebildet durch die bei Gleichstrom auftretenden Zersetzungsprodukte, welche beim Stromdurchgang durch elektrolytische Flüssigkeiten auftreten. Die Gesetzmässigkeit zwischen Zersetzungsprodukten, welche der Messung durch Wägung oder volumetrische Bestimmung zugänglich sind, einerseits, der Elektrizitätsmenge, welche die in den Stromkreis eingeschaltete Zersetzungszelle in ein und derselben Richtung durchflossen hat, andererseits (Faradays Gesetz), giebt in den voltametrischen Bestimmungen ein Messmittel an die Hand, um die mittlere Stärke des gleichgerichteten Stromes zu bestimmen. Hier bildet also z. B. der durch die Wage ermittelte Metallniederschlag, etwa Kupfer, das Merkzeichen für die Elektrizitätsmenge oder, bei Division durch die gleichfalls gemessene Zeit, für die mittlere Stromstärke, welche jeden Querschnitt des elektrischen Kreislaufes durchsetzt hat.

Eine weitere (zweite) Klasse von Merkzeichen bilden die allgemeineren und daher auch in weiterem Umfange benutzbaren Wärmewirkungen.

Eine dritte Klasse von Merkzeichen endlich bilden die in der Leiterumgebung auftretenden mechanischen Bewegungen, welche bewegliche Feldträger ausführen, und zwar, wie bereits früher (Hdb. I, 1 in **132** ff. und Hdb. I, 2 in **274** ff.) auseinandergesetzt, auf Grund eines energetischen Fallbestrebens, das mechanische Antriebe in Richtung einer Verkleinerung des Zwangszustandes hervorruft.

Diese drei Klassen von Merkzeichen für das Vorhandensein einer elektrischen Stromstärke bezw. Spannung bilden die Grundlagen für die Entwickelung der Messinstrumente und gleichzeitig auch für die Kritik der stillschweigenden Voraussetzungen, welche ihre messtechnische Verwendbarkeit bedingen. Deshalb seien diese Grundlagen (Prinzipien) hier der Reihe nach für die Hauptzweige der Messinstrumente, wie sie die schon in Handbuch I, 1 (**40**) benutzte Einteilung liefert, etwas weiter verfolgt.

20. Elektrolytische und kalorimetrische Messinstrumente.

Das Merkzeichen der elektrolytischen Zersetzungsprodukte kommt, wie schon früher (**19**) erwähnt, als Intensitätsmass nur indirekt in Frage und spielt daher, abgesehen von der Benutzung bei Eichungen (siehe hierüber in Hdb. II, 2), für die Ausbildung der Messinstrumente selbst keine irgendwie nennenswerte Rolle. Die Thatsache, dass in der Technik die Intensitätsgrössen sich zu Grössen erster Ordnung entwickelten, während die Quantitätsgrössen, wie z. B. die Elektrizitätsmengen, soweit sie überhaupt benötigt

werden, als Faktorenprodukte aus einer Intensitätsgrösse, z. B. der Stromstärke, und der Zeit abgeleitet werden, hat auch die Messtechnik in ihrer Entwickelung entsprechend beeinflusst. Dies gilt sogar von dem Gebiet der ausgesprochenen Quantitätsmesser, d. h. der Elektrizitätszähler. Auch hier spielen die auf elektrolytischer Zersetzung begründeten Apparate, wie z. B. der Zähler von EDISON mit den Zinkzellen, eine überwiegend historische Rolle, während alle gegenwärtig wichtigen Zähler Intensitätsmesser (Stromstärke- oder Leistungsmesser) in Verbindung mit einem Zeitzähler (Uhrwerk) darstellen.

Zu dem Punkte der stillschweigenden Voraussetzungen ist bei den elektrolytischen Messapparaten folgendes zu bemerken: Der Rückschluss von dem Merkzeichen der Menge des voltametrischen Zersetzungsproduktes auf die Stromstärke ist nur unter der Voraussetzung der Vermeidung von Nebenprozessen zulässig. Die hierzu angegebenen Vorschriften (siehe Voltametereichungen) sollen dies bezwecken, lassen aber auch gleichzeitig die möglichen Fehlerquellen indirekt erkennen. Unbeschadet der Exaktheit des FARADAYschen Gesetzes, welche anzunehmen wir allen Grund haben, darf eben auch hier der Umstand nicht vergessen werden, dass die an den Strom gebundene Jonenquantität nicht mit der Niederschlagsmenge, welche der Wägung unterworfen wird, völlig und von vornherein identisch ist. Die Einschiebung des Mittelgliedes kann vielmehr unter Vernachlässigung der einschränkenden Voraussetzungen zu Abweichungen bezw. Fehlern Veranlassung geben. Dass dieses Merkzeichen (der Niederschlag), bei dessen Auswertung in elektrischer Hinsicht neben dem elektrochemischen Äquivalentgewicht noch Uhr (Zeitmesser) und Wage (zur Massenbestimmung) benötigt sind, nur einen Rückschluss auf die stationäre Gleichströmung oder auf die Gleichströmungskomponente (bei Wellenstrom) gestatten, wurde schon angedeutet.

Die auftretende Leitererwärmung als Merkzeichen einer elektrischen Stromstärke hat erst in neuerer Zeit — über die Entwickelung siehe Handbuch I, 1 in **40** — eine erheblichere Bedeutung für messtechnische Zwecke erlangt, und zwar auch von dem Zeitpunkt an, in dem die Überführung der hierauf gegründeten Messapparate aus der Quantitätsmessung in die Intensitätsmessung erfolgte. Die Entwickelung der Quantitätsmesser führte von KINNERSLEYS Luftthermometer über RIESS zu JOULE (siehe Hdb. I, 1 in **6**, **24**). Die passende Umbildung eines Stromwegstückes ermöglicht also eine Verbesserung der Stromstärkemessung, insofern an Stelle des rohen (subjektiven) Wärmegefühls das (objektive) Thermometer trat. Aber auch die höchste bisherige Ausbildung nach dieser Richtung, wie sie die kalorimetrische Stromstärkemessung darstellt, besitzt, abgesehen von ihrer Beschränkung auf längere Zeit und konstante Stromstärkeverhältnisse, grosse Unbequemlichkeit neben geringer Genauigkeit, verglichen mit anderen Messverfahren.

Eine höhere Stufe der Entwickelung wurde dadurch erzielt, dass man nicht die Wärmeentwickelung des Stromes als solche (d. h. keine Wärmemenge) zur Messung benutzte, sondern unter Einschaltung eines weiteren Mittelgliedes die A u s d e h n u n g eines Leiterstückes (Hitzdrahtes), der vom Messstrom ganz oder zum Teil durchflossen und dadurch erhitzt wurde. Gelang es so, die Messtechnik mit den praktisch so ausserordentlich wertvollen Hitzdrahtinstrumenten zu bereichern, so darf doch andererseits der für die Praxis zwar leicht zu verschmerzende, für die Messtechnik selbst aber bedeutungsvolle Umstand nicht übersehen werden, dass durch die Einschaltung des neuen Mittelgliedes der Ausdehnung die Möglichkeit einer

absoluten Messung verloren ging. Alle diese Hitzdrahtinstrumente lassen nur eine empirische Eichung zu auf Grund der Vergleichung mit einem Normalinstrument, nicht aber eine Zurückführung auf Grössen anderer Art mit Hilfe des Energiesatzes.

Da bei den Hitzdrahtinstrumenten die Verlängerung des Hitzdrahtes zur unmittelbaren Messung gelangt, so muss die Kritik der stillschweigenden Voraussetzungen sich auf alle Momente erstrecken, welche neben der Stromstärke diese Verlängerung beeinflussen. Nimmt man den Mechanismus zur Übertragung der Hitzdrahtlänge auf die Skalenteilung als fehlerfrei und unverändert gegenüber der letzten Eichung an, so kommen namentlich zwei Fehlerquellen in Betracht. Die erste Fehlerquelle bildet eine in der Zwischenzeit erfolgte Überanstrengung des Instruments, welche aber nicht bis zum Durchschmelzen des Hitzdrahtes gegangen ist. Hierdurch kann eine erhebliche Änderung der Instrumentenkonstanten, genauer eine Umwertung der Skalenausschläge erfolgt sein, indem der Hitzdraht gleichsam über die Elastizitätsgrenze beansprucht wurde. Diese Abweichung, welche auch nach erfolgter Korrektion der hierdurch stets veränderten Nulllage nur durch erneute Eichung festzustellen ist, scheint bei Amperemetern, welche einen kleineren zum Hitzdraht parallelgeschalteten Widerstand besitzen, erheblich höhere Beträge zu erreichen, als bei Voltmetern mit Vorschaltwiderstand vor dem Hitzdraht. Offenbar spielen in jenem Falle erhebliche Widerstandsänderungen und dadurch Änderungen in der Stromteilung eine grössere Rolle.

Die zweite Fehlerquelle, welche auch ohne jede Überanstrengung des Hitzdrahtes vorhanden ist, liegt in Änderungen der Wärmeabführungsverhältnisse. Da die Verlängerung des Drahtes nicht nur eine Funktion der entwickelten Jouleschen Wärme im Hitzdraht ist, sondern in erster Linie eine Funktion der Drahttemperatur und diese auch von den Wärmeverhältnissen der Umgebung des Hitzdrahtes abhängt, so werden Änderungen in dieser Richtung auch Änderungen in dem Zusammenhang zwischen der Hitzdrahtstromstärke und der Verlängerung bezw. dem Zeigerausschlag bedingen. Stärkere Ventilation wird also kleinere Ausschläge bei an sich gleicher Stromstärke zur Folge haben. Ebenso wird eine gegenüber der mittleren Eichtemperatur zu niedrige Temperatur der Hitzdrahtumgebung zu kleine, eine zu hohe Temperatur zu grosse Ausschläge bewirken, ein Moment, das Ablesungen unmittelbar nach raschen und beträchtlichen Änderungen des Ausschlages, etwa unmittelbar nach dem Einschalten, immerhin merklich beeinflusst.

Was die Verwendbarkeit der Hitzdrahtmesswerkzeuge anlangt, so bewirkt das quadratische Eingehen der in letzter Linie zu messenden Grösse (Stromstärke i) in die nur durch die Übertemperatur bedingte Verlängerung $\lambda = c_u\ \alpha$ gemäss der Formel

$$\lambda = \frac{c_m}{c_w} \cdot \frac{1}{t} \int_0^t i^2 \cdot R \cdot dt = c_2 \cdot \frac{1}{t} \int_0^t i^2\, dt = c_2 \cdot J^2$$

eine Unabhängigkeit des Ausschlages von der Stromrichtung. Bei raschem Wechsel von i wird das Instrument integrierend wirken, d. h. eine mittlere Verlängerung λ aufweisen, welche mit dem Quadrat des Effektivwertes J proportional wächst. Die Beziehung zwischen dem Effektivwert J, dem Ausschlag α, der mechanischen Übersetzung c_u, dem Materialkoeffizienten c_m für die Verlängerung mit wachsender Temperatur, der Wärmekapazität c_w für

Hitzdraht und Umgebung ergiebt sich sonach zu $J = \sqrt{\frac{\alpha}{R} \cdot \frac{c_u \cdot c_w}{c_m}}$. Auch wenn die Koeffizienten c_u, c_w, c_m wirklich konstant wären, würde bei gleichmässiger Teilung J nicht genau mit der Quadratwurzel aus α wachsen, da der Hitzdrahtwiderstand R nicht konstant bleibt. Aus diesem Grunde genügt auch die Eichung eines Punktes der Skala nicht, sondern die Eichung muss sich über die ganze Skala erstrecken. Teilungen nach der einfachen Stromstärke bezw. Spannung werden jedoch im wesentlichen quadratischen Charakter zeigen. Bei Wellenstrom wird der Effektivwert $\overset{w}{J} = \sqrt{\bar{J}^2 + \tilde{J}^2}$ zur Angabe gelangen.

21. Feldwirkungen. Elektrostatische Spannungszeiger.

Die Feldwirkungen als Merkzeichen eines elektrischen Zustandes sind ziemlich mannigfaltig und da jede derselben als Messprinzip für ein elektrisches Messinstrument denkbar ist, so wäre die Ausbildung einer gleich grossen Anzahl von Instrumentgruppen möglich. Rechnet man alle Messanordnungen für physikalische Forschungen mit hinzu, so trifft dies auch zu. Wie aber bereits früher (Hdb. I, 1 in **40**) angegeben, werden technisch die auf Molekularbewegungen beruhenden Feldwirkungen vorerst für Instrumente im eigentlichen Sinne nicht verwendet. Man beschränkt sich vielmehr auf Massenbewegungen, welche bei Beweglichkeit eines Feldträgers aus der Wechselwirkung zweier oder auch mehrerer kontrastierender Felder sich ergeben. Aber auch so ist die Zahl der Instrumentarten, welche sich aus diesem gemeinsamen Prinzip entwickelt haben, eine sehr grosse, so dass zum Zweck einer besseren Übersicht eine weitere sinngemässe Einteilung nötig wird.

Die nächstliegende Teilung ergiebt sich durch die Scheidung der Bewegungen, welche durch das elektrische Feld verursacht werden, von den Bewegungen, welche durch das magnetische Feld veranlasst werden. Die erste Gruppe umfasst alle elektrostatischen Spannungszeiger. Diese Instrumente, welche unmittelbar nur zur Messung eines Spannungszustandes zwischen zwei Leitern oder zwei Punkten eines Stromkreises geeignet sind, finden ihre Charakterisierung im Gegensatz zu allen anderen (stromverbrauchenden) Instrumenten darin, dass zwischen den Klemmen des Instruments kein zusammenhängender Leitungsweg vorhanden ist, dass vielmehr die elektrischen Kraftlinien eine oder mehrere Dielektrikumschichten, meist Luft, durchsetzen müssen. Das allen diesen Instrumenten gemeinsame Prinzip wurde bereits in Hdb. I, 1 (**136**) näher entwickelt. Das Bestreben, den „dielektrischen Spannwiderstand" zu einem Minimum, also die (reziproke) Kapazität des ganzen Systems zu einem Maximum zu machen, findet in der Bewegung des beweglichen leitenden Teiles bei W. Thomsons absoluter Spannungswage (Hdb. I, 1 in **136**) seinen deutlichsten Ausdruck, liegt aber auch allen anderen Ausführungen zu Grunde, wie Elektroskopen, Elektrometern, Multizellularvoltmetern, welche eine empirische Eichung erfordern. Man kann die Richtung des Bewegungsantriebes sich, bei Angabe des Verlaufs der elektrischen Kraftlinien (Hdb. I, 1 in **162**), auch dadurch rasch vergegenwärtigen, dass man den Kraftlinien ein Bestreben zuschreibt, sich auf eine möglichst geringe Länge zusammenzuziehen, wobei sie den beweglichen Feldträger mitnehmen. Auf die weitgehende Analogie der Wirkungsweise dieser Instrumente mit mechanischen Spannungsmessinstrumenten, wie Manometern und Indikatoren, wurde gleichfalls schon bei Behandlung des Spannungsbegriffs (Hdb. I, 1 in **109**) hingewiesen.

Störungseinflüsse elektrischer Art, d. h. Fehlerquellen für den Zusammenhang zwischen Ausschlag und zugehöriger Spannung, werden in erster Linie davon abhängen, ob das elektrische Feld zwischen festem und beweglichem Teil genügend geschlossen ist, so dass Änderungen der Umgebung des Instrumentes durch Körper mit verschiedener Dielektrizitätskonstante $\varkappa$ keine erheblichen Änderungen der Zahl an w i r k s a m e n elektrischen Kraftlinien durch „Streuung" verursachen können.

Nach den Ableitungen in Hdb. I, 1 (**135**, **136**) ist der mechanische Antrieb f, welchen der bewegliche Teil bei THOMSONS absoluter Spannungswage durch die Momentanspannung e erfährt, durch

$$f = \frac{\varkappa \cdot q}{8 \cdot \pi \cdot l^2} \cdot e^2 = c_1 \cdot e^2$$

gegeben, wenn q der wirksame Querschnitt des homogenen Feldes und l der durch Kompensation (Abwägung) konstant gehaltene Abstand zwischen festem und beweglichem Feldträger ist. Hieraus folgt, wie bei den Hitzdrahtinstrumenten (**20**), die Unabhängigkeit von der Spannungsrichtung, also die Integrierung des Ausdruckes $\frac{1}{T}\int_0^T e^2 \cdot dt$ zu E^2 bei rasch wechselnder Spannung, oder die Angabe der Effektivwerte $\tilde{E} = \sqrt{\frac{\tilde{F}}{c_1}}$ bei symmetrischer Wechselspannung, sowie von $E = \sqrt{\bar{E}^2 + \tilde{E}^2}$ bei Wellenspannung.

Alle übrigen elektrostatischen Spannungszeiger ruhen bei der technisch üblichen Schaltung auf derselben Grundlage, d. h. sie zeigen mit der zu messenden Spannung E angenähert quadratisch wachsende Antriebe, wenn der bewegliche Teil (die Nadel) — meist noch in Verbindung mit einem festen Leiterteil — die eine Belegung oder den einen Spannungspol, hingegen der gut davon isolierte feste Feldträger die andere Belegung oder den anderen Spannungspol darstellt. Bleibt die mittlere Entfernung l_m beider konstant, wird der Antrieb mittels Kompensation durch eine gleich grosse mechanische Gegenkraft gemessen (z. B. durch Torsion zu $C_f \cdot a$, wenn C_f die Federkonstante und a die erforderliche Torsion in Graden), so gilt noch die obige Formel, wenn die Inhomogenität des Feldes durch Einführung eines reduzierten (mittleren) Querschnittes q_m berücksichtigt wird. Bei allen direktzeigenden Instrumenten, z. B. Multizellularvoltmetern, bleibt aber weder l noch q konstant, so dass in der Gleichung $f = c_1 \cdot e^2$ bezw. $\tilde{F} = c_1 \cdot \tilde{E}^2$ zwar die quadratische Wirkung der Spannung auf Grund des benutzten Messprinzips bestehen bleibt, nicht aber die Konstanz von c_1. Vielmehr nimmt in dem Ausdruck für die Antriebskraft (siehe Hdb. I, 1 in **136**)

$$F = \frac{dA}{dl} = \frac{d}{dl}\left(\frac{1}{8\pi} \cdot \varkappa \cdot \frac{q}{l}\right) \cdot E^2$$

das Differential des Klammerausdrucks von einem bestimmten Ausschlagswert an immer mehr ab und nähert sich dem Wert Null. Bei einer Skalenteilung nach dem einfachen Spannungswert E erfährt daher der anfangs quadratische Charakter wieder eine Umkehrung, d. h. die Teilstriche werden bei den höheren Werten wieder enger, eine Erscheinung, die in gleicher Weise auf

dem magnetischen Gebiet wiederkehrt bei den Weicheiseninstrumenten (siehe hierzu in 25, sowie Hdb. I, 2 in 298).

Einige elektrostatische Spannungszeiger, wie z. B. die Quadrantelektrometer, lassen auch eine polarisierte Schaltung zu, welche allerdings in der Technik, wo diese Instrumente fast nur für Wechselspannungsmessungen Verwendung finden, kaum von Wichtigkeit ist. Wie mit allen polarisierten Instrumenten (siehe in 23 und 24) vermag man mit dieser Schaltung nämlich nur Gleichspannungen zu messen. Die Nadel wird in diesem Fall getrennt mit einer (möglichst hohen) Gleichspannung geladen und stellt entsprechend den Instrumenten mit permanenten Magneten gleichsam einen elektrischen Pol dar, der von den beiden festen Quadrantenpaaren, denen durch Anlegung an die zu messende Spannung der Charakter eines elektrischen Polpaares erteilt wird, in gegensätzlichem Sinne beeinflusst wird. Daher kehrt sich auch die Ausschlagsrichtung beim Spannungswechsel um und das Instrument zeigt bei symmetrischer Wechselspannung den mittleren Ausschlag Null, bei Wellenspannung ($\overset{w}{E}$) das Gleichspannungsniveau $\bar{E}$. Durch hohe Werte des beweglichen Einzelpoles (Ladung der Nadel auf hohe Spannung) lässt sich die Empfindlichkeit bei Messung kleiner Gleichspannungen entsprechend erhöhen, ähnlich wie dies bei Drehspuleninstrumenten (24) durch Verstärkung des permanenten Feldes der Fall ist.

Für die Messtechnik des Wechselstromes haben die elektrostatischen Spannungszeiger zur Durchführung gewisser Messungen, welche sich anderweitig nicht ausführen lassen, neuerdings eine erhöhte Wichtigkeit erlangt (siehe in Hdb. II, 4).

22. Stromzeiger mit magnetischer Feldwirkung. Einteilung.

Die magnetischen Feldwirkungen des elektrischen Stromes haben nicht nur auf die historische Entwickelung der elektrischen Messtechnik den allergrössten Einfluss ausgeübt (Hdb. I, 1 in 16 ff.), sondern sie umfassen auch heute noch den Schwerpunkt der zur Ausbildung von Messinstrumenten benutzten Prinzipien. Die Mannigfaltigkeit und Wichtigkeit der auf dieser Grundlage beruhenden Messinstrumente ist auch heute noch grösser als die aller übrigen zusammengenommen. Als Einteilung, welche zur Erleichterung des Überblicks am geeignetsten, weil wesentlichsten erscheint, sei auch hier wieder die in Hdb. I, 1 (40) bereits angeführte benutzt. Hiernach zerfallen alle auf magnetischer Feldwirkung beruhenden Instrumente in vier koordinierte Hauptklassen, deren Zusammenfassung durch folgende gemeinsame Grundlage bewirkt wird: Zwei Hauptfaktoren, ein fester und ein beweglicher Feldträger, von denen der eine stets aus einer stromdurchflossenen Spule (Feldträger I) besteht, wirken so zusammen, dass das Feld des einen mit dem des anderen kontrastiert. Aus diesem Kontrast, erzeugt durch Einwirkung der zwei in ihrer Achsenrichtung differierenden Felder auf das nämliche Substrat, resultiert der Bewegungsantrieb des beweglichen Feldträgers. Die Richtung seiner Bewegung ist stets durch das energetische Gefälle bedingt, so, dass die Zahl der magnetischen Kraftlinien einem Maximum zustrebt.

Klasse 1 umfasst die polarisierten Instrumente, bei welchen der zweite Feldträger also aus einem permanenten Magnet besteht (Galvanometer und Drehspuleninstrumente).

Klasse 2 umfasst die Weicheiseninstrumente, bei welchen der zweite Feldträger aus einem Elektromagneten besteht, gebildet durch eine Fahne aus weichem Eisen, die durch den Messstrom selbst erregt wird.

Klasse 3 umfasst die dynamometrischen Messinstrumente, bei welchen der zweite Feldträger gleichfalls aus einer stromdurchflossenen Spule besteht.

Klasse 4 umfasst die Wechselinduktionsinstrumente, bei denen der zweite Feldträger meist aus einer Kurzschlusswicklung besteht, die durch Wechselinduktion (meist Drehfeld) erregt wird.

Die Instrumente der Klasse 1 (mit permanentem Magnet) sind nur zur Messung von Gleichstrom (J) und bei Wellenstrom zur Heraussiebung der Gleichstromkomponenten befähigt. Ist der eine Feldfaktor, z. B. in Fig. 11 (N_{II}) permanent, so muss der Antrieb bezw. Ausschlag die Richtung wechseln.

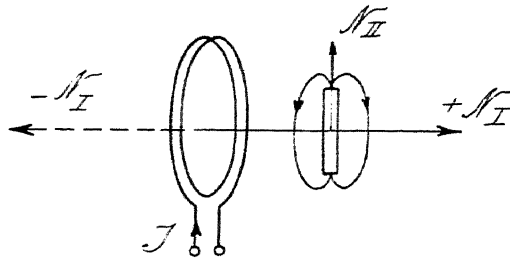



Fig. 11.

wenn der erste Feldfaktor N_I durch Wechseln der Stromrichtung in der Spule seine Achsenrichtung umkehrt in $-N_I$. Folgt der Stromwechsel von J sehr rasch, also etwa 100 mal in der Sekunde bei technischem Wechselstrom, so erfolgt der Antriebswechsel ebenso rasch. Ist $\tilde{J}$ ein symmetrischer Wechselstrom, so sind die entgegengesetzten Antriebe genau gleich gross. Da der bewegliche Teil mit Masse begabt ist und wegen seiner Trägheit erhebliche Beschleunigungskräfte erfordert, so kann er nicht oder nur ganz wenig folgen und die Instrumente der Klasse 1 zeigen daher nur ein Zittern des Zeigers, wenn man technischen Wechelstrom durch ihre Spule hindurchschickt. Aus demselben Grunde eliminieren sie bei unsymmetrischem Wechselstrom oder Wellenstrom die dem Gleichstromniveau aufgelagerte (äquivalente) Wechselkomponente.

Klasse 1 zerfällt in zwei Unterabteilungen:

a) Stromdurchflossene Spule feststehend und permanenter Magnet beweglich,
b) permanenter Magnet feststehend und Spule beweglich (Drehspuleninstrumente).

Unterabteilung *a* umfasst alle älteren Bussolen und Galvanometer, sowohl die mit mechanischem Zeiger als auch die mit optischem Zeiger (Spiegelinstrumente), was keinen prinzipiellen Unterschied ausmacht. Hingegen kann man Abteilung *a* weiterhin einteilen in folgende Gruppen:

α) Ohne Richt- oder Kompensationsmagnet } beide mit direktem Ausschlag,
β) Mit „ „ „ }
γ) Mit Zurückführung des Ausschlages auf Null durch Kompensation (Torsion).

Zur Untersuchung der stillschweigenden Voraussetzungen ist es am besten, den Aufbau der sogenannten „Konstanten“ jeder Instrumentengruppe sich aus der gemeinsamen Grundlage abzuleiten. Hierdurch werden nicht nur die Unterschiede der Gruppen am besten klargelegt, sondern es wird auch

die kritische Behandlung des Zusammenhanges zwischen Ablesung (Ausschlag) und gesuchter Messgrösse (bei Klasse 1 zunächst einer Gleichstromstärke $\bar{J}$) am leichtesten möglich.

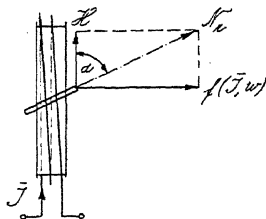
23. Polarisierte Instrumente mit beweglichem Magnet.

Bei Gruppe a, wie z. B. Tangentenbussole, Taschengalvanometer u. s. w., besteht neben dem konstanten Feld des beweglichen permanenten Magneten noch ein veränderliches Feld N_r (siehe Fig. 12), das sich aus zwei Feldern mit feststehender Achse zusammensetzt, nämlich dem in seiner Intensität unveränderlich gedachten Erdfeld bezw. seiner Horizontalintensität H und dem in seiner Intensität veränderlichen Spulenfeld $f(\bar{J}, w)$. Da der bewegliche Feldträger hier vollkommen frei beweglich ist, was mit Hilfe von Faden- oder Spitzenaufhängung angestrebt wird, so stellt sich die Achse des permanenten Magneten völlig in die Richtung des resultierenden Feldes N_r, da dies dem Minimum des Zwanges entspricht. Der Ausschlag a giebt also durch die Beziehung

Fig. 12.

$$\operatorname{tg} a = \frac{f(\bar{J} \cdot w) \cdot M}{H \cdot M} = \frac{f(\bar{J} \cdot w)}{H}$$

das Verhältnis der Stärke des Spulenfeldes zu dem Erdfeld, beide am Schwerpunkt der austretenden Kraftlinien (Pol m_u des Magneten mit dem Moment $M = l \cdot m_u$) gemessen. Da das magnetische Moment M in beiden mechanischen Antriebsmomenten vorkommt, so fällt es heraus. Ist die Umgebung, natürlich auch das Instrument selbst, frei von weichem Eisen, so ist das Spulenfeld direkt proportional mit der Stromstärke $\bar{J}$ oder durch $\bar{J} f(w)$ gegeben. Die Funktion $f(w)$ kann man durch einen Wicklungskoeffizienten C_w ersetzen, der von Punkt zu Punkt im Raum variiert und nur für einen bestimmten Raumpunkt gegenüber der Spulenwicklung als Wicklungskonstante angesehen werden kann. Ist $f(J \cdot w) = \bar{J} \cdot C_w$ sehr klein gegenüber H, so ist die Ablenkung a klein, d. h. wenige Grade, ein Fall, der bei Galvanoskopen und bei Spiegelablesung, d. h. Anwendung langer optischer Zeiger, im allgemeinen vorliegt. Ist $\bar{J} \cdot C_w$ von gleicher Grössenanordnung wie H (vergl. Fig. 12), so liegt a zu beiden Seiten von 45^0, ein Fall, der bei Bussolen mit mechanischem Spitzenzeiger angestrebt wird. Je nach dieser Ausführungs- und Verwendungsart kann man in der Gruppe a etwa folgende Instrumentarten unterscheiden:

a_1) Galvanoskope zum Nachweis von Stromab- oder -anwesenheit. Gewöhnlich wird die Empfindlichkeit dieser Instrumente, welche ohne ausgedehnte Teilung, meist nur mit einem Fixpunkt für die Nulllage der freischwingenden Nadel ausgeführt werden, durch die Stromstärke bezw. ihre Grössenordnung in Ampere charakterisiert, welche noch einen deutlich merkbaren Ausschlag hervorruft, und man bezeichnet durch: Empfindlichkeit $= 2 \cdot 10^{-6}$, dass etwa zwei Milliontel Ampere noch zu konstatieren sind, obwohl Empfindlichkeit richtiger durch $\frac{1}{C}$, dem reziproken Wert der Stromstärke für 1 Skalenteil Ausschlag, ausgedrückt wird. Da diese Instrumente aber fast ausschliesslich nur für Nullmethoden Verwendung finden, also bei Brückenmethoden und der

Kompensationsmethode, so wäre es zur Vermeidung von Trugschlüssen eigentlich richtiger, nicht die Stromempfindlichkeit bezw. Stromkonstante C anzugeben, welche fast nur bei Isolationsmessungen in Frage kommt, sondern die Spannungsempfindlichkeit bezw. Spannungskonstante $C \cdot R_g$, welche an den Klemmen des Instrumentes mit dem Eigenwiderstand von R_g Ω den Ausschlag 1 bewirkt. Dies gilt auch für alle folgenden Instrumente je nach ihrer Verwendung in den Messschaltungen.

a_2) Taschengalvanometer mit Gradteilung oder sogleich empirisch in Ampere bezw. Milliampere geeicht. Im letzteren Falle, z. B. bei allen medizinischen Instrumenten, ist aber grosse Vorsicht am Platze, da die Eichung nur für ein bestimmtes H gilt (vergl. bei Fig. 12) und dieser Wert jetzt im Zeitalter der Eisenkonstruktionen und Starkstromanlagen sehr grossen Schwankungen, selbst innerhalb desselben Raumes, unterworfen sein kann, Schwankungen, die innerhalb weniger Meter an zwei verschiedenen Laboratoriumstischen zu etwa 30 % gefunden wurden.

a_3) Tangentenbussolen, welche durch grossen Spulendurchmesser und Wahl eines günstigen Punktes für die Nadelaufhängung nur geringe Änderungen des Koeffizienten C_w innerhalb des Ausschlagbereichs sichern und eine genauere Berechnung des Stromfeldes $J \cdot C_w$ in absoluten oder CGS-Einheiten ermöglichen (absolute Bussolen nach W. Weber).

Obwohl für endliche Nadellänge der Faktor C_w stets strenggenommen durch eine konvergierende, unendliche Reihe dargestellt wird, so ist bei verhältnismässig sehr kleinen Magneten, oder bei Anbringung der Nadel in der Spitze eines Kegels über der Spule von $\frac{D}{4}$ Höhe nach Gaugain, in erster Annäherung nur das erste Glied G_1 der Reihe zu berücksichtigen und unter Einführung dieser Bussolenkonstanten G_1 zu setzen

$$J = \frac{H}{G_1} \operatorname{tg} \alpha.$$

Die Zahlenkonstante, welche inmitten der Windung 4π beträgt, reduziert sich bei Gaugain auf etwa $1{\cdot}43\,\pi$, so dass man also in die obige Formel einzusetzen hätte:

$$G_1 = C_w = \frac{1{\cdot}43\,\pi \cdot w}{D},$$

wobei w die Zahl der auf dem Kegelmantel angebrachten Windungen bezeichnet und D ihren mittleren Durchmesser.

Als besondere Verwendung irgend einer Bussole mit einem Multiplikatorrahmen, der um eine senkrechte Achse drehbar ist und mit der Drehachse der Magnetnadel in gleicher Ebene liegt, ist noch die Strommessung mit Hilfe des Sinuswinkels zu erwähnen. Eine Sinusbussole ist also eigentlich kein besonderes Messinstrument, sondern nur eine bestimmte Verwendung zur Messung geringer Stromstärken. Unter der Voraussetzung, dass $f(J, w) < H$, kann man durch Nachdrehen des Multiplikatorrahmens in der Ausschlagsrichtung bewirken, dass die Nadel wieder die Nulllage erreicht. Ist dies bei Fig. 13 etwa durch Drehen des Rahmens um den Winkel φ, also Verbringen des Rahmens aus der ausgezogenen in die strichlierte Lage er-

reicht, so ist das Gleichgewicht der Drehmomente auf die bewegliche Magnetnadel mit dem Moment M allgemein gegeben durch

$$M \cdot (\bar{J} \cdot C_w) \cos \alpha' = M \cdot H \cdot \sin \varphi$$

gegenüber

$$M \cdot (\bar{J} \cdot C_w) \cos \alpha = M \cdot H \cdot \sin \alpha$$

bei gewöhnlichen Bussolen (vgl. oben).

Im vorliegenden Sonderfall ist aber $\cos \alpha' = 1$, weil α' auf den Wert Null zurückgebracht wurde. Hieraus folgt

$$\sin \varphi = \frac{\bar{J} \cdot C_w}{H} \text{ oder } \bar{J} = \frac{H}{C_w} \cdot \sin \varphi.$$

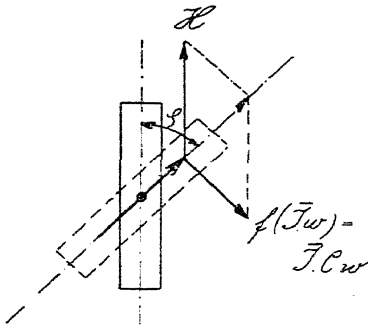
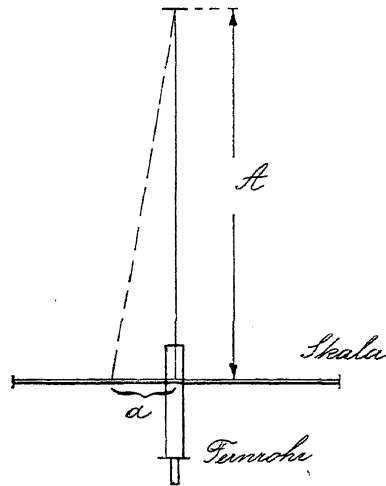



Fig. 13. Fig. 14.

Für die angegebene Einschränkung, dass $\bar{J} \cdot C_w < H$, wird diese Messung vorteilhafter sein, weil die Bedingungen der Tangentenbussole nicht erfüllt zu sein brauchen, da der Pol der Magnetnadel stets dieselbe Lage gegenüber der Wicklung beibehält, also C_w wirklich konstant ist.

a_4) Spiegelgalvanometer, bei denen der bewegliche Magnet in fester Verbindung mit einem Spiegel steht, der kleine Ablenkungen mit Hilfe eines langen optischen Zeigers zu messen gestattet. Die Form der Magnete, ob Glockenmagnet, Ringmagnet oder System von kurzen Stabmagneten, wie bei den THOMSON-Instrumenten, spielt hierbei keine wesentliche Rolle, stets kommt wie bei Fig. 12 das magnetische Moment $M = l \cdot m_\mu$ in Frage, wenn m_μ die Polstärke, l ihren gegenseitigen Abstand bezeichnet. Demnach gilt auch hier als Ausgangsbeziehung für die Galvanometerstromstärke $\bar{J}$

$$\bar{J} = \frac{H}{C_w} \cdot \text{tg}\, \alpha \text{ und in erster Annäherung } \frac{H}{G_1} \cdot \alpha.$$

Da nämlich die Winkelablenkung des Magnets sehr klein, nämlich nahezu $\frac{\alpha}{2A}$ ist und bei grösseren Skalenentfernungen A (siehe Fig. 14) nur

wenige Grade beträgt, so kann man in erster Annäherung ohne erheblichen Fehler die Tangentenwerte gleich den Winkelwerten setzen und die letzteren mit Hilfe des Ausschlages a, welcher an der Skala abgelesen wird, messen. Fasst man noch $\left(\frac{H}{G_1}\right)$ zusammen in die Galvanometerkonstante C, so erhält man

$$J = C \cdot a,$$

doch hat man festzuhalten, dass der Ausschlag a stets das Verhältnis von Spulenfeld $J \cdot G_1$ und Richtfeld, z. B. Horizontalintensität H des Erdfeldes angiebt. Hieraus folgt zunächst, dass C eine Stromstärke sein muss, da a als Verhältnis die Dimension Null besitzt, und zwar bedeutet C die Stromstärke in Ampere, welche den Skalenausschlag 1 hervorruft. Um Missverständnisse zu vermeiden und Vergleiche von Galvanometerempfindlichkeiten zu ermöglichen, muss daher sowohl die absolute Skalenwertlänge, ob Millimeter, Doppelmillimeter, Centimeter, Doppelcentimeter, als auch die Skalenentfernung A zwischen Spiegel und Skala angegeben werden, so dass z. B. die vollständige Charakterisierung einer Galvanometerempfindlichkeit lauten würde:

$$C = 3{\cdot}70 \cdot 10^{-8} \text{ Amp. für } a = 2 \text{ mm bei } A = 2{\cdot}68 \text{ m.}$$

Zur Vergleichung muss Umrechnung stattfinden, entweder auf Winkelgrade $\frac{a}{2A}$ oder, was dasselbe sagt und jetzt als Norm gilt, auf $a = 1$ mm und $A = 1$ m, d. h. auf den Drehungswinkel, dessen Bogenmass bezw. Tangente $\frac{1}{2000}$ ist, d. i. etwa 1·72 Bogenminuten.

Es ist wichtig, auf den Aufbau von C zu achten. Einmal, um klar zu werden, dass C strenggenommen keine Konstante ist, da H variabel ist, ferner G_1 bezw. C_w sich mit dem Ausschlag etwas ändert und endlich a der sogenannten Tangentenkorrektion bedarf. Hierzu kommt dann vielfach noch ein schwacher Torsionseinfluss der Aufhängung. Alles dies zusammen lässt erkennen, dass nur eine empirische Skalenkorrektion (etwa die nach Boccali) dem Zusammenwirken aller dieser kleinen Einflüsse, welche eine Abweichung von der genauen Proportionalität bedingen, Rechnung tragen kann.

Ein zweites Mal ist der Aufbau von C oder der Galvanometerempfindlichkeit $\frac{1}{C} = \left(\frac{G_1}{H}\right)$ wichtig zur Beurteilung ihrer Vergrösserung. Offenbar hat man zur Vergrösserung der Empfindlichkeit die beiden Mittel an der Hand: Vergrösserung von G_1 und Verkleinerung von H. Für den Magnetpol sehr nahe dem Skalenzentrum ist in erster Annäherung (vgl. oben)

$$G_1 = \frac{4 \pi w}{D},$$

wenn w die Windungszahl, D ihr Durchmesser. Vermehrung von w und möglichste Annäherung an die Magnetpole (Verkleinerung von D) wird also die Empfindlichkeit erhöhen, was nach Möglichkeit bei den neuen Formen des Thomson-Galvanometers (Du Bois und Rubens) angestrebt wird. Für die Benutzung ist aber auch hier der schon oben (bei a_1) erwähnte wichtige Umstand nicht zu übersehen, dass bei gegebenem Wicklungsraum die Vermehrung von w ein Anwachsen des Galvanometerwiderstandes R_g angenähert mit w^2 zur Folge hat, somit zwar die für Isolationsmessungen, d. h. sehr

hohen äusseren Widerständen. in Frage kommende Stromempfindlichkeit $\frac{1}{C}$ zunimmt, nicht aber die sehr vielfach, namentlich bei kleineren äusseren Widerständen in Frage stehende Spannungsempfindlichkeit $\left(\frac{1}{C_e}\right) = \left(\frac{1}{C \cdot R_g}\right)$.

Bei der (dritten) ballistischen Empfindlichkeit $\left(\frac{1}{C_b}\right)$ kommen noch weitere Faktoren oder Galvanometergrössen in Frage, die aus der Beziehung zwischen der ballistischen Konstanten C_b, welche in der Grundgleichung des Schwingungsgalvanometers $\int i\,dt = C_b \cdot a$ auftritt, und der Stromkonstanten C folgen (über die Ableitung siehe Hdb. I, 2 in **193** ff.):

$$C_b = C\,\frac{\tau}{\pi} \cdot k^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}}.$$

Sieht man zunächst von dem letzten Faktor ab, der auf die Dämpfung Bezug hat, so kommt namentlich noch die Grösse der Schwingungsdauer $\tau = \pi \sqrt{\frac{T}{D}}$ in Betracht, so zwar, dass eine Vergrösserung von τ, d. h. eine Erhöhung des mechanischen Trägheitsmomentes T des schwingenden Zeigersystems und eine Verringerung der Direktionskraft D des Magneten, die ballistische Empfindlichkeit verringert, wenn auch die Annehmlichkeit und Genauigkeit der Beobachtung des grössten Ausschlages erhöht (weiteres siehe in Hdb. II, 2).

Ist für die Steigerung der gewünschten Empfindlichkeit durch Vermehrung der Windungszahl w nichts weiter zu erreichen, so bleibt noch die Verkleinerung des Zählers übrig, d. h. des Direktionsfeldes H. Dies führt hinüber zu den Instrumenten der Gruppe β mit Hilfs- bezw. Astasierungsmagneten.

Die Instrumente dieser Gruppe kann man je nach der Ausführung der Astasierung weiter einteilen in:

β_1) Galvanometer mit beweglichem Hilfsmagnet (astatischem Nadelpaar), bei denen durch Verkoppelung zweier angenähert gleicher, aber entgegengesetzt gerichteter Stabmagnete nach Art der Fig. 15 der in der Spule befindliche und durch das Spulenfeld abgelenkte Magnet ein Richtfeld H_r besitzt, das sehr viel schwächer ist als das normale Erdfeld H, wodurch eine entsprechende Steigerung der Stromempfindlichkeit $\left(\frac{G_1}{H_r}\right)$ herbeigeführt wird. Dieser zuerst von Ampère (1821) und Nobili (1825) angewendete Kunstgriff hat aber neuerdings an praktischer Bedeutung sehr verloren durch Verdrängung der ungeschützten Galvanometer.

β_2) Galvanometer mit feststehendem Hilfsmagnet, der einmal die Funktion als Richtmagnet haben kann, um bei beliebiger Aufstellung des Instruments den Spiegel nach vorn ⊥-Fernrohr zu drehen (vgl. Fig. 14), ein zweites Mal die Funktion, das Richtfeld H_r und damit die Empfindlichkeit oder die Schwingungsdauer der Grösse nach zu ändern. Besitzt das Hilfsfeld die Stärke und Richtung h, welche durch Verschieben und Drehen in weiten Grenzen geändert werden kann, so ergiebt sich aus der Zusammensetzung von h und der relativ konstanten Horizontalintensität das gewünschte H_r (siehe Fig. 16).

Die Gruppe γ umfasst die Torsionsgalvanometer oder, allgemeiner, alle Galvanometer, bei denen man keine Ablenkung durch das elektromagnetische

Drehmoment $D = M \cdot J \cdot C_w \cdot \cos \alpha'$ zu stande kommen lässt, sondern eine Zurückführung auf Null mit gleichzeitiger Messung dieses Drehmomentes durch ein entgegengesetztes, gleichgrosses mechanisches Drehmoment (meist Torsion) $D = C_f \cdot a$ bewerkstelligt. Hierin besteht gleichzeitig der wesentliche Unterschied gegenüber den Gruppen α und β, bei denen der Gleichgewichtszustand durch ein zweites elektromagnetisches Drehmoment, z. B. ($M \cdot H \cdot \sin \alpha$) erfolgt. Bei den Galvanometern mit kompensiertem Ausschlag, die ihre erste geschickte Anwendung durch OHM fanden (siehe Hdb. I, 2 in 24), macht man sich also nicht nur von dem Erdfeld H unabhängig,

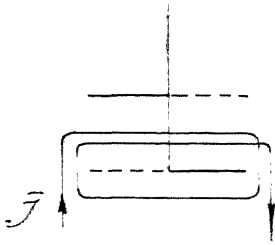
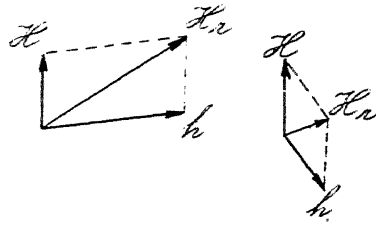



Fig. 15. Fig. 16.

sondern auch von einer Änderung des Wertes C_w, indem man α' stets $= 0$, also $\cos \alpha' = 1$ macht, was für die Messung selbst stets dieselbe gegenseitige Lage von Magnetpol und Spule, d. h. Konstanz von C_w, gewährleistet, sobald das Instrument richtig eingestellt ist und eine Deformation der Spule hintangehalten wird. Unter diesen Voraussetzungen besteht also für mechanisches Gleichgewicht, d. h. Zurückführung des Magnetzeigers auf Null, die Gleichung

$$M \cdot C_w \cdot \bar{J} = C_f \cdot a,$$

wenn M wieder das magnetische Moment des benutzten permanenten Magneten bedeutet, C_f die Torsionsfederkonstante und a die am Torsionszeiger abgelesenen Teilstriche (Grade) beim Zutreffen jener Gleichung. Ist C_f keine wirkliche Konstante, d. h. a mit D nicht völlig proportional, so muss dies durch eine empirische (meist sehr kleine) Korrektion bei a berücksichtigt werden. Falls dies geschehen, so ergiebt die Auflösung nach der zu messenden Grösse

$$\bar{J} = \left(\frac{C_f}{M \cdot C_w}\right) \cdot a = C \cdot a.$$

Beim Zusammenfassen des Klammerausdrucks zu einer (meist allein angegebenen) Galvanometerkonstanten C ist auch hier der Aufbau zu beachten wegen der stillschweigenden Voraussetzungen und wegen des Einflusses der Änderung einer der als konstant angenommenen Faktoren C_f, C_w und M. Namentlich gilt dies hier von dem magnetischen Moment M, das im Gegensatz zu den α- und β-Instrumenten in die Konstante C eingeht und am leichtesten einer Änderung, meist einer Schwächung durch starke äussere Felder ausgesetzt ist. Die Formel lehrt ohne weiteres, dass dadurch C in seinem Wert grösser, die Empfindlichkeit $\frac{1}{C}$ also kleiner wird. Dieser Mangel des äusseren Schutzes in Verbindung mit dem Fehlen einer direkten Ablesung

hat auch diese als Instrument von SIEMENS sehr gut durchgebildeten γ-Galvanometer immer mehr aus der Messpraxis verschwinden lassen.

Vor Verlassen der Abteilung a sei noch darauf hingewiesen, dass man die starken neuzeitlichen Schwankungen in Wert und Richtung der Horizontalintensität unter Beibehaltung der für gewisse Zwecke schwer ersetzbaren hochempfindlichen Spiegelgalvanometer mit beweglichem Magnet dadurch unschädlich zu machen suchte, dass man Galvanometer mit eigenem permanenten Richtfeld in einen genügend starken Eisenpanzer brachte. Wenn auch die magnetische Schutzwirkung bei diesen neueren Panzergalvanometern ausreichend gross gemacht werden konnte (siehe hierzu Hdb. I, 2 in **288**), so beeinträchtigt doch eine andere unangenehme Nebenerscheinung ihre Benutzbarkeit gerade als Schwingungsgalvanometer in hohem Grade. Es ist dies die Ausbildung von schwachen, veränderlichen Polstellen in dem Eisengehäuse selbst, wodurch der Nullpunkt fortwährenden Änderungen unterworfen ist, die besonders stark werden nach Hindurchsendung stärkerer Stromstösse durch die Spule. Ihre Verwendung ist bisher auch noch recht beschränkt geblieben und hat keinen wesentlichen Einfluss auf den Verdrängungsvorgang nehmen können, der einen nahezu vollständigen Ersatz aller älteren magnetisch ungeschützten Laboratoriumsinstrumente durch die folgende Abteilung b der magnetisch in sich geschützten Drehspuleninstrumente zur Folge hatte.

24. Drehspuleninstrumente.

Stellt in Fig. 17 N_I das feststehende Hauptfeld dar, welches durch den permanenten Magneten erzeugt wird, N_{II} die Achsenrichtung und Kraftlinienzahl des Drehspulenfeldes, so wird der Feldkontrast den beweglichen Feldträger (die Drehspule) hier nach rechts zu drehen suchen, d. h. so, dass die beiden Feldachsenrichtungen (Pfeile) zur Deckung gelangen. Dieser dem Motorprinzip (Hdb. I, 2 in **274**) entsprechende Antrieb F weckt hier eine wachsende mechanische Gegenkraft (Torsionskraft D), welche so lange wächst, bis Gleichgewicht zwischen ihr und der elektromagnetischen Antriebskraft erreicht ist. Ist dies bei dem Ausschlag α der Fall, so kann man diese Gleichgewichtsbedingung schreiben

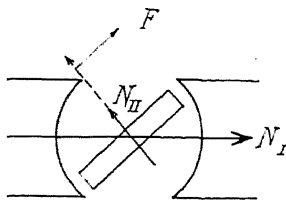



Fig. 17.

$$D = C_f \qquad c_1 \cdot N_I' \cdot N_{II} \cdot \sin \delta.$$

Hierin enthält c_1 (ausser der Masssystemkonstanten) im Nenner eine Länge, nämlich den Durchmesser des für N_I und N_{II} gemeinsamen kontrastierenden Querschnittes (q); $\sin \delta$ giebt den Lagenfaktor an, der allerdings praktisch meistens sehr nahe der Einheit ist, aber in extremen Fällen erhebliche Abweichungen von der Proportionalität bedingen kann. Es ist nämlich δ der Winkel, welchen die jeweilige Bewegungsrichtung der Spulendrähte mit der Kraftlinienrichtung des Hauptfeldes N_I bildet. Befindet sich, wie üblich, im Inneren der Drehspule ein fester Eisenkern, so wird die Brechung der magnetischen Kraftlinien, besser Induktionslinien (siehe hierzu Hdb. I in **117**, **174**, **179**) bewirken, dass δ innerhalb der Polschuhe nur wenig von 90^0 abweicht, also $\sin \delta$ nahe der Einheit bleibt oder wenig variiert.

Ersetzt man auf der rechten Seite die Kraftlinienzahl N_I', welche den Spulenquerschnitt q bei senkrechter Stellung, kürzer den Kontrastquerschnitt

durchsetzt, durch die mittlere Induktion B und jenen Kontrastquerschnitt q, sowie das Drehspulenfeld X_H nach dem magnetischen Ausgleichsgesetz durch $\frac{J \cdot w}{c_2}$, worin w die Zahl der Spulenwindungen und der Faktor c_2 neben der Masssystemkonstanten noch den magnetischen Widerstand des Spulenfeldes zum Ausdruck bringt, so geht die obige Gleichung über in

$$C_f \cdot \alpha = B \cdot J \cdot \left(\frac{q \cdot w \cdot c_1}{c_2}\right) \cdot \sin \delta = B \cdot J \cdot C_w \cdot \sin \delta.$$

wobei an Stelle des Wicklungskoeffizienten C_w auch die reduzierte wirksame Leiterlänge l_w der Drehspule sowie deren Radius r_1 eingeführt werden könnte. so dass die Gleichung in

$$C_f \cdot \alpha = (B \cdot J \cdot l_w) \cdot r_1 \cdot c_3 \cdot \sin \delta = F \cdot r_1 \cdot c_3 \cdot \sin \delta$$

übergeführt wird, was der differentiellen Form der Antriebskraft $F = B \cdot J \cdot l_w$ an den Spulendrähten senkrecht zur Feldrichtung X_f entspricht. Diese Gleichung lässt auch sofort erkennen, dass man die Federkonstante C_f, welche das Drehmoment der Richtkraft für $\alpha = 1$ darstellt, in $f_1 \cdot r_2$ auflösen kann, wenn r_2 den Angriffsradius der mechanischen Richtkraft f_1 bezeichnet. Aus der Gleichgewichtsgleichung

$$J \cdot C_w \cdot B \cdot \sin \delta = C_f \cdot \alpha$$

folgt bei Auflösung nach der Stromstärke J der Spule

$$J = \left(\frac{C_f}{C_w \cdot B}\right) \cdot \frac{\alpha}{\sin \delta} = C \cdot \frac{\alpha}{\sin \delta},$$

wenn wiederum der Klammerausdruck zu einer einfachen Konstanten C zusammengefasst wird.

Auch hier lehrt der Aufbau von C einmal den Einfluss der Einzelfaktoren C_f, C_w und B auf die Empfindlichkeit, ein zweites Mal die stillschweigenden Voraussetzungen für die Konstanz von C, während $\sin \delta$ nur auf die Proportionalität der Teilung oder auch auf die Skalenkorrektion Einfluss hat.

Die Erhöhung der Empfindlichkeit $\frac{1}{C} = \frac{C_w \cdot B}{C_f}$ ist durch Erhöhung von C_w und B einerseits, durch Verkleinerung von C_f andererseits möglich. Mit Rücksicht auf die Erzielung einer ausreichend bestimmten Nulllage sowie auch einer raschen und entschiedenen Einstellung bei Ausschlägen kann man mit C_f nicht zu weit heruntergehen, d. h. bei den direktzeigenden Instrumenten die Direktionsfedern nicht zu schwach wählen. Bei Spiegelinstrumenten kann allerdings $C_f = f_1 \cdot r_2$ sehr klein gewählt werden, indem man bei den Aufhängefäden oder -bändern sowohl f_1 als r_2 sehr klein wählt, weshalb man auch hier die Empfindlichkeit sehr hoch treiben kann (bis 10^{-10} Amp.). Bei B ist man gleichfalls mit Rücksicht auf die zeitliche Konstanz oder Sicherheit gegen Entmagnetisierung (Hdb. I, 2 in 287) beschränkt, insofern bei zuverlässigen Instrumenten B im Magnet nicht über $1/5$ bis $1/3$ des überhaupt erreichbaren maximalen Remanenzwertes gewählt werden sollte. Auch bei C_w ist man in der Windungszahl w durch den verfügbaren Raum sowie den zulässigen inneren Widerstand beschränkt.

Was die Konstanz von C betrifft, so setzt diese nach ihrem Aufbau die Konstanz jeder der drei Faktoren C_w, C_f und B voraus. Ist eine Deformation

der Drehspule, d. h. eine Änderung von C_w genügend verhindert, so wäre noch die Federkonstante (Richtkraftkonstante) C_f und das permanente B konstant zu halten. Beide besitzen zwar einen bestimmten Temperaturkoeffizienten, doch wird der Einfluss mässiger Temperaturschwankungen nur gering sein, da er bei beiden in gleicher Richtung verläuft. Wenn also auch C_f und B bei Temperaturerhöhung etwas kleiner wird, so kommt doch bei der Stellung von C_f und B in Zähler und Nenner nur die Differenz in C zum Ausdruck (bei abgekürztem Rechnungsverfahren siehe in 8).

Bei B hat man örtliche und zeitliche Variation zu berücksichtigen. Ist das Feld im Bewegungsbereich der Spule nicht ausreichend homogen und sin δ mit dem Ausschlagswert merklich verändert, was bei vielen Spiegelgalvanometern der Fall ist, so wird bei grösseren Ausschlägen oder unsymmetrischer Spulenstellung (besonders aber bei beiden zusammen) eine starke Abweichung von der Proportionalität eintreten können, was nur durch empirische Skalenkorrektion aufgedeckt werden kann, weshalb diese bei grösseren Ausschlägen und kleineren Skalenentfernungen eigentlich unerlässlich ist. Eine Veränderung des Wertes von B mit der Zeit ist namentlich bei den direktzeigenden Instrumenten möglich, da hier eine Veränderung der Remanenz durch Anstossen (starke mechanische Erschütterungen) oder durch Kurzschlussstromstoss (elektromagnetische Erschütterung) wahrscheinlicher ist als bei Spiegelinstrumenten. Nachprüfungen wenigstens eines Punktes der Skala durch Vergleichung sind daher zeitweise erforderlich, um die Konstanz von C sicherzustellen.

Allen Drehspuleninstrumenten gemeinschaftlich sind die interessanten und praktisch wichtigen Dämpfungsverhältnisse, welche die Einstellungen der Instrumente und damit die Raschheit der Ablesemöglichkeit bedingen. Meist wird möglichst aperiodisches Arbeiten des Zeigers angestrebt, d. h. sein Einstellen auf den endgültigen Ausschlag ohne Schwingungen und ohne Kriechen. Bei den direktzeigenden Instrumenten wird dies meist durch einen eigenen metallischen Kurzschluss- oder Bremsrahmen angestrebt, der in seinem elektrischen Widerstand passend bemessen ist und gleichzeitig als Wicklungsträger benutzt wird. Bei den Spiegelinstrumenten, welche häufig auch als Schwingungsgalvanometer mit möglichst geringer Dämpfung benutzt werden sollen, muss zur Ermöglichung rascher Ablesungen der aperiodische Widerstand selbst eingestellt werden. Um gleichzeitig die Bedingung einer passenden Empfindlichkeit zu erfüllen, bedient man sich am besten eines veränderlichen Widerstandes R_v mit Abzweigmöglichkeit (Laufstöpsel), wie es etwa Fig. 18 andeutet. Durch die Bewegung der Drehspule im Hauptfelde (N_l) wird nach den Induktionsgesetzen eine Spannung $E_\gamma = B \cdot C_w \cdot \frac{d\alpha}{dt}$ in der Drehspule erzeugt. Dieses E_γ verursacht bei äusserem Schluss des Galvanometers nach den Ausgleichgesetzen einen Strom (Bremsstrom), der durch $R = R_g + R_v$ bedingt wird. Bei einer bestimmten Grösse von R oder, da R_g fest gegeben ist, von R_v wird der Bremsstrom die Bewegung aperiodisch machen. Bezeichnet man diesen Wert von R_v kurzweg als aperiodischen Widerstand mit R_a, so sind folgende drei Fälle möglich:

1. $R_v > R_a$; alsdann schwingt das Galvanometer um seine Gleichgewichtslage, d. h. $k = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ ist >1 aber $< \infty$, weil die aufeinanderfolgenden Abweichungen α_1 und α_2 zu beiden Seiten der Gleichgewichtslage beide endlich sind (Bremsstromstärke unter normal).

2. $R_v = R_g$: alsdann geht der Zeiger mit angenähert natürlicher Schwingungsdauer in seine Gleichgewichtslage, d. h. $k = \varkappa = \frac{a_1}{a_2} = \frac{a_1}{0}$; oder wenn an Stelle des einfachen Dämpfungsverhältnisses $\varkappa$ der Dämpfungsfaktor $k^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}}$ (vgl. in **23** bei a_4) benutzt wird, so wird dieser Ausdruck gleich der Basis 2·72 der natürlichen Logarithmen (Bremsstromstärke normal).

3. $R_v < R_g$: alsdann kriecht der Zeiger, d. h. der Dämpfungsfaktor $k^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}}$ wird grösser als 2·72 und der Zeiger braucht eine Zeit zur Erreichung seiner Gleichgewichtslage, die die natürliche Schwingungsdauer um so mehr übersteigt, je grösser jener Dämpfungsfaktor ist (Bremsstromstärke über normal).

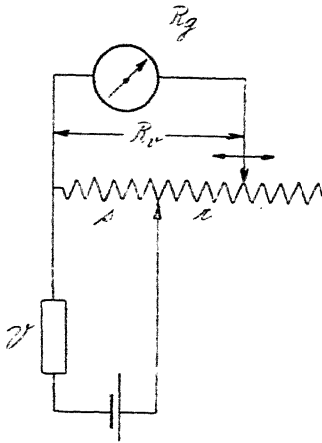
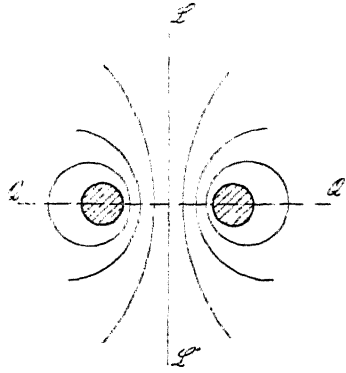



Fig. 18. Fig. 19.

Dass die verhältnismässige Dämpfung oder das Dämpfungsverhältnis $k = \frac{a_1}{a_2}$ unabhängig von der Grösse von a ist, rührt daher, dass die mittlere Geschwindigkeit $v_m = \left(\frac{d\,a}{d\,t}\right)_m$ bei der angenäherten Konstanz der Schwingungsdauer τ direkt proportional mit a wächst ($v_m = c \cdot a$) und ebenso auch E_y bezw. $J_y = (E_y : R)$. Weiteres über diese Verhältnisse siehe Hdb. I, 2 in **193** ff., sowie über die Galvanometer in Hdb. II, 2. Alle Instrumente der Abteilung b zeigen infolge der Konstanz des einen Feldfaktors eine im wesentlichen gleichförmige, d. h. mit $\bar{J}$ proportionale Skala.

25. Weicheiseninstrumente.

Die Gruppe 2 der Weicheiseninstrumente lässt sich auch unter den allgemeinen Gesichtspunkt der Kontrastwirkung zwischen feststehendem Feld (Spulenfeld) und beweglichem Feld (Weicheisenstück) einordnen, wenn man bedenkt, dass der Weicheisenkern durch den Messstrom zu einem Elektromagneten wird, der für sich betrachtet ein Feld ausbildet, das stellenweise mit dem Spulenfeld in Widerspruch (Kontrast) tritt und eben dadurch dem beweglichen Feldträger (polarisierten Weicheisenkern) einen Antrieb erteilt in Richtung der Erzeugung eines Maximums von Kraftlinien des ganzen Systems. Ob hierbei der Eisenkern so geführt wird, dass er eine Bewegung in Richtung der Längsachse LL' des Spulenfeldes (Fig. 19) aus-

führt, um seinen magnetischen Schwerpunkt in die Symmetrieachse $Q\,Q'$ zu bringen zur Erzielung eines relativen Maximums der Systempermeabilität μ_g; oder ob die Eisenfahne, wie bei den HUMMEL-Instrumenten, sich bereits in dieser Maximallage befindet, aber durch Drehung um $L\,L'$ oder eine ihr parallele Achse eine Annäherung an die innere Spulenwand mit ihrer grösseren Kraftliniendichte ausführt; oder ob als magnetisches Analogon zu den Blattelektroskopen eine „Abstossung" der gleichnamig magnetisierten beweglichen Fahne eintritt (Fig. 20), wie bei einigen der ältesten Weicheisentypen: dies fällt alles unter das gleiche Grundprinzip.

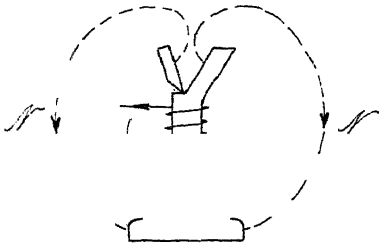



Fig. 20.

Auch der allgemeine Charakter der Teilung bei den nach Stromstärke bezw. Spannung geeichten Weicheiseninstrumenten lässt sich in gleicher Weise wie das Verhalten gegen die beiden Stromarten aus der allgemeinen Beziehung für die Kontrastwirkung ableiten. Die Antriebskraft F kann man schreiben (vgl. hierzu in **24**)

$$F = \frac{1}{q} \cdot N_I \cdot N_{II},$$

wenn q den Kontrastquerschnitt bezeichnet, ferner das feststehende primäre Hauptfeld $N_I = \bar{J} \cdot C_w$, worin $\bar{J}$ der Messstrom in der Spule, C_w eine Spulenkonstante, die die Wicklungszahl w und den konstanten magnetischen Widerstand des Spulenkreislaufes (für sich) enthält. Das kontrastierende Feld N_{II} des Elektromagneten (für sich) kann man durch $\frac{\bar{J} \cdot w}{S_m}$ ersetzen, wenn S_m den magnetischen Widerstand bezeichnet, dessen Variation von Form und Beschaffenheit des Weicheisenkerns mit bedingt wird, sich aber praktisch für gewöhnlich in mässigen Grenzen halten wird. Hiernach kann man die Antriebsgleichung auch schreiben

$$F = J^2 \cdot \left(\frac{C_w \cdot w}{q \cdot S_m}\right).$$

Würde der Antrieb F durch Kompensation gemessen, so würde gemäss der Gleichung $F = C_f \cdot \alpha$ die Ablesung α also sehr nahe proportional mit J^2 wachsen. Lässt man, wie bei allen bisher verwendeten Instrumenten, den Ausschlag zustande kommen und erst durch α eine zur Messung benutzte Gegenkraft — entweder Federspannung, wie bei den KOHLRAUSCH-Instrumenten, oder mechanisches Gegenmoment durch Hebelwirkung des Zeigers — wecken, so bleibt F selbst nicht konstant, sondern nimmt bei Annäherung an die Gleichgewichtslage rasch ab (Hdb. I, 2 in **298**). Deshalb erleidet die anfangs quadratische Zunahme der Skalenteile bei den höheren Werten vielfach eine Umkehrung, infolge einer Art Sättigung in Gestalt der Annäherung an die erreichbare magnetische Maximalkapazität des Systems.

Form und Dicke des beweglichen Eisenstückes wird auch die Angaben der Weicheiseninstrumente bei Wechselstrom bedingen, da sowohl der Wert von S_m, welches die Permeabilität μ enthält, als auch Wirbelstrombildungen und Hysteresewärme die mittlere Kraftlinienzahl von $\tilde{N}_{II}$ und damit den Aus-

schlag beeinflussen. Hierüber kann nur eine besondere Eichung mit dem zu messenden Wechselstrom zuverlässigen Aufschluss geben.

Dass gegenüber den Gleichstromangaben sich Amperemeter und Voltmeter im allgemeinen verschieden verhalten werden, geht daraus hervor, dass bei Amperemetern das Hindurchschicken einer gleich grossen effektiven Wechselstromstärke auch den gleichen Wert von primären Amperewindungen bezw. von $\tilde{\mathfrak{N}}_I$ gewährleistet, während bei Voltmetern das Anlegen einer gleich grossen effektiven Wechselspannung dies nicht thut, sondern die Selbstinduktion (L_I) der Spule eine Verkleinerung des Messstromes $\tilde{J}_I$ zur Folge hat, die um so merkbarer wird, je grösser $\omega = \pi \cdot z$ des zu messenden Wechselstromes ist, ein Umstand, der bei sehr hohen Werten von ω nach der Gleichung

$$J_I = \frac{\tilde{E}}{Z} = \frac{\tilde{E}}{\sqrt{R_I^2 + (\omega L_I)^2}}$$

die Stromstärke $\tilde{J}_I$ so verkleinert, dass bei der quadratischen Wirkungsweise der Ausschlag oft verschwindend klein wird.

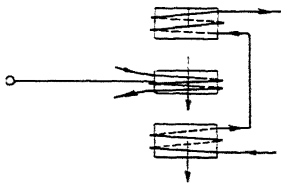
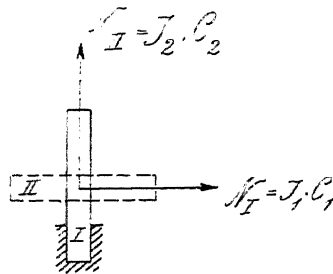



Fig. 21. Fig. 22.

Zu beachten ist auch, dass ungeschlitzte Metallgehäuse für die Wicklung, wie sie die älteren Instrumente vielfach zeigen, durch ihren entmagnetisierenden Kurzschlussstrom eine mit ω wachsende Verkleinerung der resultierenden Felder $\mathfrak{N}_I$ und $\mathfrak{N}_{II}$ bezw. des Ausschlages verursachen.

26. Dynamometrische Instrumente.

Die Instrumente der Gruppe 3 mit zwei Spulenfeldern werden meist nach Art der Dynamometer mit gekreuzten Feldachsen, seltener nach Art der Stromwagen (THOMSON) mit gleich- bezw. gegeneinandergerichteten Feldachsen und ausserhalb liegendem Drehpunkt (vgl. Fig. 21) ausgeführt. Für das Grundprinzip macht dies auch keinen Unterschied. Bezeichnet in Fig. 22 das ausgezogene Rechteck I die feststehende Spule I und $\mathfrak{N}_I$ ihr Spulenfeld in Achsenrichtung und Grösse, ferner das strichlierte Rechteck II die bewegliche Spule II und $\mathfrak{N}_{II}$ ihr Spulenfeld, so kann man einmal für die Kraftwirkung F zwischen den Trägern der beiden kontrastierenden Felder setzen (siehe in **24**)

$$F = c_4 \cdot \mathfrak{N}_I \cdot \mathfrak{N}_{II} \text{ oder } D = c_1 \cdot \mathfrak{N}_I \cdot \mathfrak{N}_{II} \cdot \sin \delta.$$

Weiterhin kann man nach dem magnetischen Ausgleichgesetz jedes der Felder durch

$$\frac{c \cdot J \cdot w}{\left(\frac{l_m}{q_m \cdot \mu}\right)} \quad \left(\frac{c \cdot q_m \cdot w}{l_m}\right) J = C \cdot J$$

ersetzen. Denkt man sich ferner das Drehmoment D der linken Seite wieder (24) durch $C_f \cdot \alpha$ gemessen, so lautet hier die Gleichgewichtsbeziehung

$$C_f \cdot \alpha = J_1 \cdot J_2 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot c_1 \cdot \sin \delta$$

oder

$$J_1 \cdot J_2 = \left(\frac{C_f}{C_1 \cdot C_2 \cdot c_1}\right) \cdot \frac{\alpha}{\sin \delta} = C \cdot \frac{\;}{\sin \delta}$$

Für Torsionsinstrumente, bei denen $\sin \delta$ 1 oder zum mindesten unveränderlich ist, kann man also schreiben

$$J_1 \cdot J_2 = C \cdot \alpha,$$

wenn δ wiederum den jeweiligen Winkel der Bewegungsrichtung der Drähte von II mit den Kraftlinien des Feldes von I (siehe hierzu Fig. 19) angiebt.

Fasst man die Faktoren des Klammerausdruckes, d. i. die mechanische Konstante C_f (Federkonstante) sowie die Wicklungskonstanten des Nenners, wieder zu einer einheitlichen Instrumentkonstanten C (Dynamometerkonstanten) zusammen, so stellt sich dieses $C = \frac{J_1 \cdot J_2}{\alpha}$ als ein Stromstärken p r o d u k t dar, das den Ausschlag (Ablesung) $\alpha = 1$ hervorruft. Zunächst ist es gleichgültig, wie die beiden Faktoren zur Erzeugung des nämlichen Produktes zusammenwirken, also ob J_1 sehr gross, J_2 sehr klein oder umgekehrt, oder ob $J_1 = J_2$.

Die Betrachtung über den Aufbau von C aus den einzelnen Faktoren in ihrem Einfluss auf die Empfindlichkeit des Instrumentes und auf etwaige Änderungen oder Korrektionen von C mit der Zeit oder bei anderen Zustandsbedingungen ist so völlig analog den früheren (z. B. in **24**), dass hier nur darauf verwiesen sei.

Im Anschluss an die oben erwähnte Einteilung in Stromwagen und Dynamometer mit Drehspulen sind die verschiedenen A u s f ü h r u n g e n der letzteren weiterhin zu unterscheiden und zwar: Torsionsdynamometer, welche r e c h t w i n k l i g aufeinander stehende Spulen bezw. Feldachsen und Zurückführung des Ausschlages auf Null (mit gleichzeitiger Messung von D durch die hierbei erforderlichen Torsionsgrade der Instrumentfeder) anwenden, und die neuerdings immer mehr benutzten direktzeigenden Dynamometer mit Spiralfeder. Diese Unterscheidung ist — abgesehen von dem Einfluss, den eine Änderung von $\sin \delta$ mit dem Ausschlag auf die Teilung in ihrer Gleichförmigkeit bezw. Eichbedürftigkeit ausübt — deshalb wesentlich, weil bei jenen die Wechselinduktion zwischen den beiden Spulen praktisch stets auf Null gehalten werden kann, weshalb diese Gruppe von Dynamometern auch für h o h e Wechselzahlen oder Werte von ω in gleicher Weise mit der Gleichstromkonstanten

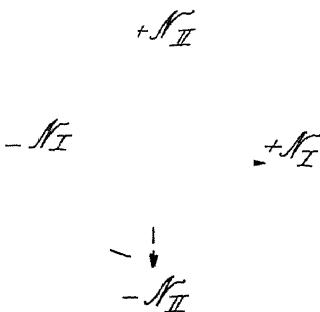



Fig. 23.

$$\bar{J}_1 \cdot \bar{J}_2$$

benutzbar bleibt wie bei niederen. Da die Umkehrung der Stromrichtung in b e i d e n Spulen nämlich die Antriebs r i c h t u n g von D nicht ändert, wie die Betrachtung von Fig. 23 sofort lehrt, so werden durch denselben Wert von $D = C_f \cdot \alpha$ auch die E f f e k t i v werte von Gleich- und

Wechselstrom so lange übereinstimmend gemessen, als die Wechselinduktion zwischen den beiden Spulen praktisch ohne Einfluss bleibt. Das letztere wird aber bei allen Dynamometern mit gekreuzten Spulenachsen bei wachsenden Werten von ω immer mehr der Fall. Bei sehr hohen Werten von ω, wie sie z. B. im parallel geschalteten Schwingungskreise zum Wellenstromlichtbogen auftreten, wird die Wechselinduktionswirkung bei den direktzeigenden Dynamometern so stark, dass sie die Benutzung der beobachteten Ausschläge unmöglich macht, weil diese Werte durchaus irreleitend und für die gesuchten Messwerte unbrauchbar sind (siehe hierüber: Untersuchungen am Wellenstromlichtbogen (Verh. d. V. z. B. d. G. 1904, Heft 10, Seite 412).

Was die Verwendung der Dynamometer anlangt, so können diese je nach der Schaltung als Amperemeter und Voltmeter oder als Wattmeter benutzt werden. Bei der Verwendung als Amperemeter bezw. Voltmeter macht man $J_1 = J_2$, d. h. man schaltet Spule I und II hintereinander und misst entweder die mit dem Ausschlag am unmittelbarsten zusammenhängende Stromstärke der beiden Spulen in Ampere zu

$$J^2 = C \cdot a \text{ oder } J = \sqrt{C \cdot a} = C' \cdot \sqrt{a};$$

oder man multipliziert die den Ausschlag zunächst hervorrufende Stromstärke sogleich mit dem Ausgleichswiderstand Z zwischen den Voltmeterklemmen und erhält

$$E = J \cdot Z = Z \cdot C' \cdot \sqrt{a} = C_V \cdot \sqrt{a} \text{ in Volt,}$$

wenn die Quadratwurzel aus der Dynamometerkonstanten C, d. h. C' in Ampere und der Ausgleichwiderstand Z in scheinbaren Ohm eingesetzt und zur Voltmeterkonstanten C_V zusammengefasst wird. Mit Rücksicht auf gleichwertige Benutzung der mit Gleichstrom geeichten Dynamometer bei Wechselstrom sucht man ferner den induktionsfreien Vorschaltwiderstand möglichst gross, oder Z in Ω_s sehr nahe gleich R in Ω zu machen. Bei höheren Werten von ω wird aber sowohl die Abweichung des $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$, bei den immerhin erheblichen Werten L der Spulen, von R so merklich, als auch bei den direktzeigenden Instrumenten der Einfluss der Wechselinduktion zwischen den Spulen so beträchtlich und mit dem Ausschlag wechselnd, dass ihre Verwendbarkeit praktisch aufhört.

Weiterhin darf bei der Gleichstromeichung von Dynamometern für Wechselstromzwecke der ablenkende Einfluss des Erdfeldes auf die bewegliche stromdurchflossene Spule nicht übersehen werden. Um diese nur bei Gleichstrom vorhandene, einseitige Wirkung zu eliminieren und damit ziemlich erhebliche prozentuale Fehler zu vermeiden, ist es nötig, sich den richtigen Wechselstrommittelwert durch zwei Ablesungen vor und nach Umkehrung beider Spulenstromstärken zu verschaffen, da das stationäre Erdfeld $\overline{N}_E$ auf die bewegliche Spule J_{Sp} ein zusätzliches Drehmoment d ausübt, das seine Richtung bei Umkehrung von J_{Sp} wechselt, wie Fig. 24 erkennen lässt. Aus ihr folgt auch, dass die Umkehrung der Spulenstromstärken durch eine Drehung des Instrumentes um 180° ersetzt werden kann.

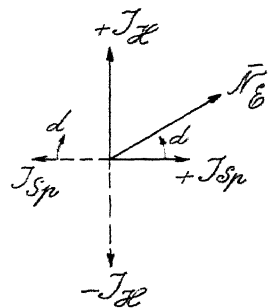



Fig. 24.

Bei Verwendung der Dynamometer mit hintereinander geschalteten Spulen müssen die beiden Stromstärken bei Wechselstrom nicht nur von gleicher Grösse ($\tilde{J}_1 = \tilde{J}_2$), sondern sie müssen nebst ihren pulsierenden Feldern $\tilde{N}_I$ und $\tilde{N}_{II}$ notwendigerweise in Phase sein, so dass die Antriebskurve

$$f = c_4 \cdot (n_1' \sin \omega t \cdot n_2' \sin \omega t) = n_1' \cdot n_2' \sin^2 \omega t \cdot c_4$$

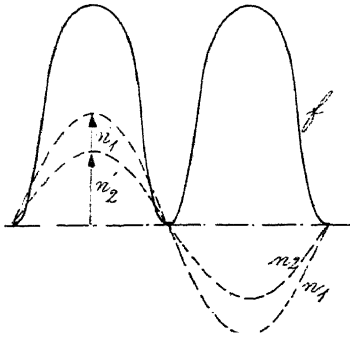
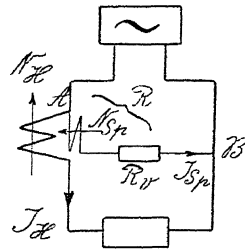



Fig. 25. Fig. 26.

auf dem Nullniveau aufsitzt, also nur gleichsinnige Werte aufweist (Fig. 25). Durch Integration der rasch aufeinander folgenden Antriebe folgt ein wirksamer Mittelwert

$$\tilde{F} = \frac{1}{T}\int_0^T f \cdot dt.$$

Wird das Dynamometer aber als Leistungszeiger (Wattmeter) verwendet (vgl. Schaltung in Fig. 26), so dass das feststehende oder Hauptstromfeld $\tilde{N}_H$ proportional mit $\tilde{J}_H$, das bewegliche oder Spannungsspulenfeld $\tilde{N}_{Sp}$ proportional mit $\tilde{J}_{Sp} = \frac{\tilde{E}}{R}$, so wird der Momentanantrieb f durch die Momentanwerte i_H und $i_{Sp} = \frac{e}{R}$ bedingt sein. Die Momentanleistung $w = e \cdot i$ wird sonach den Antrieb

$$n_H \cdot n_{Sp} \cdot R \cdot c_4 = i_H \cdot i_{Sp} \cdot R \cdot C_H \cdot C_{Sp} \cdot c_4$$

bedingen. Bei Gleichstrom geht dies für das Drehmoment D über in

$$D = C_f \cdot \frac{\alpha'}{\sin \delta} = \bar{J}_H \cdot \bar{J}_{Sp} \cdot R \cdot C_H \cdot C_{Sp} \cdot c_1.$$

Dies besagt, dass wir durch Multiplikation der Dynamometerkonstanten $C = \frac{C_f}{C_H \cdot C_{Sp} \cdot c_1}$ mit dem Widerstand R des Spannungsspulenkreises die Wattmeterkonstante C_W erhalten, da die elektrische Leistung

$$J_H \cdot E = C \cdot R \cdot \alpha = C_W \cdot \alpha,$$

wenn man $\frac{\alpha'}{\sin \delta}$ durch die Ablesung α der empirischen Teilung ersetzt.

Die feststehende Spule ist also nach Art der Amperemeter, die bewegliche nach Art der Voltmeter geschaltet oder benutzt, wodurch eine Kombination der beiden vorhergehenden Verwendungen gegeben ist. Bei Wechselstrom liefert die Integration der rechten Seite die wahre abgegebene elektrische

Leistung $\tilde{E} \cdot \tilde{J} \cdot \cos \varphi$ (siehe Ableitung Hdb. I, 2 in **157**), die auf der linken Seite den zugehörigen mittleren Effektivwert $\tilde{F}$ aus den in Grösse und Richtung wechselnden momentanen Spulenantrieben f. Bei Übertragung der mit Gleichstrom ermittelten Konstanten auf Wechselstrombeobachtungen ist, ausser der bei allen Dynamometern geltenden Vorsicht wegen des Erdfeldes (Fig. 24), beim Wattmeter noch eine besondere stillschweigende Voraussetzung nachzuprüfen, die der Benutzung der Wattmeterkonstanten C_W anhaftet. Die wahre Leistung $\tilde{E} \cdot \tilde{J} \cdot \cos \varphi$ wird nämlich nur dann gemessen, wenn $\tilde{J}_{Sp}$ mit der Messspannung $\tilde{E}$ vollkommen in Phase ist, oder mit anderen Worten, wenn der Ausgleichswiderstand Z_{Sp} praktisch mit dem Ohmschen Widerstand R_{Sp} übereinstimmt. Andernfalls ergiebt sich zwischen $\tilde{E}$ und $\tilde{J}_{Sp}$ eine Phasenverschiebung δ, die zusammen mit der veränderten Grösse von $\tilde{J}_{Sp}$ einen Korrektionsfaktor $\frac{\cos \varphi}{\cos \delta \cdot \cos (\varphi - \delta)} = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \delta}{1 + \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta}$ erforderlich macht, mit dem die Ablesung α zu multiplizieren ist, um die wahren Watt zu erhalten (weiteres siehe in Hdb. II, 4).

Namentlich für grössere Phasenverschiebungen φ zwischen $\tilde{E}$ und $\tilde{J}$, in allen Fällen aber bei höheren Werten von ω ist diesem Punkt die genügende Kritik zuzuwenden und besonders auch die Nebenkoeffizienten der Vorschaltwiderstände (vgl. in **16**) ausreichend festzustellen, um grössere Fehler zu vermeiden.

Bei höheren Werten von ω ist auch hier bei direktzeigenden Instrumenten, d. h. solchen mit nicht senkrecht gekreuzten Feldachsen, der grosse Einfluss der Wechselinduktion der Hauptstromspule auf die Spannungsspule nicht zu vernachlässigen. Bei sehr hohen Werten von ω (Wellenstromlichtbogen) wird die Wechselinduktionsspannung leicht höher als die Messspannung und alsdann natürlich die Verwendbarkeit der Ablesungen hinfällig. Hierfür bleiben nur die Torsionswattmeter mit dauernd senkrechter Spulenstellung brauchbar und auch diese nur bei sorgfältiger Auswahl oder Kenntnis der Vorschaltwiderstände (siehe hierüber Untersuchungen am Wellenstromlichtbogen, Verh. d. V. z. B. d. G., 1904, Heft 10, Seite 417, sowie Hdb. II, 4).

Spiegeldynamometer und -Wattmeter nähern sich wegen der Kleinheit ihrer Ausschläge mehr den Instrumenten mit Nulleinstellung, erfordern aber sonst in allen Punkten die gleiche Kritik. Namentlich ist bei Wechselstrombeobachtungen auf die Störung oder Beeinflussung der Feldbildung durch Kurzschlussströme in zusammenhängenden Metallrahmen, -gehäusen oder -flächen zu achten, welche unter Umständen sehr grobe Fehler verursachen können, und zwar um so mehr, je höher ω ist. Bei älteren Apparaten ist dieser Punkt keineswegs ausreichend berücksichtigt. Dies gilt nicht nur von den Wattmetern, sondern von allen dynamometrischen Messinstrumenten.

Neben dem Wattmeter, das die Cosinuskomponente der Voltampere misst mit Hilfe eines praktisch induktions- und kapazitätsfreien Widerstandes R im Spannungsspulenkreis, sind neuerdings noch einige andere Instrumente, welche auf dem Wattmeterprinzip beruhen, zur Verwendung gelangt. Giebt man dem Spannungsspulenkreis möglichst hohe Selbstinduktion bei möglichst geringem Ohmschen Widerstand (vgl. hierzu in **15**), so erhält man ein Instrument, das die Sinuskomponente der Voltampere misst und dessen Skala (α) bei gegebener konstanter Spannung und Wechselzahl als Leerstrommesser in Ampere geeicht werden kann

$$C \cdot Z_{Sp} \cdot a = \tilde{E} \cdot \tilde{J} \cdot \sin \varphi = c_e \cdot (\tilde{J} \cdot \sin \varphi)$$

$$a = \tilde{J} \cdot \sin \varphi \left(\frac{c_e}{C \cdot Z_{Sp}}\right) = C_0 \cdot (\tilde{J} \cdot \sin \varphi).$$

Erheblich wichtiger als dieses Instrument ist seine Kombination mit dem Wattmeter zu einem direktzeigenden Phasenmesser. Besteht das bewegliche (und hier völlig frei aufgehängte) System aus zwei Spulen mit senkrecht zu einander stehenden Achsen, wovon die eine, wie die Spannungsspule eines Wattmeters behandelt, die Arbeitskomponente (Cosinuskomponente) durch Paralleleinstellung zur Hauptstromspule anzuzeigen strebt, die zweite, wie die Spannungsspule eines Leerstromzeigers behandelt, die Leerkomponente (Sinuskomponente) durch Paralleleinstellung zur Hauptstromspule anzuzeigen strebt, so erfolgt die Einstellung nach Massgabe des Verhältnisses der beiden Komponenten, also von

$$\frac{\tilde{E} \cdot \tilde{J} \cdot \sin \varphi}{\tilde{E} \cdot \tilde{J} \cos \varphi} = \operatorname{tg} \varphi.$$

Dieser Tangentenzeiger der Phasenverschiebung φ gestattet sonach, die 90 Winkelgrade umfassende Skala für eine bestimmte Polwechselzahl oder ein bestimmtes ω mit Rücksicht auf $Z_2 = \sqrt{R_2 + (\omega L_2)^2}$ nach φ zu eichen. Wählt man R_1 in Ω und Z_2 in Ω_s so, dass die Amperewindungen in den beiden Spannungsspulen gleich werden, so wird bei dem ohnehin gemeinschaftlichen $\tilde{J}_H$ der resultierende Antrieb auf das ganze System nur noch von dem Verhältnis der beiden entgegengesetzt wirkenden Spulenantriebe, d. h. von tgφ abhängen. Steht der Zeiger gegen jede der beiden Spulenachsen um 45° versetzt, so steht er für $\varphi = 45°$ in der Mitte der Skala und das Produkt aus Winkel (zwischen 0 und 90°) und Zeigerlänge liefert die Skala für φ (bei induktiver Belastung).

27. Wechselinduktionsinstrumente.

Die letzte (vierte) Klasse der Messinstrumente beruht auf dem Prinzip der Repulsions- und der Drehfeldmotoren. Der Antrieb erfolgt also entweder durch ein einfaches (pulsierendes) Wechselfeld mit Hilfe von Kurzschlussströmen in einem beweglichen Sekundärkreis, der sich in Richtung einer Vergrösserung der magnetischen Kapazität des ganzen Systems bewegt (siehe hierzu Hdb. I, 2 in 275), oder, gegenwärtig häufiger bei Messinstrumenten benutzt, durch ein Drehfeld nach Art der asynchronen Drehfeldmotoren mit Kurzschlussanker. Ähnlich wie bei den Instrumenten der Klasse I b (24) kann man auch hier zunächst unterscheiden: Messapparate mit fortlaufender Motorwirkung und Zählung der Zeitquantität durch die Tourenzahl (Elektrizitätszähler) gegenüber den Messinstrumenten mit Benutzung des Anzugsmomentes $+ D$ und Messung der Intensitätsgrösse (Stromstärke, Spannung oder Leistung) durch Kompensierung dieses Drehmomentes mit Hilfe einer elastischen Gegenkraft $- D$. Die Grundlage oder das Messprinzip ist aber bei beiden übereinstimmend und damit auch die Kritik der stillschweigenden Voraussetzungen oder die Einschränkung ihrer Verwendbarkeit bei abweichenden Verhältnissen. Der Betrachtung seien hier die meist als direktzeigende Instrumente ausgebildeten Intensitätsmesser zu Grunde gelegt.

Die auf E. Thomsons Abstossungserscheinungen beruhenden Repulsionsapparate sind bisher weniger für fabrikationsmässig hergestellte Messinstrumente verwendet worden, obwohl sich Amperemeter oder Wechselzeiger darauf gründen lassen. Dass diese für Wechselstrombogenlampen-Regulierung so

wertvolle Grundlage für Messinstrumente weniger ausgebildet wurde, hat wohl hauptsächlich seinen Grund darin, dass die hier vorhandenen (stillschweigenden) Voraussetzungen für richtige Angaben, d. h. für direkte Verwendbarkeit der Ablesungen, ihre praktische Benutzbarkeit zu stark einschränken.

Die Drehfeldinstrumente (Ferrariszeiger) für die Intensitätsgrössen bedingen die Erzeugung des benötigten Drehfeldes aus Einphasenstrom. Hierdurch wird eine durchaus zu beachtende Abhängigkeit ihrer Angaben von der Wechselzahl bezw. dem Wert von ω bedingt und die ohnedies schon vorhandene Beschränkung ihrer Benutzung auf Wechselstrom wird durch die Voraussetzung einer bestimmten Periodenzahl noch vergrössert. Zum Verständnis ihrer Wirkungsweise und der soeben erwähnten Abhängigkeit ist es notwendig, die Entstehung und den Charakter des verwendeten Drehfeldes zu betrachten.

Fig. 27 stellt schematisch die Anordnung eines solchen Ferrariszeigers dar, die die räumliche Versetzung der Achsen beider Phasenfelder $\tilde{N}_a$ und $\tilde{N}_b$ erkennen lässt, und Fig. 28 möge das Schaltungsschema für ein

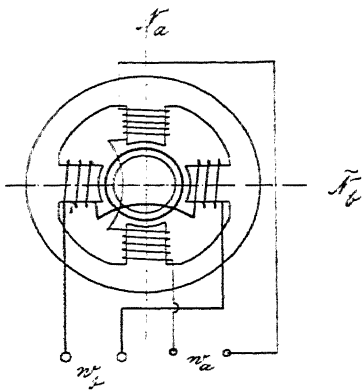
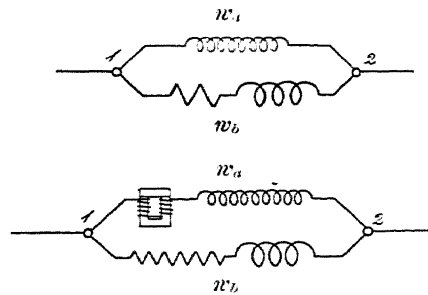



Fig. 27. Fig. 28.

Amperemeter bezw. Voltmeter angeben, das die Stromteilung zwischen den beiden Klemmen 1 und 2 des Instrumentes aufzeigt, sowie aus der Verschiedenheit der Widerstandsklassen, nämlich hohe Selbstinduktion L_a und kleiner OHMscher Widerstand R_a in a, sowie kleine Selbstinduktion L_b und grosser OHMscher Widerstand R_b in b, die gegenseitige zeitliche Versetzung (Phasenverschiebung) der Teilströme

$$\tilde{J}_a = \frac{\tilde{E}_{1,2}}{Z_a} \text{ und } \tilde{J}_b \quad \frac{\tilde{E}_{1,2}}{Z_b}$$

ersehen lässt. Die geometrische Zerlegung von $\tilde{J}$, sowie die gegenseitigen Phasenverschiebungen und die gegenüber der Klemmenspannung $\tilde{E}_{1,2}$ bestehenden möge Fig. 29 angeben. Ist die räumliche Versetzung der Feldachsen zu 90^0 gewählt (Fig. 27), die erreichbare zeitliche Verschiebung der Teilströme durch den Winkelabstand der beiden Maximalwerte i_a' und i_b' als Pfeile in Fig. 30 angegeben und deren Längen im Verhältnis der Windungsampere $i_a' \cdot w_a$ und $i_b' \cdot w_b$ gewählt (Fig. 31), so erhält man bei Annahme konstanten magnetischen Widerstandes das resultierende Drehfeld (Hdb. I, 2

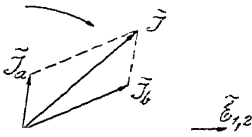



Fig. 29.

in 184), wenn man für eine ausreichende Zahl von Zeitpunkten innerhalb einer Periode die Momentanwerte der Stromstärken bezw. Windungsampere durch Projektion auf den Fahrstrahl ermittelt (Fig. 30), diese Werte in das räumliche Diagramm (Fig. 31) einträgt und die Punkte der resultierenden Parallelogramme (Kreuze) durch eine Kurve verbindet. Diese liefert eine Ellipse.

Sieht man zunächst davon ab, dass die Variation des magnetischen Widerstandes eine Deformation der Ellipse sowie übergelagerte Schwankungen in der Polargeschwindigkeit der Drehfeldachse (siehe hierzu Hdb. I, 2 in 185) zur Folge haben wird und betrachtet das Ergebnis der Fig. 31 als die äquivalente Ellipse des resultierenden Drehfeldes, so kann man sich dieses elliptische Drehfeld mit Rücksicht auf seine Antriebswirkung, die es dem Kurzschlussanker (Aluminiumzylinder) der Fig. 27 erteilt (Anzugsdrehmoment D), in ein wirksames kreisförmiges Drehfeld — in Fig. 31 strichliert

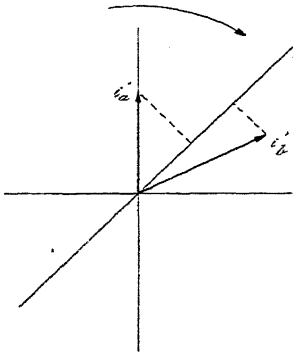
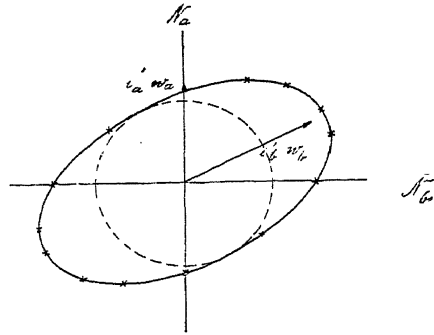



Fig. 30. Fig. 31.

angedeutet — und in ein darübergelagertes (unwirksames) pulsierendes Feld (gewöhnliches Wechselfeld) zerlegen, das in seiner Stärke durch die Differenz der langen und kurzen Achse der Ellipse gegeben ist. Die pulsierende Komponente durchsetzt zwar auch die kurzgeschlossene Sekundärwicklung (Aluminiumzylinder) und erzeugt wie bei einem Wechselstromtransformator einen entgegengesetzt gerichteten Sekundärstrom nebst kontrastierendem Feld, doch erzeugt dies bei der direkten Gegensätzlichkeit der Feldachse nur eine Stromstärkereaktion im Primärkreis, aber keinen eindeutigen (resultierenden) Antrieb — wenigstens nicht im ruhenden Sekundärkreis. Anders die Drehfeldkomponente. Sie erzeugt eine mit der Differenzgeschwindigkeit von Statorfeld und Rotorleiter — d. h. hier bei stehendem Rotor mit ω_I — wandernde Spannung in den Leiterelementen des Rotors, deren Schwerpunkt bei sinusförmigem Feld jeweils in dem gerade von der Drehfeldachse durchsetzten Leiterelement liegt, während der Schwerpunkt der hieraus resultierenden Kurzschlussströme wegen Selbstinduktion (Streuung) ein wenig im Drehsinn verzögert ist. Das für sich betrachtete (kontrastierende) Sekundärfeld (Rotorfeld) ist daher gleichfalls ein Drehfeld ($\mathring{N}_{II}$) und um etwas mehr als 90^0 gegen die Drehfeldachse von $\mathring{N}_I$ verschoben, erzeugt aber, da der Abstand nie 180^0 erreichen kann, ein eindeutiges Drehmoment im Dreh-

feldsinne Hdb. I, 2 in **274**, das zunächst, ähnlich wie in **26**, durch die Gleichung gegeben ist:

$$D = c_1 \cdot \overset{\circ}{\mathfrak{N}}_I \cdot \overset{\circ}{\mathfrak{N}}_{II}.$$

Da die Grösse von $\tilde{E}_{II}$ mit ω_I proportional wächst, in erster Annäherung auch die Grösse von $\tilde{J}_{II}$ bezw. $\overset{\circ}{\mathfrak{N}}_{II}$, so kann man bei starkem Überwiegen von $\overset{\circ}{\mathfrak{N}}_I$ gegenüber $\overset{\circ}{\mathfrak{N}}_{II}$ das letztere angenähert gleich $C_{II} \cdot \omega_I \cdot \overset{\circ}{\mathfrak{N}}_I$ setzen und erhält

$$D = \overset{\circ}{\mathfrak{N}}_I^2 \cdot \omega_I \cdot C_{II} \cdot c_1,$$

wenn C_{II} einen von den Dimensionen und dem Material des Rotorkreises (Kurzschlussankers) abhängigen Koeffizienten bezeichnet, der hier für ein bestimmtes Instrument konstant gesetzt sei. Die wirksame Grösse des Drehfeldes $\overset{\circ}{\mathfrak{N}}_I$ selbst hängt von dem Flächeninhalt des strichlierten Kreises ab, der dem elliptischen Drehfeld (Fig. 31) einbeschrieben ist. Bei gegebener räumlicher Versetzung der Feldachsen, der man stets den günstigsten Wert der halben Polteilung (90°) geben wird, ist der Kreisdurchmesser nur noch von der Grösse der Amperewindungen ($\tilde{J}_a \cdot w_a$ und $\tilde{J}_b \cdot w_b$) bezw. der Stromstärken $\tilde{J}_a = \frac{\tilde{E}_{1,2}}{\sqrt{R_a^2 + (\omega L_a)^2}}$ und $\tilde{J}_b = \frac{\tilde{E}_{1,2}}{\sqrt{R_b^2 + (\omega L_b)^2}}$, sowie von der Phasenverschiebung $\varphi_{1,2}$ dieser beiden Zweigströme abhängig. Für ein gegebenes Instrument und dieselbe Gesamtstromstärke J werden nun sowohl diese Phasenverschiebung $\varphi_{1,2}$ als auch weiterhin die Zweiggrössen $\tilde{J}_a$ und $\tilde{J}_b$ von ω abhängen, wie die Betrachtung des Diagramms von Fig. 29 im Zusammenhang mit den Ausgleichgesetzen (Hdb. I, 2 in **143 ff.**) ohne weiteres ergiebt. Ohne den etwas verwickelten Zusammenhang, der durch Sättigungserscheinungen u. s. w. praktisch noch komplizierter wird, hier weiter zu verfolgen, kann man doch $\overset{\circ}{\mathfrak{N}}_I$ durch $\tilde{J} \cdot f(\omega, R, L)$ ersetzen, wenn man von Sättigungserscheinungen absieht, woraus für das resultierende Drehmoment D auch bei Amperemetern ein Zusammenhang zwischen $\tilde{J}$ und der Ablesung $a = \frac{D}{C_f}$ folgt

$$J = \sqrt{a \cdot \frac{C_f}{C_{II} \cdot c_1} \cdot f'(\omega, R, L)} = C' \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{f'(\omega, R, L)},$$

der neben dem angenähert quadratischen Charakter der Teilung in Ampere noch einen merklichen resultierenden Einfluss von ω erkennen lässt, der nur durch empirische Eichung berücksichtigt werden kann.

Bei Voltmetern ist dieser Einfluss noch verwickelter, da hier beim Anlegen gleicher Spannungen von verschiedener Wechselzahl schon die ungeteilte Stromstärke $\tilde{J}$ in ihrem Effektivwert von ω abhängig ist, wie das Ausgleichgesetz ohne weiteres erkennen lässt.

Bei Leistungszeigern (Wattmetern) wird, ähnlich wie bei den Dynamometern (**26**), eine Vereinigung von Amperemeter und Voltmeter insofern vorgenommen, als der eine Phasenstrom, z. B. der durch die Wicklung w_a, vom Hauptstrom $\tilde{J}_H$ gebildet wird, der andere ($\tilde{J}_b$) durch die Spannungswicklung w_b durch Anlegen an die Messspannung $\tilde{E}_{1,3}$ mit dieser proportional wächst (siehe Fig. 32). Dass aber auch hier eine Abhängigkeit der Angaben des Instrumentes von der Wechselzahl besteht, geht aus folgender Überlegung hervor: Bei be-

stimmten Werten von $\tilde{J}_H$ (zwischen den Klemmen 1 und 2) und von $\tilde{E}_{1,3}$ (zwischen den Klemmen 1 und 3) ändert sich die wahre Leistung $\tilde{J}_H \cdot \tilde{E}_{1,3} \cdot \cos\varphi$, welche das Instrument anzeigen soll, direkt proportional mit $\cos\varphi$, wenn φ die Phasenverschiebung zwischen $\tilde{J}_H$ und $\tilde{E}_{1,3}$ bezeichnet. Nach den vorstehenden Ausführungen wachsen aber das wirksame (kreisförmige) Drehfeld $\mathring{N}_I$ und damit die Ausschläge derart, dass beide Null werden, wenn $\varphi_{a,b} = 0$ oder $\cos\varphi_{a,b} = 1$ ist, und beide ein Maximum erreichen, wenn $\varphi_{a,b} = 90^0$ wird. Diese Gegensätzlichkeit des Einflusses von φ auf Leistung einerseits, Ausschlag andrerseits, lässt Ausschlag und wahre Leistung nur dann in Übereinstimmung bringen, wenn es möglich wird, die von $\tilde{E}_{1,3}$ herrührende Stromstärke in der Wicklung w_b genau um 90^0 in der Phase gegenüber $\tilde{E}_{1,3}$ zu verschieben. Diese Bedingung lässt sich durch hohe Selbstinduktion des Vorschaltwiderstandes (Drosselspule) allein nicht erreichen. Dies wird jedoch möglich, wenn man den zunächst erhaltenen Strom $\tilde{J}_b$, welcher stark phasenverschoben gegenüber $\tilde{E}_{1,3}$ ist (siehe Fig. 32 und 33), nochmals teilt durch Parallelschaltung eines passenden induktionsfreien Widerstandes r_b zu w_b und, unter Opferung der Komponente $\tilde{J}''_b$, nur die genau um 90^0 verschobene Komponente $\tilde{J}'_b$ durch w_b fliessen lässt. Der gleiche Zweck lässt sich auch noch erreichen durch die Brückenschaltung induktiver und induktionsfreier Widerstände nach GÖRGES (ETZ 1898, 165).

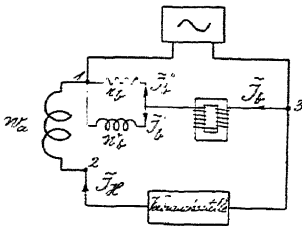
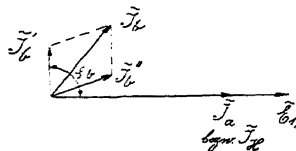



Fig. 32. Fig. 33.

Es ist nun nach dem Vorausgegangenen sofort einleuchtend, dass auch hier, sowohl für die Grösse der ungeteilten Stromstärke $\tilde{J}_b$ als auch für die Zerlegung dieser in die beiden Komponenten $\tilde{J}'_b$ und $\tilde{J}''_b$, die Wechselzahl bezw. ω von Einfluss ist. Dieser gleichfalls etwas verwickelte Zusammenhang zwischen ω und der Grösse und Phase von $\tilde{J}''_b$ wird sich auch auf die Grösse des wirksamen Drehfeldes $\mathring{N}_I$ und damit auch auf den Ausschlag übertragen und die Abhängigkeit des Ausschlages von ω bei sonst gleichen Leistungswerten wird nur eine empirische Ermittelung durch Vergleichung mit einem dynamometrischen Wattmeter liefern können.

Im vorstehenden wurden die allgemeinen Grundlagen der Instrumentenklassen einer kritischen Betrachtung unterworfen, um die Schranken ihrer Verwendbarkeit, oder wenigstens der Richtigkeit ihrer Angaben von vornherein etwas klar zu stellen. Es wird nun Aufgabe der folgenden Abschnitte von Bd. II sein, die besonderen Ausführungen der Instrumente, sowie ihre Verwendung bei den verschiedenen Messmethoden und Messschaltungen näher zu behandeln. Die gewählte Stoffanordnung bringt es hierbei mit sich, dass die erste Hälfte von Bd. II deshalb mehr die Laboratoriumsinstrumente berührt, während die für die Praxis immer bedeutungsvoller werdenden direktzeigenden Messinstrumente in der zweiten Hälfte von Bd. II eine eingehende gesonderte Behandlung erfahren.

Zweite Abteilung.

Gleichstrommessungen

bearbeitet

von

Dr. J. Kollert.

Einleitung.

I. Gesetze des Gleichstroms.

28. Die Ohm-Kirchhoff-schen Gesetze.

Bei einem gleichmässig in unveränderlicher Richtung fliessenden, elektrischen Strom, einem sogenannten Gleichstrom, kommen drei Grössen in Betracht, deren Messung gefordert werden kann: die Stromstärke, die elektromotorische Kraft und der Widerstand des Stromkreises; diese drei Grössen sind bei einem einfach geschlossenen Stromkreis durch das OHMsche Gesetz verknüpft, welches bei geeigneter Wahl der Einheiten auf die Form gebracht werden kann:

$$\text{Stromstärke} = \frac{\text{Elektromotorische Kraft}}{\text{Leitungswiderstand}}.$$

Ist der Stromkreis ein mehrfach verzweigter, so treten an Stelle des OHMschen Gesetzes als Verallgemeinerung desselben die beiden KIRCHHOFFschen Gesetze, von denen das erste aussagt, dass in diesem Falle das OHMsche Gesetz für jeden geschlossenen Teil oder für jede Masche des beliebig verzweigten Stromnetzes gilt, während das zweite die Thatsache ausspricht, dass an denjenigen Stellen, wo mehrere Leiter zusammentreffen, an den sogenannten Knotenpunkten des Netzes, keine Anhäufung der Elektrizität stattfinden kann, d. h. dass für einen solchen Knotenpunkt die Summe der Stromstärken der zufliessenden Ströme gleich der Summe derjenigen der wegfliessenden sein muss; bezeichnet man die ersteren mit $+$, die letzteren mit $-$, so kann man dieses zweite KIRCHHOFFsche Gesetz auch in der Form aussprechen: Die algebraische Summe der Stromstärken ist für jeden Knotenpunkt eines Netzes gleich Null.

29. Einheiten und Normale.

Jede der drei Grössen: Stromstärke, elektromotorische Kraft und Widerstand wird durch eine entsprechende Einheit gleicher Art gemessen; als solche Einheiten, die an sich beliebig gewählt werden könnten, benutzt die Technik die aus den sogenannten absoluten Einheiten (WILH. WEBER 1852) abgeleiteten technischen Einheiten, und zwar für die Stromstärke das Ampere ($1\,A = 10^{-1}$ abs. Einh. oder $C^{\frac{1}{2}}\,G^{\frac{1}{2}}\,S^{-1}$), für die elektromotorische Kraft oder abgekürzt EMK das Volt ($1\,V = 10^{8}$ abs. Einh. oder $C^{\frac{3}{2}}\,G^{\frac{1}{2}}\,S^{-2}$), und für den Widerstand das Ohm ($1\,\Omega = 10^{9}$ abs. Einh. oder $C\,S^{-1}$). Diese Einheiten wurden auf einem inter-

nationalen, 1881 in Paris abgehaltenen Kongress vorgeschlagen und auf einem zweiten Pariser Kongress 1884 definitiv angenommen. Bezeichnen wir die Stromstärke in Ampere mit J, die EMK in Volt mit E, den Widerstand in Ohm mit R, so lautet das OHMsche Gesetz:

$$J = \frac{E}{R} \text{ oder } E = JR, \text{ oder } R = \frac{E}{J}.$$

Die KIRCHHOFFschen Gesetze lauten:

I. Für jede Masche ist: $\Sigma E = \Sigma JR$,
II. Für jeden Knoten ist: $\Sigma J = 0$.

30. Joulesches Gesetz.

Zu den OHMschen und KIRCHHOFFschen Gesetzen kommt noch das JOULEsche Gesetz, welches aussagt, dass die in einem elektrischen Stromkreis in jeder Sekunde entwickelte Energie oder die Stromleistung durch das Produkt $J^2 R$ gemessen wird. Bezeichnen wir die Stromleistung mit W, so entspricht dem JOULEschen Gesetz zunächst die Formel

$$W = J^2 R.$$

Unter Benutzung des OHMschen Gesetzes kann man derselben auch die beiden folgenden Formen geben:

$$W = \frac{E^2}{R} = JE.$$

Als technische Einheit für die Stromleistung dient dabei das Volt-Ampere oder Watt (1 VA oder 1 $W = 10^7$ absol. Einh. oder $C^2 G S^{-3}$).

31. Direkte und indirekte Messungen.

Von den drei Grössen J, E und R kann J immer, E in den meisten Fällen[1]) direkt, d. h. ohne Rücksicht auf die beiden anderen und ohne Anwendung der oben angeführten Gesetze des elektrischen Stromes, gemessen werden, während die Bestimmung von R stets eine indirekte ist und die Anwendung des einen oder anderen der obigen Gesetze erfordert.

Die direkte Messung der Stromstärke gründet sich entweder auf die chemischen Wirkungen eines Stromes in seinem Stromkreise oder auf die elektromagnetischen Fernwirkungen des Stromes.

Die direkte Messung der EMK gründet sich auf die Thatsache, dass einer EMK in den meisten Fällen ein gewisser Unterschied des elektrostatischen Potentials entspricht, welcher mit Hilfe eines Elektrometers auf elektrostatischem Wege gemessen werden kann. Erforderlich ist hierzu entweder die Kenntnis des Verhältnisses zwischen den absoluten elektromagnetischen und elektrostatischen Masseinheiten, wenn es sich um eine absolute Messung handelt, oder das Vorhandensein zuverlässiger Etalons für die EMK in Form von sogenannten Normalelementen, wenn das verwendete Elektrometer nur relative Messungen gestattet.

Während sich R nur indirekt messen lässt, können auch die beiden anderen Grössen J und E unter Umständen indirekt gemessen werden, d. h. J durch Messung von E und R und E durch Messung von J und R unter Benutzung des OHMschen Gesetzes. Ebenso können unter Verwendung

1) Ein interessantes Beispiel, wo dies nicht möglich ist, behandelt H. TEEGE in ETZ 1899, S. 856.

des Joule-Ohmschen Gesetzes alle drei Grössen indirekt gemessen werden, indem man als vierte, gemessene Grösse die Stromarbeit, d. h. das Produkt aus Stromleistung und Zeit, mit hinzunimmt; diese Stromarbeit wird dabei immer in Form einer äquivalenten Wärmemenge bestimmt.

Es sollen nun zunächst in einem I. Abschnitt die verschiedenen direkten und indirekten Messmethoden für die einzelnen Grössen: Stromstärke, Spannung und Widerstand und die dabei zu verwendenden Messinstrumente ausführlich besprochen werden, während ein II. Abschnitt sich mit den speziellen Anwendungen dieser Methoden auf die Messungen an Materialien, Apparaten, Gleichstromquellen und Gleichstromanlagen beschäftigen soll.

Erster Abschnitt.

Die Messung von Stromstärken, elektromotorischen Kräften (Spannungsunterschieden) und Widerständen.

A. Direkte Methoden.

Erstes Kapitel.

Die direkte Messung der Stromstärke.

a. Voltametrische Strommessung.

2. Die Faradayschen Gesetze.

32. Beziehungen zwischen den chemischen Wirkungen des elektrischen Stromes und der Elektrizitätsmenge.

Die voltametrische Bestimmung der Stromstärke beruht auf den Wirkungen, welche ein hindurchgeleiteter Strom auf eine chemisch zusammengesetzte, leitende Flüssigkeit, einen sogenannten Leiter II. Klasse, ausübt. Ein solcher wird dabei in einfachere Bestandteile zerlegt, welche sich an den eingetauchten metallischen Leitern oder Elektroden ausscheiden (Elektrolyse).

Hinsichtlich der Menge der ausgeschiedenen Substanzen gelten nach Faraday die folgenden Gesetze:

1. Die Menge der bei der Elektrolyse eines und desselben Körpers abgeschiedenen Substanzen ist proportional dem Produkt aus der Zeit multipliziert mit der Stärke des hindurchfliessenden Stromes.

2. Verschiedene Körper werden von demselben Strome in chemisch äquivalenten Mengen zersetzt.

Das Produkt aus Stromstärke und Zeit stellt die Elektrizitätsmenge dar, welche insgesamt durch den Körper hindurchgegangen ist; somach spricht das erste Gesetz die Thatsache aus, dass einer bestimmten Menge zersetzter Substanz eine ganz bestimmte Elektrizitätsmenge entspricht, dass aber nach dem zweiten Gesetz die derselben Elektrizitätsmenge entsprechende Menge von zersetzter Substanz von den chemischen Eigenschaften des elektrolysierten Körpers abhängt.

Man kann sonach eine Stromstärke in der Weise bestimmen, dass man den Strom eine bestimmte Zeit lang durch eine zersetzbare Flüssigkeit hindurchleitet und alsdann entweder die Menge der am einen oder anderen Pol oder an beiden Polen zusammen gebildeten Zersetzungsprodukte durch Wägung, bei Gasen auch durch Volumbestimmung, ermittelt; alsdann ist die Stromstärke gleich der auf die Zeiteinheit entfallenden Menge dividiert durch eine gewisse Konstante, welche man das elektrochemische Äquivalent der betreffenden Substanz nennt und welche diejenige Substanzmenge darstellt, welche durch den Durchgang der Elektrizitätsmenge 1 abgeschieden oder zersetzt wird.

33. Die elektrochemischen Äquivalente.

Als technische Einheit der Elektrizitätsmenge dient das Coulomb (Cb), welches diejenige Elektrizitätsmenge darstellt, welche bei einer Stromstärke von 1 Amp. in 1 Sekunde durch den Leitungsquerschnitt hindurchfliesst. Nach F. Kohlrausch sind die der Elektrizitätsmenge 1 Coulomb entsprechenden elektrochemischen Äquivalente von:

Silber	Kupfer	Wasser	
= 1·1183 mg	0·3284 mg	0·0933 mg = 0·1740 ccm	trockenes Knallgas von 0° und 760 mm Druck.

Durch Reichsgesetz vom 1. Juni 1898 ist dementsprechend als Stromeinheit 1 Amp. derjenige Strom festgesetzt worden, welcher, durch eine wässerige Lösung von Silbernitrat unter günstigsten Bedingungen hindurchfliessend, in 1 Sekunde 1·118 mg Silber daraus abscheidet.

3. Das Wasservoltameter.

34. Allgemeine Angaben über das Wasservoltameter.

Als Elektrolyt verwendet man beim Wasservoltameter verdünnte Schwefelsäure, und zwar etwa 20prozentige, d. h. auf 4 Gewichtsteile Wasser 1 Gewichtsteil konzentrierte, reine Schwefelsäure (oder auf 7 bis 8 Volumteile Wasser 1 Volumteil Säure); das spezifische Gewicht der Mischung beträgt bei 15° etwa 1·14. Als Elektroden dienen blanke Platinbleche. Da an solchen die elektromotorische Gegenkraft der Polarisation etwa 2·7 Volt beträgt, so muss die EMK der verwendeten Stromquelle mindestens 3 Volt betragen. Gemessen wird bei stärkeren Strömen das Volumen des entwickelten Knallgases, bei schwächeren dasjenige des an der Kathode entstehenden Wasserstoffs allein, um die aus der stärkeren Absorption und der teilweisen Ozonisierung des Sauerstoffs entstehenden Fehler zu vermeiden.

Das Volumen des entwickelten Gases ist zunächst auf 0° und 760 mm Druck zu reduzieren nach der Formel:

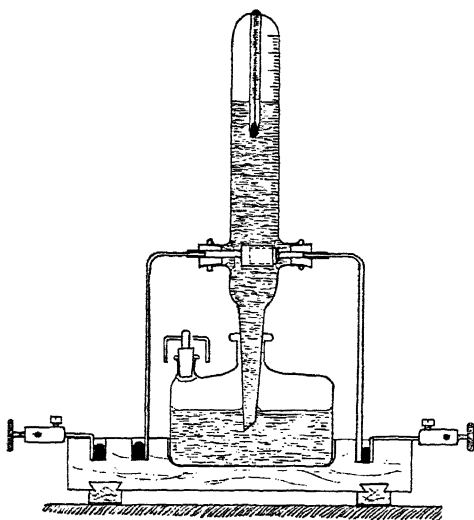
$$v_0 = \frac{v}{1 + 0{\cdot}00367\,t} \cdot \frac{p_0}{760}.$$

Hierin bedeutet v das abgelesene Volumen, t die Temperatur des Gases, p_0 der Druck des trockenen Gases, d. h. den reduzierten Barometerstand p vermindert um die Höhe der im Messrohr noch vorhandenen Flüssigkeitssäule, ausgedrückt in mm Quecksilbersäule von 0° (spez. Gew. 13·6) und um die Spannkraft des im Gasraum vorhandenen Wasserdampfes. Letztere ist über verdünnter Schwefelsäure kleiner als über reinem Wasser, und zwar

ist die Spannkraft des Dampfes über reinem Wasser zu multiplizieren mit einem Bruch k, welcher aus folgender, von F. KOHLRAUSCH in seinem „Lehrbuch der praktischen Physik" gegebenen (im folgenden etwas umgerechneten) Tabelle sich bestimmt:

Säuredichte bei 15⁰:	1·06	1·08	1·10	1·12	1·14	1·16	1·18
k =	0·965	0·940	0·926	0·908	0·885	0·860	0·830.

Die Spannkraft des Wasserdampfes e ist aus folgender Tabelle zu entnehmen:

Temperatur	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20⁰
e in mm Quecksilber	9·1	9·8	10·4	11·1	11·9	12·7	13·5	14·4	15·3	16·3	17·4
Temperatur	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30⁰	
e in mm Quecksilber	18·5	19·6	20·9	22·2	23·5	25·0	26·5	28·1	29·7	31·5.	

Zur Bestimmung von p dient am besten ein gutes Aneroid, welches von Zeit zu Zeit mit einem Quecksilber-Normalbarometer verglichen wird.

35. Knallgas-Voltameter von Kohlrausch.

Zur Messung stärkerer Ströme, bis etwa 40 Amp., hat F. KOHLRAUSCH ein sehr zweckmässiges Instrument konstruiert, welches in Fig. 34 abgebildet ist und von der Firma HARTMANN & BRAUN in Bockenheim bei Frankfurt a. M. geliefert wird. Die Säure befindet sich in dem doppelt tubulierten, weiten Glasgefäss. In den mittelsten Tubulus ist das in cm³ eingeteilte Messrohr eingeschliffen, welches zwei seitliche Tubuli besitzt; in letztere sind mittels Gummistöpseln die beiden Platinblechelektroden eingeführt, von welchen die eine U-förmig gebogen ist und die andere umschliesst, so dass der Abstand der wirksamen Flächen nur wenige Millimeter beträgt und infolgedessen der Widerstand des Apparates gering ist. Die wirksame Elektrodenfläche beträgt etwa je 15 cm². Zur Verbindung mit der übrigen Leitung sind diese Platinbleche an Platinrohre angeschweisst, welche durch die Kautschukstöpsel gesteckt sind und in welche aussen zwei rechtwinklig nach unten gebogene Kupferdrähte eingesteckt sind, die in zwei Quecksilbernäpfe tauchen; von diesen ist der eine mit der einen Klemme verbunden, während die andere Klemme mit einem dritten Quecksilbernapf in Verbindung steht, welcher sich neben dem zweiten befindet und zur Herstellung der Stromleitung erst mit letzterem durch einen eingelegten Kupferdrahtbügel verbunden werden muss. Dieser Bügel sitzt am Griffe des Hartgummistöpsels, welcher den zweiten Tubulus des Glasbehälters verschliesst. Diese vom Verfasser getroffene Einrichtung ist sehr wesentlich, wenn man unliebsame Störungen vermeiden will, die dadurch entstehen können, dass dieser Stöpsel versehentlich während des Versuchs stecken gelassen wird; es wird dann nämlich durch das im Messrohr entwickelte Knallgas die Säure aus diesem

Fig. 34.

in das Glasgefäss gedrängt, und dadurch hier bei geschlossenem Stöpsel die Luft komprimiert, wodurch wegen des grösseren Querschnitts schliesslich meist das Messrohr aus seinem Tubulus herausgeschleudert wird. Die oben beschriebene Einrichtung macht die Schliessung des Stromes bei eingesetztem Stöpsel unmöglich. Ein in das Messrohr eingeschmolzenes Thermometer gestattet die Bestimmung der Temperatur des entwickelten Knallgases. Zur Messung der Höhe der nach der Beendigung des Stromdurchganges noch vorhandenen Flüssigkeitssäule dient der in Fig. 35 mit abgebildete Vertikalmassstab mit verschiebbarem Zeiger, welchen man erst auf das Niveau im Gefäss, dann auf dasjenige im Messrohr einstellt. Will man nach beendetem Versuch das Messrohr wieder füllen, so setzt man den Hartgummistöpsel ein und kehrt dann den Apparat um.

Mit diesem Instrument wurde z. B. ein WESTON'sches Amperemeter geeicht und gefunden:

Beobachtungsdauer 35 Sekunden, Knallgasvolumen $v = 284$ cm^3,
Temperatur $t = 24^0$, reduzierter Barometerstand $p = 735{\cdot}6$ mm,
Höhe der Flüssigkeitssäule = 130·3 mm Flüssigkeit vom spez. Gew. 1·14.
Dann ist also $k = 0{\cdot}885$ und $e = 22{\cdot}2$ mm, somit

$$p_0 = 735{\cdot}6 - \frac{130{\cdot}3 \cdot 1{\cdot}14}{13{\cdot}6} \quad 0{\cdot}885 \cdot 22{\cdot}2 = 705{\cdot}1 \text{ mm.}$$

Da $1 - 0{\cdot}00367 \cdot 24 \quad 1{\cdot}0881$ und $\frac{705{\cdot}1}{760} \quad 0{\cdot}9277$ ist, ergiebt sich $v_0 \; \frac{284 \cdot 0{\cdot}9277}{1{\cdot}0881} = 242{\cdot}2$ cm^3, und endlich

$$J = \frac{242{\cdot}2}{0{\cdot}1740 \cdot 35} = 39{\cdot}13 \; A.$$

Die mittlere Ablesung des Amperemeters (aus 8 von 5 zu 5 Sekunden gemachten Ablesungen berechnet) war 39·60 *A*, die Korrektion des Instruments wäre somit — 0·47 *A*.

In derselben Weise wurden noch drei weitere Messungen ausgeführt, und dabei wurde gefunden:

J nach Voltameter	nach Amperemeter	Korrektion
39·13 *A*	39·60 *A*	— 0·47 *A*
39·98 „	40·21 „	— 0·23 „
39·76 „	40·24 „	— 0·48 „
40·34 „	40·45 „	— 0·11 „
also im Mittel:		
39·80 *A*	40·12 *A*	— 0·32 *A*.

Die grösste Abweichung der gefundenen Korrektionen vom Mittelwert derselben beträgt somit ungefähr 0·2 *A*, d. h. der Fehler der einzelnen Messung ist durchschnittlich kleiner als $\frac{1}{2}$ %. Bei schwächeren Strömen, d. h. bei längerer Zeitdauer, vermindert sich dieser Fehler noch weiter, so dass sich dann eine Genauigkeit von $\frac{1}{4}$ % sicher erreichen lässt.

36. Knallgasvoltameter von Bunsen.

Für mittlere Stromstärken, bis etwa 6 *A*, kann man auch das BUNSEN'sche Knallgasvoltameter benutzen, bei welchem das entwickelte Gas in

einem besonderen Messrohr über Wasser aufgefangen wird. Die zur Messung dienende Zusammenstellung der Apparate zeigt Fig. 35. Die Flüssigkeit, welche in dem das eigentliche Voltameter umgebenden Glaszylinder enthalten ist, ist Weingeist; derselbe dient zur Kühlung der Einschmelzstellen der zu den Elektroden führenden Platindrähte.

Mit diesem Apparat wurde z. B. eine Eichung eines zweiten WESTONschen Amperemeters mit dem Messbereich 5 *A* vorgenommen und gefunden:

Beobachtungsdauer	Knallgasvolumen	Temperatur
300 Sek.	$v = 218$ cm^3	$t = 15{\cdot}6^0$
desgl.	$v = 225$ „	desgl.

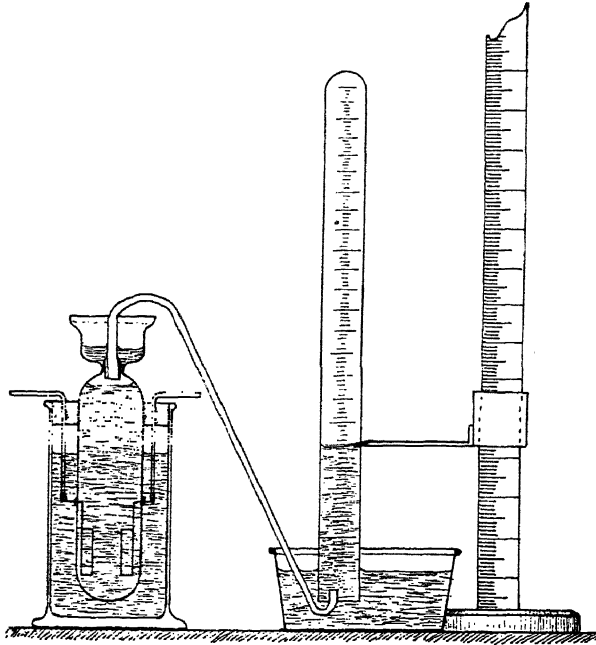



Fig. 35.

Höhe der Wassersäule im Messrohr 155·4 mm entspr. $\frac{155{\cdot}4}{13{\cdot}6} = 11{\cdot}4$ mm Quecks.

151·0 „ $\frac{151{\cdot}0}{13{\cdot}6}$ 11·1

Spannkraft des Wasserdampfes $e = 13{\cdot}2$ mm. $p = 735{\cdot}5$ mm.

Hieraus folgt: $p_0 = 710{\cdot}9$ mm bez. 711·2 mm, also

$$\frac{p_0}{760} = 0{\cdot}9354 \text{ bezw. } 0{\cdot}9358.$$

Ferner ist: $1 + 0{\cdot}00367 \cdot 15{\cdot}6 = 1{\cdot}0572$, somit

$$v_0 = \frac{218 \cdot 0{\cdot}9354}{1{\cdot}0572} = 192{\cdot}9 \text{ cm}^3,$$

bezw.

$$\frac{225 \cdot 0{\cdot}9358}{1{\cdot}0572} \quad 199{\cdot}2 \text{ cm}^3.$$

Man erhält also:

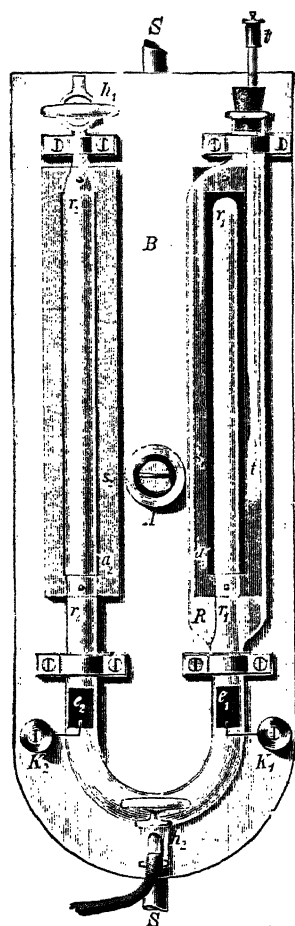
	J nach Voltameter	nach Amperemeter	Korrektion
	3·695 A	3·677 A	— 0·018 A
	3·816 „	3·791 „	+ 0·025 „
im Mittel:	3·755 „	3·734 „	+ 0·021 „

Die Abweichung der einzelnen Beobachtung vom Mittel beträgt also bei der hier bestimmten Korrektion nur 0·003 bis 0·004 A, d. h. nur 0·1 %. Der gefundene Wert ist wahrscheinlich etwas zu niedrig infolge der Absorption des Gases durch das Wasser im Messrohr (vgl. § 42).

Fig. 36.

37. Wasserstoffvoltameter von Brüggemann.

Für die Messung sehr schwacher Ströme (0·1 bis 0·2 A) hat BRÜGGEMANN ein zweckmässiges Wasservoltameter beschrieben (Zeitschr. f. Instrum.-Kunde 1893, S. 417), bei welchem nur der Wasserstoff aufgefangen wird. Das in Fig. 36 abgebildete Instrument besteht aus einem U-förmigen Glasrohr, dessen einer Schenkel r_1 oben geschlossen ist und zum Auffangen des an der Kathode e_1 gebildeten Wasserstoffes dient. Der andere r_2, der die Anode e_2 enthält, ist oben mit dem Hahn h_1 versehen, welcher während des Versuches geöffnet wird. Beide Röhren sind mit gleichen Teilungen versehen; hinter jeder liegt ein Glasstreifen s_1 bezw. s_2 mit der nämlichen Teilung, um beim Ablesen der Flüssigkeitsniveaus parallaktische Fehler zu vermeiden. Der Schenkel r_1 ist von einem weiten Glasmantel R umschlossen, der mit Wasser gefüllt wird, in welches das Thermometer t eintaucht. Der ganze Glasapparat ist auf einem Brettchen B befestigt, welches um die am Stativ SS sitzende Achse A drehbar ist; dieses Brettchen trägt gleichzeitig die beiden Klemmen K_1 und K_2. Der an der unteren Biegung sitzende Hahn h_2 gestattet, das U-Rohr mittels eines Gummischlauches mit einer mit verdünnter Schwefelsäure gefüllten Flasche zu verbinden, vermittels deren man nach Beendigung des Stromdurchganges die Flüssigkeitsspiegel in beiden Schenkeln auf gleiches Niveau bringen kann, so dass im Gasraum derselbe Druck herrscht wie aussen. Nach jedem Versuch lässt sich die Röhre r_1 leicht durch Drehen der Vorrichtung um die Achse A wieder füllen und so für einen neuen Versuch vorbereiten.

Zur Berechnung der Stromstärke hat man das auf 0^0 und 760 mm reduzierte Wasserstoffvolumen, um die ihm äquivalente Knallgasmenge zu erhalten, mit 1·5 zu multiplizieren. Die mit diesem Apparat ausgeführten Strommessungen weichen nach BRÜGGEMANN von den gleichzeitigen Messungen

mit dem Silbervoltameter im Mittel nur um 0·05 % ab, so dass derselbe recht wohl zur Eichung von Strommessern für schwache Ströme (Milliamperemeter) dienen kann.

4. Das Silbervoltameter.

38. Einrichtung des Silbervoltameters.

Das Silbervoltameter dient namentlich zur genauen Messung schwächerer Ströme, bis etwa zum Betrag von 0·5 *A*, wobei das hohe elektrochemische Äquivalent des Silbers von Vorteil ist. Die Messung erfolgt durch Wägung des auf der Kathode gebildeten Silberniederschlages.

Nach F. KOHLRAUSCH dient als Kathode zweckmässig ein Platintiegel, in welchen als Anode ein Stift aus reinem Silber eintaucht; unter diesem hängt zum Auffangen etwa abfallender Teilchen ein Glasschälchen (siehe KOHLRAUSCH, Lehrbuch der praktischen Physik). Als Elektrolyt dient 20 prozentige Lösung von Silbernitrat (4 Gewichtsteile Wasser, 1 Gewichtsteil $AgNO_3$).

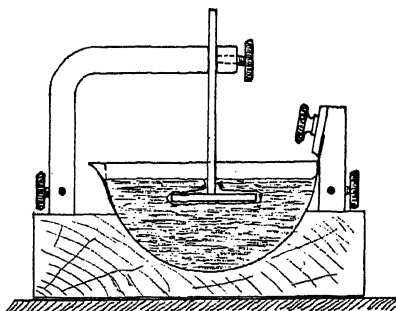



Fig. 37.

RICHARD, COLLINS und HEIMROD (Zeitschr. f. phys. Chemie 1900, S. 321 ff.) empfehlen für Normalmessungen ebenfalls als Kathode einen Platintiegel, als Anode ein massives Stück reinen Silbers in einem kleinen, porösen Tonzylinder mit etwa 1 mm starken Wänden, in welchem die Flüssigkeit stets etwas niedriger stehen muss als aussen im Tiegel; der Tonzylinder wird durch Auskochen mit konzentrierter Salpetersäure und sorgfältiges Auswaschen gereinigt. Als Elektrolyt benutzen die Genannten 10 prozentige Silbernitratlösung.

Sehr zweckmässig ist endlich auch die zuerst von Lord RAYLEIGH angewendete Form des Silbervoltameters (Fig. 37), bei welcher als Kathode eine flache Platinschale von ca. 100 cm³ Inhalt, als Anode eine an einem etwa 3 mm dicken Silberdraht sitzende Scheibe von reinem Silber von 2 bis 3 cm Durchmesser und 3 bis 5 mm Dicke dient. Als Elektrolyt dient ebenfalls 20 prozentige Lösung von krystallisiertem Silbernitrat. Um das Herabfallen von Teilchen der Anode zu verhindern, wird dieselbe mit Fliesspapier umhüllt.

39. Behandlung des Silbervoltameters.

Die sehr umfassenden Untersuchungen von KAHLE (Zeitschr. f. Instrum.-Kunde 1898, S. 229 ff.) haben dargethan, dass man unter geeigneten Vorsichtsmassregeln mit dem Silbervoltameter eine Genauigkeit von etwa $^1/_{10000}$ erreichen kann, wenn man bei der Behandlung der Niederschläge mit gehöriger Vorsicht verfährt. Die wichtigsten Vorsichtsmassregeln sind:

1. Der Niederschlag darf niemals auf einer reinen Platinfläche erzeugt werden, sondern muss stets auf einem schon vorhandenen Silberniederschlag gebildet werden, der aber selbst wieder nicht zu stark sein darf. Auf reinen Platinflächen fällt der Niederschlag stets zu gering aus.

2. Der Niederschlag muss aus feinen, am Platingefäss fest anhaftenden, grauweissen Krystallkörnchen bestehen und durch mehrmaliges Abspülen mit

kaltem, destilliertem Wasser so lange ausgewaschen werden, bis letzteres auf Zusatz von Salzsäure sich nicht mehr trübt. Hierauf empfiehlt es sich, um eingeschlossene Lösung sicherer zu entfernen, den Niederschlag noch eine Stunde lang mit destilliertem Wasser bei 80^0 zu digerieren, wodurch sich aber etwas Silber auflöst (auf 1 g Niederschlag etwa 0·14 mg); dementsprechend ist das Gewicht des Niederschlags zu korrigieren.

3. Die Lösung darf nicht zu oft gebraucht werden, da sehr oft elektrolysierte Lösungen das elektrochemische Äquivalent des Silbers bis zu $^1/_{1000}$ höher ergeben, als frische; auf 100 cm^3 der Lösung sollen niemals mehr als 2 g Silberniederschlag gerechnet werden.

Nach dem Auswaschen werden die Gefässe bei etwa 160—180^0 im Trockenschrank getrocknet, im Exsikkator erkalten lassen und dann gewogen. An dem Wägungsergebnis sind natürlich sämtliche erforderliche Korrektionen anzubringen (Fehler des Gewichtssatzes, Ungleicharmigkeit der Wage, Gewichtsverlust in der Luft).

Nach den umfangreichen, in der physikalisch-technischen Reichsanstalt angestellten Versuchen von Kahle kann man bei Einhaltung dieser Vorsichtsmassregeln das elektrochemische Äquivalent des Silbers mit einer Genauigkeit von etwa $^1/_{10000}$ zu 1·1182 mg für 1 Cb annehmen.

Dass diese Grösse auch von anderen als den oben besprochenen Nebenumständen störend beeinflusst wird, lehren Versuche von Schuster und Crossley (Proc. of Royal Soc. Bd. 50, S. 344) und von Myers (Wied. Ann. 1895 Bd. 55, S. 288), welche zeigen, dass die im Elektrolyt gelöste Luft eine Verminderung des Niederschlags bewirkt, so dass man im luftleeren Raume etwas grössere Niederschläge erhält. Ferner finden Richard, Collins und Heimrod a. a. O., dass die Lord Rayleigh sche Form des Silbervoltameters das elektrochemische Äquivalent des Silbers um durchschnittlich 0·082 $^0/_0$ höher liefert, als die von ihnen angewendete Normalform, mit welcher sie dasselbe = 1·1172 mg pro 1 Cb gefunden haben.

Trotz der zahlreichen, umfassenden Arbeiten über das Silbervoltameter ist somit sein Verhalten noch in mancher Hinsicht unaufgeklärt und bedarf genauerer Erforschung.

40. Beispiel einer Messung.

Als Beispiel der Ausführung und Berechnung eines Versuchs mit dem Silbervoltameter diene die folgende, zum Zwecke der Eichung eines Westonschen Galvanometers von 1 Ω Widerstand (Milliamperemeter) ausgeführte Messung. Es bezeichne dabei Q das Gewicht der Platinschale, Q_1 dasjenige des in derselben vorher schon vorhandenen Silberniederschlages, Q_2 dasjenige des Niederschlages nach dem Stromdurchgang; r und l seien die Längen des rechten und linken Wagebalkens. Ferner sei angenommen:

Spezifisches Gewicht des Platins = 21·5,
" " " Silbers = 10·4,
" " " Messings = 8·4,
" " der Luft = 0·0012

Die zum Ausbalancieren der auf der linken Wagschale stehenden Schale erforderlichen Gewichte waren vorher = 47·63832 g, nachher = 48·22409 g. Die auf die linke und rechte Wagschale ausgeübten Drucke P_l und P_r waren sonach vorher:

$$P_l = Q - \frac{Q}{21\cdot5} \cdot 0\cdot0012 + Q_1 - \frac{Q_1}{10\cdot4} \cdot 0\cdot0012;$$

$$P_r = 47 - \frac{47}{8\cdot4} \cdot 0\cdot0012 + 0\cdot63832 - \frac{0\cdot638}{21\cdot5} \cdot 0\cdot0012,$$

nachher:

$$P_l' = Q - \frac{Q}{21\cdot5} \cdot 0\cdot0012 + Q_2 - \frac{Q_2}{10\cdot4} \cdot 0\cdot0012;$$

$$P_r' = 48 - \frac{48}{8\cdot4} \cdot 0\cdot0012 + 0\cdot22409 - \frac{0\cdot224}{21\cdot5} \cdot 0\cdot0012.$$

Aus der Gleichgewichtsbedingung für die Wage folgt dann:

$$(Q_2 - Q_1)\, l \left(1 - \frac{0\cdot0012}{10\cdot4}\right) = \left[0\cdot58577 - \left(\frac{1}{8\cdot4} - \frac{0\cdot414}{21\cdot5}\right) 0\cdot0012\right] r = 0\cdot58565\, r.$$ [1]

Nun ist $1 - \frac{0\cdot0012}{10\cdot4} = 1 - 0\cdot0001154$, und es war für die benutzte Wage $\frac{r}{l} = 1\cdot0000351$ gefunden worden. Beachtet man aber, dass man ohne merklichen Fehler setzen darf $\frac{1}{1 - 0\cdot0001154} = 1 + 0\cdot0001154$ und $(1 + 0\cdot0001154)$ $(1 + 0\cdot0000351) = 1 + 0\cdot0001505$, so erhält man endlich als korrigierten Wert des Silberniederschlags:

$$Q_2 - Q_1 = 0\cdot58574 \text{ g}.$$

Der Niederschlag war nur $^1/_4$ Stunde mit heissem Wasser digeriert worden, so dass die dabei gelöste Silbermenge auf $^1/_4 \cdot 1\cdot2$ [2] $\cdot\, 0\cdot14 = 0\cdot04$ mg veranschlagt werden kann. Die während der Beobachtungszeit von 3603 Sek. wirklich niedergeschlagene Silbermenge wäre somit $= 0\cdot58578$ g gewesen, woraus sich die Stromstärke

$$J = \frac{585\cdot78}{1\cdot1183 \cdot 3603} = 0\cdot14538\, A$$

ergiebt.

1) Bezeichnet man also allgemein mit q das wirkliche Gewicht des Niederschlages, mit p_1 die (von den Fehlern des Gewichtssatzes befreite) Differenz der Messinggewichte, mit p_2 diejenige der Platingewichte (mit Rücksicht auf das Vorzeichen!), so hat man allgemein, wenn die Gewichte rechts stehen:

$$q\, l \left(1 - \frac{0\cdot0012}{10\cdot4}\right) = \left[p_1 \left(1 - \frac{0\cdot0012}{8\cdot4}\right) + p_2 \left(1 - \frac{0\cdot0012}{21\cdot5}\right)\right] r.$$

Rechnet man die Brüche aus und beachtet, dass bei kleinem α $\frac{1}{1-\alpha} \sim 1 + \alpha$ und $(1 + \alpha)$ $(1 + \beta) \sim 1 + \alpha + \beta$ ist, so folgt hieraus:

$$q = \left[p_1 \left(1 - 0\cdot000028\right) + p_2 \left(1 + 0\cdot000059\right)\right] \frac{r}{l}.$$

2) 1·2 statt 0·59 wegen des schon vorher vorhandenen Silberniederschlags von ungefähr gleichem Gewicht.

5. Das Kupfervoltameter.

Als Kathode dient beim Kupfervoltameter ein Platinblech (oder auch ein Kupferblech), als Anode ein U-förmig gebogenes Blech aus reinem Kupfer, welches die Kathode umschliesst, so dass beide Seiten derselben ausgenützt werden (Fig. 38). Als Elektrolyt dient gesättigte Lösung von reinem Kupfervitriol in destilliertem Wasser.

41. Einrichtung und Behandlung des Kupfervoltameters.

Soll ein festhaftender, gleichmässiger Niederschlag erhalten werden, so darf nach F. KOHLRAUSCH die Stromdichte nicht grösser als $4 \frac{A}{\text{qdm}}$ genommen werden, während dieselbe nach RICHARD, COLLINS und HEIMROD für genaue Versuche den Betrag von $2 \frac{A}{\text{qdm}}$ nicht übersteigen soll. Man darf übrigens beim Kupfervoltameter die Stromdichte auch nicht zu gering nehmen, da sich, besonders unter dem Einfluss des gelösten Sauerstoffs, der Niederschlag im Elektrolyt etwas löst, wodurch bei zu langer Versuchsdauer sehr merkliche Fehler entstehen können. Digeriert man die Lösung, um diese Verluste zu vermeiden, mit Kupferoxydul, so erhält man, wie RICHARD, COLLINS und HEIMROD gefunden haben, wiederum stets zu grosse Niederschläge.

Nach Beendigung des Stromdurchganges spült man die Kathode in reinem Wasser ab, taucht sie alsdann in ein Gefäss mit Weingeist und trocknet sie vorsichtig zwischen Fliesspapier, dann im Trockenschrank bei mässiger Wärme, die nur wenig über 100° steigen darf; hierauf lässt man sie im Exsikkator erkalten und wägt sie rasch. Das Kupfer muss, wenn der Versuch brauchbar sein soll, einen zusammenhängenden, dichten, fleischroten Niederschlag auf dem Platin bilden. Vor jedem Versuch muss ein etwa vorhandener Kupferniederschlag durch Eintauchen der Platinplatte in Salpetersäure aufgelöst werden, worauf dieselbe mit destilliertem Wasser sorgfältig abgespült und bei etwa 180° im Trockenschrank getrocknet wird.

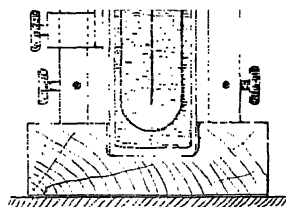



Fig. 38.

Bezeichnet man mit q das wirkliche Gewicht des Kupferniederschlages (spez. Gew. 8·9), haben ferner p_1 und p_2 dieselbe Bedeutung wie in § 40, stehen endlich die Gewichte wieder rechts, so ist

42. Berechnung des Resultats und Beispiel.

$$q = \left[p_1 (1 - 0{\cdot}000008) + p_2 (1 + 0{\cdot}000079)\right] \frac{r}{l}.$$

Beispiel: Das in § 36 mittels des BUNSENschen Wasservoltameters geeichte Amperemeter wurde mit dem Kupfervoltameter Fig. 38 geeicht (wirksame Fläche der Platinplatte = 2 qdm).

Es wurde gefunden:

Beobachtungszeit 900 Sekunden, $p_1 = 1$ g, $p_2 = 0{\cdot}22102$ g, also, da $\frac{r}{l} = 1{\cdot}0000351$ war, $q = 1{\cdot}22107$ g.

Somit ist $J = 1221{\cdot}07 : 900 \cdot 0{\cdot}3284 = 4{\cdot}131$ *A*.

Die am Instrument abgelesene mittlere Stromstärke war 4·004 *A*, also die Korrektion + 0·127 *A*. Ein Kontrollversuch ergab fast genau denselben Wert.

b) Strommessung auf elektromagnetischem Wege.

6. Elektromagnetisches Grundgesetz.

43. Biot-Savartsches Gesetz.

Die elektromagnetischen Wirkungen des elektrischen Stromes lassen sich sämtlich herleiten aus dem bereits im ersten Band ausführlicher behandelten Biot-Savartschen Gesetz für die magnetische Wechselwirkung zwischen einem unendlich kleinen Stückchen eines linearen Stromes (Stromelement) und einem Magnetpol.

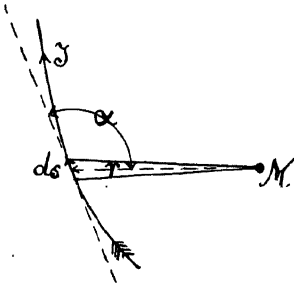



Fig. 39.

Bezeichnet (Fig. 39) *ds* das vom Strom *J* durchflossene Leiterelement, *M* einen Magnetpol, *r* die Länge der Verbindungslinie des Mittelpunktes von *ds* mit *M*, α den Winkel zwischen *r* und *ds*, so lässt sich dieses Gesetz in der Form aussprechen:

Die vom Stromelement *Jds* auf den Pol *M* ausgeübte Kraft ist proportional $\frac{M\,J\,ds \sin\alpha}{r^2}$ und steht auf der durch *ds* und *M* bestimmten Ebene rechtwinklig. Ist *M* ein Nordpol, so erhält man die Richtung dieser Kraft, indem man an *ds* die rechte Hand so anlegt, dass *ds* und *M* beide vor der Innenfläche derselben liegen, während die Fingerspitzen in die Richtung des Stromes *J* gebracht werden; alsdann giebt der ausgestreckte Daumen die Richtung der Kraft an.

Umgekehrt übt der Pol *M* auf das Element *Jds* eine Kraft von derselben Grösse aus, welche im Mittelpunkt von *ds* angreift und entgegengesetzt gerichtet ist, wie die von *Jds* auf *M* ausgeübte Kraft.

Unter Zugrundelegung der Kraftlinienanschauung kann man diese beiden Sätze auch so aussprechen:

Ein Stromelement *Jds* erzeugt im Punkte *M* ein magnetisches Feld, dessen Stärke proportional $\frac{J\,ds \sin\alpha}{r^2}$ und dessen Richtung die oben angegebene ist.

Ein Stromelement *Jds* erfährt in einem magnetischen Feld von der Stärke $\mathfrak{H}$, mit dessen Kraftlinien es den Winkel α einschliesst, einen Druck, dessen Grösse proportional $\mathfrak{H}\,J\,ds \sin\alpha$ ist. Derselbe ist rechtwinklig auf der

durch die Richtungen von $\mathfrak{H}$ und ds bestimmten Ebene und so gerichtet, dass die Richtungen des Stromes, Feldes und Druckes ein räumliches Koordinatensystem bilden, wie man es mit Daumen. Zeige- und Mittelfinger der rechten Hand bilden kann.

In Fig. 39 würde hiernach das von $J\,ds$ in M erzeugte Feld von vorn nach hinten gerichtet sein, während die auf $J\,ds$ ausgeübte Kraft von hinten nach vorn gerichtet ist.

Setzt man $\mathfrak{H}\,J\,ds \sin\alpha$ gleich dem auf das Leiterelement ausgeübten Druck P und misst man diesen in Dyn ($C\,G\,S^{-2}$), während man $\mathfrak{H}$ in absoluten Einheiten oder Gauss ($C^{-\frac{1}{2}}\,G^{\frac{1}{2}}\,S^{-1}$) und ds in cm (C) misst, so stellt

$$\mathfrak{H}\,J\,ds \sin\alpha = P$$

die Definitionsgleichung der absoluten Einheit der Stromstärke dar, für welche man somit als Dimension erhält:

$$1 \text{ absolute Einheit der Stromstärke} = 1\,C^{\frac{1}{2}}\,G^{\frac{1}{2}}\,S^{-1}.$$

Die technische Einheit, das Ampere, ist gleich dem zehnten Teil der absoluten Einheit, d. h.

$$1 \text{ Ampere} = 0{\cdot}1\,C^{\frac{1}{2}}\,G^{\frac{1}{2}}\,S^{-1}.$$

44. Einteilung der elektromagnetischen Strommesser.

Aus den oben angeführten Elementargesetzen erhält man die Wechselwirkung zwischen beliebig geformten linearen Strömen und Magneten bezw. magnetischen Feldern durch Summation der Elementarwirkungen, d. h. durch Integration. Diese Wirkungen sind, wie sich aus dem Vorstehenden ergiebt, der Stromstärke proportional und können daher zur Messung der letzteren verwendet werden. Man kann dabei: **I.** die von den Strömen erzeugten Felder auf bewegliche Magnete einwirken lassen, oder **II.** die von den Strömen durchflossenen Leiter beweglich aufstellen und von ruhenden magnetischen Feldern, welche durch Dauermagnete erzeugt werden, beeinflussen lassen, endlich **III.** bei der letzteren Anordnung die ruhenden Felder wiederum durch elektrische Ströme erzeugen. Man erhält so drei Klassen von Strommessinstrumenten:

I. die Strommesser mit beweglichem Magnet,

II. die Strommesser mit beweglicher Spule,

III. die Elektrodynamometer und Stromwagen.

Eine vierte Methode der elektromagnetischen Strommessung, welche auf der Drehung der Polarisationsebene eines linear polarisierten Lichtstrahls beruht, die in gewissen Substanzen, z. B. Flintglas, Wasser, Schwefelkohlenstoff u. a. dann eintritt, wenn dieselben von den Kraftlinien eines magnetischen Feldes durchsetzt werden, und der Lichtstrahl den letzteren parallel durch sie hindurchgeht, wobei die Drehung der Stärke des Feldes proportional ist, kann hier übergangen werden, da sie keine praktische Bedeutung besitzt (vgl. u. a. KOHLRAUSCH, Lehrbuch d. prakt. Phys.).

I. Die Strommesser mit beweglichem Magnet.

7. Die Tangentenbussole.

45. Absolute Strommessung; Reduktionsfaktor.

Bezeichnet man die Stärke des vom Stromelement $J\,ds$ erzeugten magnetischen Feldes mit $d\mathfrak{H}$, so ist $d\mathfrak{H} = \frac{J\,ds \sin\alpha}{r^2}$; bildet man alsdann die Summe aller $d\mathfrak{H}$ für sämtliche Elemente eines kreisförmigen Stromleiters vom Radius r für den Mittelpunkt des Kreises, so erhält man daselbst ein Gesamtfeld von der Stärke:

$$\mathfrak{H} = \frac{2\pi J}{r}.$$

Dieses Feld ist auf der Ebene des Stromkreises rechtwinklig und nach der Seite gerichtet, von der aus gesehen der Strom entgegengesetzt dem Uhrzeiger fliesst. Dieser Formel entsprechend können wir somit sagen: Ein Strom von $1\,C^{\frac{1}{2}}\,G^{\frac{1}{2}}\,S^{-1}$ Stärke erzeugt im Mittelpunkte eines Kreises von $1\,C$ Halbmesser, dessen Peripherie er durchfliesst, ein Feld von der Stärke $2\pi\,C^{-\frac{1}{2}}\,G^{\frac{1}{2}}\,S^{-1}$.

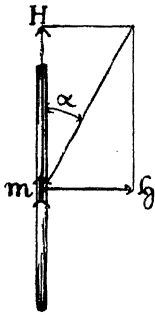



Fig. 40.

Bringt man in den Mittelpunkt des Kreisstroms eine sehr kurze Magnetnadel vom magnetischen Moment m, so erfährt dieselbe seitens des Stromes ein Drehungsmoment von der Grösse $\mathfrak{H}m$. Stellt man somit den Kreisstrom so auf, dass seine Ebene vertikal ist und mit derjenigen des magnetischen Meridians des Aufstellungsortes zusammenfällt, hängt man ferner die Magnetnadel so auf, dass ihre magnetische Achse horizontal liegt und dass die Nadel um eine durch ihren Mittelpunkt hindurchgehende, vertikale Achse drehbar ist, so wird dieselbe unter der gleichzeitigen Wirkung des Stromes und der Horizontalkomponente des Erdmagnetismus H eine mittlere Stellung einnehmen, in welcher sich das Drehungsmoment des Stromes und dasjenige des Erdmagnetismus das Gleichgewicht halten. Dabei bildet die magnetische Achse der Nadel einen Winkel α mit dem magnetischen Meridian (Fig. 40) und es ist:

$$\mathfrak{H} m \cos\alpha = H m \sin\alpha,$$

oder:

$$\mathfrak{H} = H \tan\alpha.$$

Setzt man für $\mathfrak{H}$ seinen Wert ein, so folgt hieraus schliesslich:

$$J = \frac{r H}{2\pi} \tan\alpha,$$

und man erhält hieraus J in absolutem Masse, wenn H in absoluten Einheiten oder Gauss gegeben ist und r in cm (C) gemessen wird.

Die ganze, aus einem vertikalen Stromkreis und einer in seinem Mittelpunkt aufgestellten kurzen, horizontalen Magnetnadel mit einer Kreisteilung (einer sogen. Bussole) bestehende Vorrichtung nennt man eine Tangenten-

bussole oder ein Tangentengalvanometer, weil die Stromstärke der Tangente des Ablenkungswinkels der Magnetnadel proportional ist. Die Grösse $C = \frac{rH}{2\pi}$ heisst der Reduktionsfaktor der Tangentenbussole; physikalisch bedeutet derselbe sonach diejenige Stromstärke in absoluten Einheiten, für welche $\tan \alpha = 1$, d. h. $\alpha = 45^0$ wird. Da 1 absolute Stromeinheit = 10 *A* ist, so ist auch:

$$J = 10 \cdot \frac{rH}{2\pi} \tan \alpha \text{ Amp.}$$

$C = 10 \cdot \frac{rH}{2\pi}$ ist alsdann der Reduktionsfaktor der Tangentenbussole für Ampere.

46. Multiplikator.

Statt den Strom nur einmal um die Magnetnadel herumzuführen, kann dies auch in n Windungen geschehen, wodurch $\mathfrak{H}$ auf das n-fache des früher gefundenen Betrags steigt, d. h. C auf den n-ten Teil sich vermindert. Eine solche Einrichtung heisst ein Multiplikator. Durch die Anwendung desselben wird also erreicht, dass ein bestimmter Ausschlag α bereits durch den n-ten Teil des Stromes erzeugt wird, der bei einer Windung hierzu erforderlich ist. Der Reduktionsfaktor ist also bei Anwendung des Multiplikators:

$$C = \frac{rH}{2\pi n} C^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1} \text{ bezw.} = 10 \frac{rH}{2\pi n} \text{ Amp.,}$$

wenn r der mittlere Halbmesser der Multiplikatorwindungen ist.

Fig. 41.

47. Seitliche Aufstellung der Nadel.

Fällt der Mittelpunkt der Magnetnadel m nicht mit dem Mittelpunkt der Windungen zusammen, sondern liegt, wie in Fig. 41, im Abstande d davon auf der Achse (d. h. auf der im Mittelpunkte der Windungen auf der Ebene derselben errichteten Senkrechten) des Multiplikators oder Stromkreises, so bleibt die Richtung von $\mathfrak{H}$ dieselbe, es wird aber jetzt

$$\mathfrak{H} = \frac{2\pi n r^2}{\sqrt{(r^2 + d^2)^3}} J,$$

und demnach wird für eine Tangentenbussole mit seitlich aufgestellter Nadel:

$$C = \frac{\sqrt{(r^2 + d^2)^3} \cdot H}{2\pi n r^2} C^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1} \text{ bezw.} = 10 \frac{\sqrt{(r^2 + d^2)^3} \cdot H}{2\pi n r^2} \text{ Amp.}$$

Der Reduktionsfaktor wird also durch diese Anordnung im Verhältnis

$$\sqrt{\left(1 + \frac{d^2}{r^2}\right)^3}$$

vergrössert, oder, um denselben Ausschlag α zu erhalten, muss man jetzt den Strom in demselben Verhältnis stärker nehmen.

Die Berechnung des Reduktionsfaktors einer Tangentenbussole erfordert ausser der genauen Ermittelung der Dimensionen des Stromringes

48. Beschränkung der Anwendbarkeit der Tangentenbussole; Korrektionen; Beispiel.

noch die Kenntnis der Horizontalkomponente H des erdmagnetischen Feldes. Letztere kann nach dem Gaussschen Verfahren in absoluten Einheiten bestimmt werden; soll aber die Strommessung zuverlässig sein, so darf sich H während der Messung nicht in unkontrollierbarer Weise ändern, d. h. das magnetische Feld muss an dem Orte, wo die Tangentenbussole aufgestellt ist, möglichst frei sein von Störungen durch benachbarte Eisenmassen und durch elektrische Ströme, eine Forderung, die namentlich in Fabriklaboratorien selten zu erfüllen ist, so dass in solchen die Tangentenbussole zu Strommessungen kaum gebraucht werden kann.

Die in § 45 angegebene Formel giebt übrigens den Reduktionsfaktor einer Tangentenbussole noch nicht genau; derselbe wird vielmehr auch von der Nadellänge beeinflusst und hängt ausserdem, weil bei der Drehung die Nadelpole nach beiden Seiten aus der Mittelebene des Stromringes heraustreten, auch vom Ablenkungswinkel α selbst ab. Ferner ist zu berücksichtigen, dass der Strom kein linearer ist, sondern dass sein Querschnitt eine endliche Grösse besitzt; derselbe ist meist sowohl bei massiven Kupferringen als auch bei den Multiplikatoren rechteckig. Nennen wir die Nadellänge (= Polabstand) l, die Breite des Ringes (in axialer Richtung) b, die Dicke desselben (in radialer Richtung) h, so lautet nach F. Kohlrausch (Lehrb. d. prakt. Phys.) die vollständige Formel für die Berechnung der Stromstärke in absoluten Einheiten bei Anwendung eines einfachen Ringes:

$$J = \frac{rH}{2\pi}\left(1 + \frac{1}{8}\frac{b^2}{r^2} - \frac{1}{6}\frac{h^2}{r^2} - \frac{3}{16}\frac{l^2}{r^2}\right)\left(1 + \frac{15}{16}\frac{l^2}{r^2}\sin^2\alpha\right)\tan\alpha.$$

Da zum Zwecke der Stromzu- und -abführung der Ring an einer Stelle aufgeschnitten und beiderseits mit parallelen, radial gerichteten, geraden Zuleitungsstücken von der Länge L versehen ist, deren Mittellinien im Abstande a voneinander laufen, so muss auch die Einwirkung dieser berücksichtigt werden; dazu ist oben unter der ersten Klammer noch das Glied hinzuzufügen:

$$\frac{aL}{2\pi r} \cdot \frac{r + \frac{L}{2}}{(r + L)^2}$$

Beispiel: Es sei $r = 20$ cm, $l = 1{\cdot}5$ cm, $b = 1$ cm, $h = 0{\cdot}5$ cm, $L = 8$ cm, $a = 1{\cdot}6$ cm. Dann ist: $\frac{r}{2\pi} = 3{\cdot}1831$, $\frac{1}{8}\frac{b^2}{r^2} = 0{\cdot}0003125$, $\frac{1}{6}\frac{h^2}{r^2} = 0{\cdot}0001042$, $\frac{3}{16}\frac{l^2}{r^2} = 0{\cdot}0010547$, $\frac{15}{16}\frac{l^2}{r^2} = 0{\cdot}0052734$, endlich $\frac{aL}{2\pi r}\frac{r + \frac{L}{2}}{(r + L)^2} = 0{\cdot}0031172$. Die beiden Korrektionsfaktoren sind sonach: $1{\cdot}002271$ und $(1 + 0{\cdot}005273 \sin^2 \alpha)$. Die Vernachlässigung des ersten Faktors würde somit den Reduktionsfaktor um fast $^1/_4\,^0/_0$ zu klein ergeben, würde also unzulässig sein. Die Grösse des zweiten, vom Ausschlag abhängigen Korrektionsgliedes liegt, wenn α zwischen 25^0 und 65^0 liegt (siehe § 28), zwischen $1{\cdot}00094$ und $1{\cdot}00433$; seine Vernachlässigung würde somit Fehler zwischen etwa $0{\cdot}1$ und $0{\cdot}4\,^0/_0$ zur Folge haben. Für $H = 0{\cdot}1920$ wäre übrigens $C = 0{\cdot}6125\, C^{\frac{1}{2}}\, G^{\frac{1}{2}}\, S^{-1} = 6{\cdot}125\, A$; hierbei ist der Faktor $1{\cdot}002271$ schon mit berücksichtigt.

49. Empfindlichkeit und Genauigkeit.

Wenn irgend eine physikalische Grösse A eine beliebige Funktion der Grössen x, y, $z \cdots$ ist und durch die Messung der letzteren bestimmt wird, so haben die unvermeidlichen Messungsfehler $\pm \delta x$, $\pm \delta y$, $\pm \delta z \cdots$ zur Folge, dass auch die gemessene Grösse A mit einem Fehler $\pm \delta A$ behaftet ist. Ist alsdann allgemein:

$$A = f(x, y, z \cdots),$$

so ist nach § 7 d. B.:

$$\delta A = \pm \frac{df}{dx} \delta x \pm \frac{df}{dy} \delta y \pm \frac{df}{dz} \delta z \pm$$

wobei im ungünstigsten Falle sämtliche Glieder rechts gleichzeitig positiv oder negativ sein können. Die Beobachtungsfehler $\pm \delta x$, $\pm \delta y$, $\pm \delta z \cdots$ sind hierin als gegebene Grössen anzusehen.

Man kann nun zunächst fragen: Für welche Werte von x, y, $z \cdots$ wird der Fehler δA ein Minimum? An dieser Stelle des Messbereichs entspricht also gewissen, kleinen Änderungen der beobachteten Grössen x, y, $z \cdots$ eine möglichst kleine Änderung der gemessenen Grösse A, d. h. es wird die grösste Empfindlichkeit der Messung erreicht. — Man kann aber auch zweitens fragen: Für welche Werte von x, y, $z \cdots$ ist der relative Fehler $\frac{\delta A}{A}$ ein Minimum? An dieser Stelle des Messbereichs wird die Genauigkeit der Messung am grössten.

Wenden wir diese Kriterien auf die Messung der Stromstärke mit der Tangentenbussole an, so ist:

$$J = C \tan \alpha, \text{ also: } \delta J = \pm C/\cos^2 \alpha \; \delta \alpha.$$

Dies wird (ohne Berücksichtigung des Vorzeichens) ein Minimum für $\cos \alpha = 1$, d. h. für $\alpha = 0^0$; die Tangentenbussole besitzt also die grösste Empfindlichkeit bei sehr kleinen Ausschlägen.

$$\text{Ferner ist: } \frac{\delta J}{J} = \frac{\delta \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} \pm \frac{2 \delta \alpha}{\sin 2 \alpha}.$$

Dies ist ein Minimum für $\sin 2 \alpha = 1$, d. h. für $2 \alpha = 90^0$ oder $\alpha = 45^0$. Die Messung fällt also am genauesten aus für die Ablenkung $\alpha = 45^0$; für zwei komplementäre Ablenkungen α und $90^0 - \alpha$ wird, da $\sin 2\alpha = \sin (180^0 - 2\alpha)$ ist, die Genauigkeit dieselbe. Damit bei gegebener Grösse des möglichen Ablesefehlers $\pm \delta \alpha$ die Genauigkeit der Messung nicht zu gering wird, darf der Ablenkungswinkel α sich nach beiden Seiten nicht zu weit von 45^0 entfernen. Man hat nämlich für z. B. $\delta \alpha = \pm 0{\cdot}1^0$ oder in Bogenmass $= \pm 0{\cdot}0017$ die Tabelle (siehe Kohlrausch, Lehrb. d. pr. Ph.):

$\alpha =$	5^0 od. 85^0,	10^0 od. 80^0,	15^0 od. 75^0,	20^0 od. 70^0,	25^0 od. 65^0,	30^0 od. 60^0,	45^0,
$\frac{\delta J}{J} =$	$\pm$ 0·020,	0·0095,	0·0070,	0·0055,	0·0044,	0·0039,	0·0034.

Damit also die Messungen nicht zu ungenau werden, darf man die Ausschläge nicht kleiner als etwa 25^0 und nicht grösser als etwa 65^0 werden lassen. Da für diese beiden extremen Werte die Tangenten bezw. $= 0{\cdot}466$ und $2{\cdot}145$ sind, so wird durch die Forderung genügender Genauigkeit der Messbereich einer Tangentenbussole auf die Werte zwischen $J = 0{\cdot}466\ C$ und $J = 2{\cdot}145\ C$ beschränkt, d. h. die grösste noch mit genügender Genauigkeit

zu messende Stromstärke verhält sich zur kleinsten ungefähr wie 5 : 1. Die Tangentenbussole, deren Reduktionsfaktor oben = 6·125 A gefunden worden ist, würde somit nur Ströme zwischen 2·85 und 13·34 A mit genügender Genauigkeit zu messen gestatten, falls die Einstellung der Bussolennadel auf $\pm 0{\cdot}1^0$ genau abgelesen werden könnte.

50. Erweiterung des Messbereichs.

Will man den Messbereich nach unten hin erweitern, so verwendet man statt eines einfachen Ringes einen Multiplikator (§ 46); hat derselbe n Windungen von gleichem mittleren Halbmesser, wie vorher der einfache Ring, so kann man noch $\frac{J}{n} A$ mit genügender Genauigkeit messen. Gewöhnlich verkleinert man aber gleichzeitig die Dimensionen, wodurch eine weitere Verkleinerung des Reduktionsfaktors erzielt wird. Man darf hierbei aber nicht zu weit gehen, weil sonst der Einfluss der Nadellänge auf die Messungen ein zu grosser wird und durch die in § 48 angegebenen Korrektionsglieder nicht mehr genügend genau dargestellt werden würde.

Um den Messbereich der Tangentenbussole nach oben hin zu erweitern, wird man zunächst r möglichst gross machen; damit aber der Apparat dadurch nicht unhandlich wird, wird man über 20 cm kaum hinausgehen. Für eine solche Bussole haben wir aber oben als obere Grenze des Messbereiches 13·34 A gefunden.

Wollte man den Messbereich der im obigen Beispiel behandelten Tangentenbussole etwa bis 100 A ausdehnen, so würde das einfachste Mittel sein, die Bussole seitlich aufzustellen. Da in unserem Beispiel der Reduktionsfaktor hierdurch auf das 7·5fache gesteigert werden müsste, so würde nach § 47 d so gewählt werden müssen, dass

$$\sqrt{\left(1+\frac{d^2}{r^2}\right)^3} \quad 7{\cdot}5$$

wird. Hieraus aber folgt für $r = 20$ cm : $d = 33{\cdot}66$ cm. Hierbei gewinnen natürlich auch die etwaigen Einstellungsfehler der Entfernung d einen Einfluss auf das Resultat; denn es ist jetzt: $J = C\sqrt{\left(1+\frac{d^2}{r^2}\right)^3} \tan\alpha$, also $\frac{\delta J}{J} = \pm \frac{2\,\delta\alpha}{\sin 2\alpha} + \frac{3\,d\cdot\delta d}{r^2 + d^2}$, es würde aber z. B. für $\delta d = 0{\cdot}02$ cm bei den oben angenommenen Dimensionen die durch diesen Einstellungsfehler verursachte Unsicherheit von J nur den Wert $\pm 0{\cdot}00132$ erreichen.

Ein anderes Mittel zur Vergrösserung von C ist von Obach und Trowbridge angewendet worden. Dasselbe besteht darin, dass man den Stromring um seine horizontale Achse um den Winkel φ aus der vertikalen Lage herausdreht. Alsdann wirkt auf die Nadel an Stelle von $\mathfrak{H}$ nur die horizontale Komponente $\mathfrak{H}\cos\varphi$ (Fig. 42). Hierdurch wächst der Reduktionsfaktor auf den Betrag

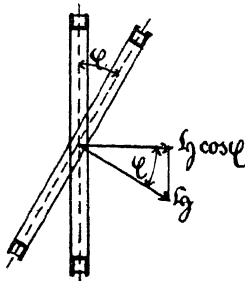



Fig. 42.

$$\frac{C}{\cos\varphi}, \text{ es ist also: } J = \frac{C}{\cos\varphi} \tan\alpha.$$

Wollte man bei der obigen Tangentenbussole durch dieses Mittel den Reduktionsfaktor auf das 7·5fache steigern, so müsste $\cos\varphi = \frac{1}{7{\cdot}5} = 0{\cdot}1333$,

d. h. $\varphi = 82{\cdot}3^0$ werden. Da aber jetzt $\frac{\delta J}{J} = \pm \frac{2\,\delta\alpha}{\sin 2\alpha} \pm \tan\varphi \cdot \delta\varphi$ ist, so würde, wenn das zweite Glied auch jetzt den Wert $\pm 0{\cdot}0013$ nicht übersteigen sollte, da $\tan 82^0\,20' = 7{\cdot}43$ ist, $\delta\varphi \leqq 0{\cdot}000175$, d. h. $\delta\varphi \leqq 0{\cdot}01^0$ sein müssen. Es müsste also der Winkel φ ungefähr auf halbe Minuten genau abgelesen werden können, was schon eine gute Teilung voraussetzt; dadurch aber wird das Instrument sehr verteuert. Ein zweiter Übelstand ist das Drehungsmoment der vertikalen Komponente $\mathfrak{H} \sin\varphi$, welches die Nadel zu kippen sucht und, wenn es gross genug ist, bei mittels Achathütchen auf einer feinen Stahlspitze aufgehängten Nadeln leicht eine beträchtliche Vermehrung der Reibung zur Folge haben kann.

Fig. 43.

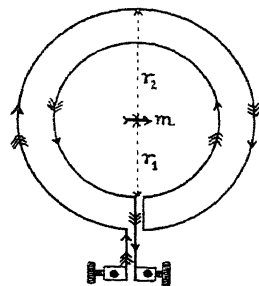
Ein drittes Mittel zur Vergrösserung von C ist die von BRACKETT (1881) zuerst vorgeschlagene Verwendung zweier konzentrischer Ringe mit den Radien r_1 und r_2, welche, Fig. 43 entsprechend, so geschaltet sind, dass sie vom Strom in entgegengesetzter Richtung durchlaufen werden. Setzt man jetzt $\mathfrak{H}_1 = \frac{2\pi}{r_1} J$ und $\mathfrak{H}_2 = \frac{2\pi}{r_2} J$, so wirkt nur noch die Differenz $\mathfrak{H}_1 - \mathfrak{H}_2 = 2\pi J\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$ auf die Nadel, und da dies bei dem Ausschlag α derselben im Gleichgewichtsfalle $= H \tan\alpha$ sein muss, so folgt jetzt:

$$J = \frac{H}{2\pi\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \tan\alpha.$$

Richtet man es nun so ein, dass man für jeden einzelnen Ring den Reduktionsfaktor bestimmen kann, so hat man $C_1 = \frac{r_1 H}{2\pi}$ und $C_2 = \frac{r_2 H}{2\alpha}$, also:

$$J = \frac{C_1\, C_2}{C_1 - C_2} \tan\alpha.$$

Es ist sonach der Reduktionsfaktor mit dem Differentialring $C = \frac{C_1\, C_2}{C_1 - C_2}$, derselbe wird also um so grösser, je mehr C_1 und C_2, d. h. r_1 und r_2, einander gleich gemacht werden. Ungenauigkeiten werden hier leicht durch die geraden Stromzuführungsstücke veranlasst, deren Mittellinien möglichst nahe aneinander gebracht werden müssen.

Bei der Messung sehr starker Ströme mit der Tangentenbussole ist es überhaupt sehr schwierig, ja unmöglich, die Störungen durch die Zuleitungen ganz zu beseitigen. Am wirksamsten ist es, wenn man dieselben, wenigstens bis zu einer Entfernung von etwa 1 m von der Bussole, konzentrisch anordnet, d. h. den Strom durch einen Draht zuführt, welcher durch die Mitte eines Messingrohrs geführt ist, das zur Rückleitung des Stromes dient. Weiterhin (und bei schwächeren Strömen überhaupt), genügt es, die Leitungen horizontal nebeneinander und in möglichst geringem Abstand einander parallellaufend zu führen, oder auch, wenn sie dazu nicht zu stark sind, sie miteinander zu verdrillen. Mit wachsender Stromstärke wachsen aber die Schwierigkeiten der störungsfreien Stromzuführung dermassen, dass 100 A ungefähr das Maximum der Stromstärke sein dürfte, welche sich mit der Tangentenbussole noch direkt genügend genau messen lässt.

Ein ferneres Mittel, den Reduktionsfaktor zu vergrössern, hat zuerst Lord KELVIN angewendet, nämlich die Verstärkung des magnetischen Feldes, in welchem sich die Nadel befindet, durch passend angeordnete Stahlmagnete. Hierdurch wird gleichzeitig der Einfluss der etwaigen Störungen des magnetischen Feldes durch starke elektrische Ströme u. s. w. wesentlich vermindert. Auf diesem Wege ist es zuerst gelungen, für technische Messungen stärkerer Ströme brauchbare Instrumente zu erhalten.

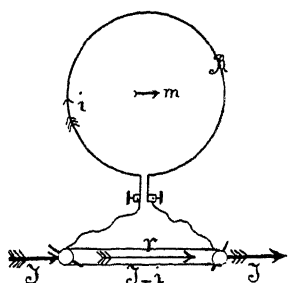



Fig. 44.

Endlich kann man, entsprechend Fig. 44, einen mehr oder weniger grossen Teil des Stromes J durch einen Nebenschluss (shunt) abzweigen, so dass durch die Tangentenbussole nur noch der bequem damit zu messende Anteil i fliesst. Sind alsdann R und r die Widerstände des Strommessers (samt Zuleitungen) und des Nebenschlusses, so hat man nach dem KIRCHHOFFschen Gesetz über die Stromverzweigung (siehe § 28):

$$\frac{J-i}{i} = \frac{R}{r}, \text{ woraus folgt: } J = i \cdot \frac{R+r}{r}.$$

Soll diese Methode zuverlässige Resultate liefern, so muss das Verhältnis $\frac{R}{r}$ genau bestimmt und vor allen Dingen auch konstant sein, d. h. die beiden Widerstände müssen von gleichem Material und gleicher Temperatur sein. Da aber letztere Forderung nicht immer zu erfüllen ist, wählt man, wenn es irgend angeht, sowohl für den Stromring des Galvanometers, als auch für den Nebenschluss ein Metall von möglichst geringem Temperaturkoeffizienten, am besten Manganin.

51. Tangentenbussole von Hartmann & Braun.

Eine für technische Messungen geeignete Tangentenbussole der Firma HARTMANN & BRAUN zeigt Fig. 45. Für starke Ströme dient ein einfacher Ring aus Rundkupfer, dessen mittlerer Durchmesser 40 cm beträgt. Der Messbereich ergiebt sich aus dem Beispiel in § 48. Um denselben zu erhöhen, kann der Tisch für die Bussole vergrössert und mit Millimeterteilung versehen werden, so dass sich dieselbe um genau messbare Entfernungen seitlich des Mittelpunktes aufstellen lässt. — Für schwächere Ströme dient ein Multiplikator mit zwei Gruppen von je 300 Windungen dünnen, mit Seide umsponnenen Drahtes, welche sich einzeln oder hintereinander oder parallel geschaltet benutzen lassen. Die Schlitze dienen zur Ausmessung der Dimensionen des Multiplikators.

Die Bussole besitzt ein kurzes, kräftiges Magnetsystem, welches aus zwei in horizontaler Ebene parallel miteinander verbundenen, kurzen Stäben, $n_1\ s_1$ und $n_2\ s_2$ besteht (Fig. 46); dasselbe ruht mittels Achathütchens auf einer feinen Nadelspitze. Ein langer Aluminiumzeiger mit zugespitzten Enden, welcher rechtwinklig zur magnetischen Achse des Systems befestigt ist, gestattet eine genaue Ablesung der Einstellung der Spitzen auf der Teilung. Letztere ist auf Spiegelglas geätzt und giebt direkt halbe Grade; zur Vermeidung von parallaktischen Ablesungsfehlern ist die Glasplatte auf der Rückseite belegt, und die Ablesung wird bei einer Stellung des Auges vorgenommen, bei welcher sich der Zeiger mit seinem Spiegelbilde deckt. Das Magnetsystem wird von einem etwa 2 mm dicken Ringe aus Elektrolytkupfer

eng umschlossen und durch die bei seiner Bewegung in den Kupfermassen induzierten Ströme so stark gedämpft, dass die Bewegung fast ohne Schwingungen oder aperiodisch erfolgt (vergl. § 72). Die Stromringe und

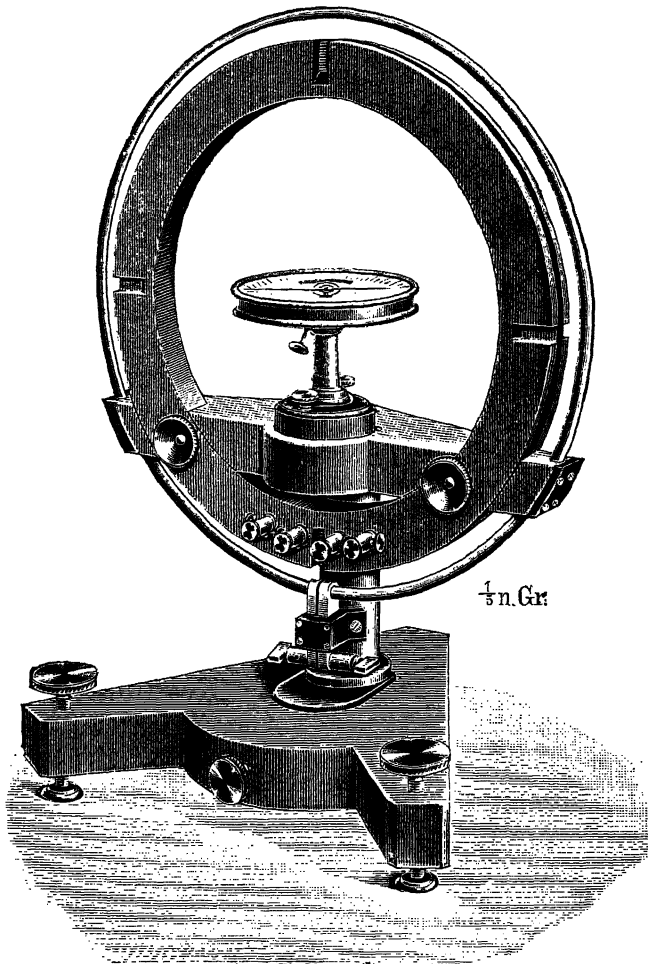



Fig. 45.

die Bussole sind an einer hölzernen Säule befestigt, welche in einem kräftigen, durch Schrauben horizontal zu stellenden Holzdreifuss drehbar befestigt ist, um die Ringebene in den magnetischen Meridian einstellen zu können.

52. Tangentenbussole nach Helmholtz und Gaugain.

Durch die seitliche Aufstellung der Bussole erreicht man ausser der Vergrösserung des Reduktionsfaktors gleichzeitig eine Verminderung des Einflusses der Nadellänge auf das Messresultat, wodurch die unbequemen Korrektionsfaktoren dem Werte 1 sich soweit nähern, dass sie ohne merklichen Fehler weggelassen werden können. Wie v. HELMHOLTZ (1849) und GAUGAIN (1853)

Fig. 46.

zeigten, wird dies am genauesten erreicht, wenn man den Nadelmittelpunkt um $d = \frac{r}{2}$ seitlich vom Mittelpunkt des Stromringes aufstellt. Will man bei dieser Form einen Multiplikator anwenden, so braucht man den Windungen nicht die sehr unbequem herzustellende Form eines Kegelmantels, dessen Höhe gleich dem halben Radius des Basiskreises ist, zu geben, sondern man kann nach MAXWELL (Lehrbuch der Elektrizität und des Magnetismus, deutsche Übers. von WEINSTEIN, Bd. II, S. 443) dem Wicklungsraum einen rechteckigen Querschnitt geben, wenn man dafür sorgt, dass $b^2 : h^2 = 31 : 36$ wird.

Die Tangentenbussole nach v. HELMHOLTZ und GAUGAIN wird manchmal auch mit zwei Stromringen ausgeführt, von denen auf jeder Seite des Nadelmittelpunktes einer im Abstande $d = \frac{r}{2}$ angebracht ist; bei dieser Form ist aber die Einstellung der Bussolennadel unbequemer abzulesen, und es eignet sich dieselbe daher mehr für Bussolen mit Spiegelablesung.

Der Reduktionsfaktor einer Tangentenbussole nach v. HELMHOLTZ und GAUGAIN ist:

$$\text{bei einem Stromring: } C = 1{\cdot}3976 \cdot \frac{rH}{2\pi} C^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1},$$

$$\text{bei zwei Stromringen: } C = 0{\cdot}6988 \cdot \frac{rH}{2\pi} C^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1},$$

oder das Zehnfache davon für Ampere.

53. Eichung der Tangentenbussole. Bei den für technische Messungen bestimmten Tangentenbussolen pflegt man, besonders der Schwierigkeiten der Bestimmung von H wegen, den Reduktionsfaktor nicht durch Rechnung zu bestimmen, sondern durch direkte Eichung. Zur Eichung einer Tangentenbussole für stärkere Ströme kann man mit Vorteil das in § 35 beschriebene Knallgasvoltameter von KOHLRAUSCH benutzen, oder auch das Kupfervoltameter (§ 41). Bei kleineren Werten des Reduktionsfaktors wählt man besser das Wasserstoffvoltameter (§ 37) oder das Silbervoltameter (§ 38).

Sinkt der Wert des Reduktionsfaktors unter 0·1 A, so wird der zu langen Dauer des Stromdurchganges wegen auch die Messung mit dem Silbervoltameter nicht mehr genau. Man muss alsdann durch das Voltameter einen stärkeren Strom J leiten und zum Galvanometer, dessen Widerstand R sein mag, einen entsprechenden Nebenschluss r parallel schalten, so dass durch ersteres nur noch der Strom i fliesst (§ 50). Alsdann ist:

$$i = J \frac{r}{R + r}.$$

Wenn die Ebene des Stromringes nicht genau mit derjenigen des magnetischen Meridians zusammenfällt, so kann man, wenn die Abweichung nur klein ist, den daraus entstehenden Fehler ausgleichen, indem man die Stromrichtung mittels eines sogenannten Stromwenders oder Kommutators umkehrt und aus den beiden, nunmehr etwas verschieden ausfallenden, Ausschlägen das Mittel nimmt. Ist nämlich δ der Winkel zwischen dem magnetischen Meridian und dem Stromring, so hat man die beiden Gleichgewichtsbedingungen (Fig. 47):

$$H \sin \alpha_1 = \mathfrak{H} \sin (90^0 - \alpha_1 + \delta) = \mathfrak{H} \cos (\alpha_1 - \delta)$$

$$\text{und } H \sin \alpha_2 = \mathfrak{H} \sin (90^0 - \alpha_2 - \delta) = \mathfrak{H} \cos (\alpha_2 + \delta),$$

$$\text{somit } H (\sin \alpha_2 + \sin \alpha_2) = \mathfrak{H} [\cos (\alpha_2 - \delta) + \cos (\alpha_2 + \delta)],$$

$$\text{oder } H \tan \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = \mathfrak{H} \frac{\cos \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} - \delta\right)}{\cos \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}}$$

Bei kleinem δ kann man aber setzen:

$$\cos \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} - \delta\right) \cong \cos \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} + \delta \sin \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2},$$

d. h. es ist angenähert:

$$H \tan \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = \mathfrak{H} \left(1 + \delta \tan \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}\right).$$

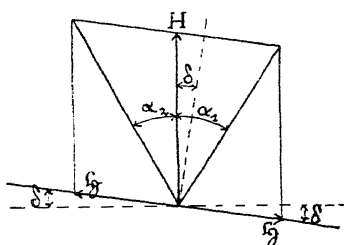
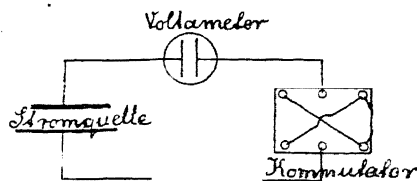
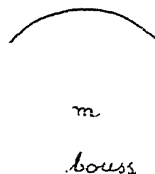



Fig. 47. Fig. 48.

aber bei kleinem δ auch $\alpha_1 - \alpha_2$ klein ist, so kann das Glied $\delta \tan \frac{\quad - \alpha_2}{2}$ gegen 1 vernachlässigt werden, und es ist:

$$\mathfrak{H} = H \tan$$

Im Voltameter darf natürlich der Strom nicht mit umgekehrt werden, es ist also dieses in den nicht kommutierbaren Teil der Leitung zu schalten, der Schaltskizze Fig. 48 entsprechend.

Bei auf Spitzen aufgehängten Nadeln muss man ferner den Einfluss der Reibung thunlichst durch Klopfen beseitigen. Bei Aufhängung der Nadel an einem Kokonfaden tritt eine Korrektion wegen der Torsion des Fadens hinzu, welche indessen nur bei kleinen Ausschlägen einfach auszuführen ist. Deshalb empfiehlt es sich, die Aufhängung an Kokonfäden nur dann zu wählen, wenn man sich auf kleine Ablenkungen beschränken will.

Um die Schwingungen der Nadel rasch zu beruhigen, sind meistens besondere Dämpfungseinrichtungen vorhanden (siehe §§ 71 u. 72). Ist die Dämpfung nicht genügend, so muss man, um rasch arbeiten zu können, die Schwingungen der Nadel durch Annähern eines kleinen Magnetstäbchens beruhigen; dies kann auch mittels des Kommutators geschehen, indem man den Strom nur für kurze Zeit schliesst und dies immer dann wiederholt, wenn die Nadel wieder umkehren will, bis schliesslich der Ausschlag seinen endgültigen Wert erreicht hat; diese Methode ist natürlich nicht zulässig, wenn ein Voltameter mit eingeschaltet ist.

54. Kommutatoren.

Einen der einfachsten und zweckmässigsten Stromwender oder Kommutatoren für diesen Zweck stellt die in Fig. 49 abgebildete POGGENDORFFsche Wippe dar. In ein Brett aus hartem Holz sind sechs Löcher gebohrt, von denen vier mit Klemmschrauben in Verbindung stehen. Die diametral gegenüberstehenden Löcher sind durch sich in der Mitte ohne Berührung überkreuzende Kupferdrähte verbunden, deren Enden sorgfältig amalgamiert sind (durch Eintauchen in eine Lösung von Quecksilber in kon-

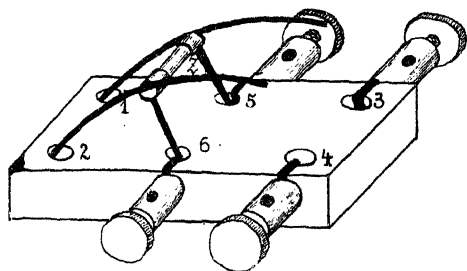



Fig. 49.

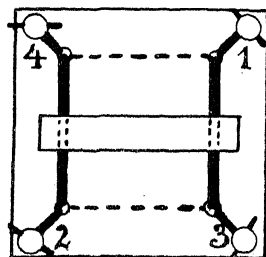



Fig. 50.

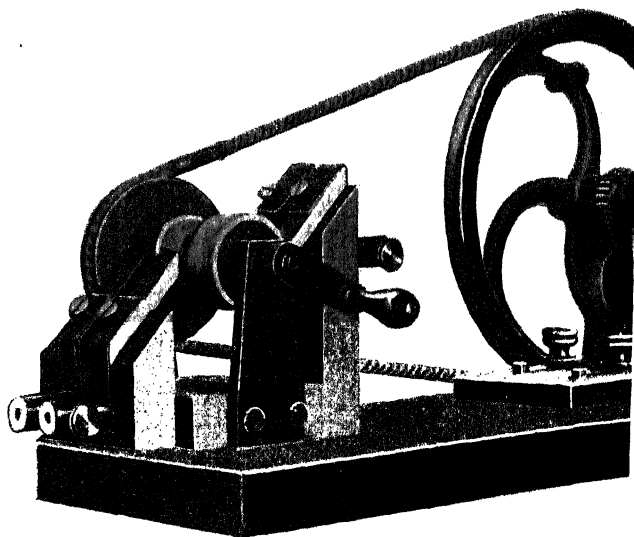



Fig. 51.

zentrierter Salpetersäure). Die mittelsten Klemmen 5 und 6 werden mit der Stromquelle verbunden, während an 3 und 4 die Leitungen zu den Klemmen der Tangentenbussole angeschlossen werden. Alle sechs Löcher sind mit Quecksilber gefüllt, und ein in die Löcherpaare 5—1 und 6—2 oder 5—3 und 6—4 eintauchender Doppelbügel aus Kupferdraht mit amalgamierten Enden, dessen beide Hälften durch das isolierende Zwischenstück *Z* verbunden sind, vermittelt den Stromschluss. — Noch einfacher, aber weniger bequem zu handhaben, ist der in Fig. 50 abgebildete Kommutator, bei welchem nur vier Quecksilbernäpfe vorhanden sind, von denen zwei diametral gegenüberstehende, z. B. 1 und 2, mit der Stromquelle, die anderen

beiden (3 und 4) mit der Tangentenbussole verbunden werden. — Einen für Ströme bis 50 A gut brauchbaren Kommutator mit Schleifkontakten stellt Fig. 51 dar. Auf den Enden einer etwa 6 cm langen und 4 cm dicken Hartgummiwalze sitzen zwei dicke Messingringe, deren jeder ein nach dem mittleren Teil der Walze hinübergreifendes Kontaktstück besitzt; diese beiden Kontaktstücke stehen einander diametral gegenüber, und auf denselben schleifen zwei kräftige Federn, welche aus Bündeln von hartgewalzten, dünnen Kupferblechen zusammengesetzt sind; dieselben stehen mit je einer Klemme in Verbindung. Zwei ebensolche Federn schleifen auf den Ringen und stehen ebenfalls jede mit einer Klemme in Verbindung. Letztere beiden Klemmen werden mit der Stromquelle verbunden, während an erstere der Apparat angeschlossen wird, in welchem der Strom kommutiert werden soll. Die Hartgummiwalze sitzt auf einer stählernen Welle, welche sich durch eine Kurbel drehen lässt (bei dem in der Figur dargestellten Apparat kann die Walze für gewisse Zwecke auch durch Schnurwirtel und Handrad in rasche Rotation versetzt werden). — Fig. 52 a, b endlich stellt einen sehr bequemen Kommutator für schwächere Ströme im Grundriss und Aufriss dar, bei welchem ebenfalls kein Quecksilber verwendet ist, und dessen Anordnung aus den Abbildungen ohne weiteres verständlich sein dürfte. Der Kontakt wird durch Bündel von federnden Kupferblechstreifen hergestellt, welche an dem um die Mittelsäule drehbaren Hartgummigriff befestigt sind. In der Mittelstellung des letzteren ist der Strom unterbrochen, während derselbe den zwischen die in Fig. 52 a oben gezeichneten Klemmen geschalteten Apparat in der Richtung des ausgezogenen oder punktierten Pfeils durchfliesst, wenn die Schleifkontakte in die entsprechenden Stellungen gebracht werden und die Stromquelle in der angedeuteten Weise an die unteren Klemmen angeschlossen ist.

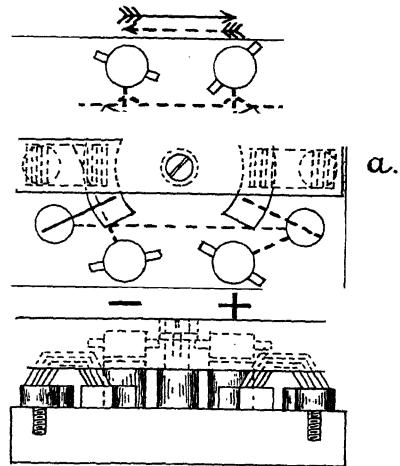



Fig. 52.

8. Die Sinusbussole und das Torsionsgalvanometer.

55. Die Sinusbussole.

Der Einfluss der Nadellänge verschwindet ganz, auch bei beliebig engen Ringen, ja sogar bei Anwendung flachgedrückter und rechteckiger Strombahnen, wenn man bei der Messung des Ausschlags α die Nadel wieder in genau dieselbe Lage gegen den Stromring bringt, also sie z. B. immer der Ebene des letzteren genau parallel macht. Zu diesem Zwecke muss die Ringebene um ihre vertikale Achse drehbar sein; der Winkel, um welchen man die Ebene des Stromringes gegen den magnetischen Meridian gedreht hat, wird an einem horizontalen Teilkreise abgelesen. Die Gleichgewichtsbedingung für die Nadel lautet alsdann:

$$\mathfrak{H}\ \Gamma_0 J = \mathfrak{H}\ H \sin \alpha,$$

wo Γ_0 ein von den Dimensionen der Windungen und der Nadel, sowie von der gegenseitigen Lage beider abhängiger Faktor ist, den man als Galvanometerkonstante bezeichnet. Es ist also:

$$J = \frac{H}{\Gamma_0} \sin \alpha = C \sin \alpha.$$

Ein solches Instrument heisst eine Sinusbussole (POUILLET); C ist der Reduktionsfaktor, welcher für kurze Nadeln und kreisförmige Stromringe genau denselben Wert wie bei der Tangentenbussole hat.

Für die Sinusbussole ist $\delta J = \pm C \cos \alpha \delta \alpha$, d. h. dieselbe ist am empfindlichsten in der Nähe des Ausschlags 90^0. Ferner ist

$$\delta J \quad = \pm \cos \alpha \delta \alpha,$$

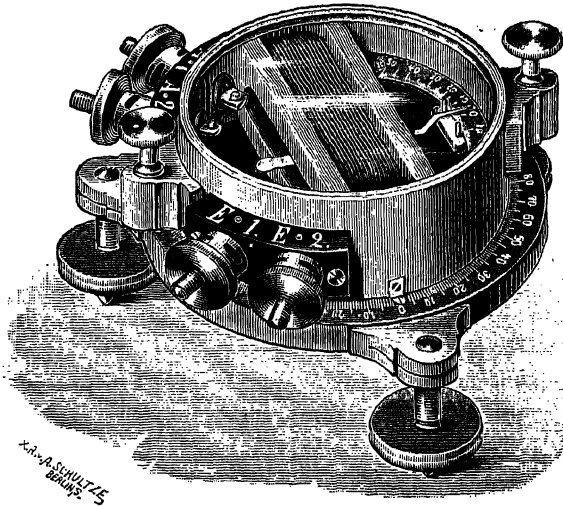



Fig. 53.

welches für $\alpha = 0$ unendlich, für $\alpha = 90^0$ aber Null wird. Die Genauigkeit ist also ebenfalls am grössten, wenn α nahezu $= 90^0$ wird. Soll der Fehler von J bei $\delta \alpha = \pm 0{\cdot}1^0$, wie früher bei der Tangentenbussole, den Wert 0·0044 nicht übersteigen, so ergiebt sich $\cot \alpha \leqq \frac{0{\cdot}0044}{0{\cdot}0017}$, d. h. $\leqq 2{\cdot}588$, oder es darf α nicht kleiner als etwa 21^0 gemacht werden.

Der Messbereich der Sinusbussole reicht von 0 bis C, mit Berücksichtigung der Genauigkeit aber darf, wie wir soeben gesehen, die Stromstärke nicht zu weit vermindert werden. Da $\sin 21^0 = 0{\cdot}36$ ist, würden also die Ströme, welche noch hinreichend genau gemessen werden können, z. B. zwischen 0·36 C und C Amp. liegen.

Um den Reduktionsfaktor zu verkleinern, kann man bei der Sinusbussole statt des einfachen Ringes einen Multiplikator anwenden, dessen Dimensionen man so weit verkleinern darf, als es die Nadellänge zulässt; man darf auch, wenn man nicht gerade absolute Messungen anzustellen beabsichtigt, den Windungen eine gestreckte Form geben, so dass sie die Nadel möglichst eng umschliessen. Die Vergrösserung des Reduk-

tionsfaktors kann ausser durch Vergrösserung der Dimensionen des Stromringes erfolgen durch Anwendung des Differentialringes, durch Verstärkung des Feldes oder durch Anwendung von Nebenschlüssen (§ 50).

Die Einrichtung einer Sinusbussole ist aus Fig. 53 zu ersehen, welche eine von Keiser & Schmidt konstruierte Form derselben darstellt, die auch als Differentialgalvanometer gebraucht werden kann.

Fig. 54.

56. Das Torsionsgalvanometer von Siemens & Halske.

Alle Strommessinstrumente, deren Reduktionsfaktor die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus enthält, sind für technische Zwecke wegen der Veränderlichkeit dieser Grösse wenig brauchbar; hier können nur solche Instrumente zuverlässige Messungen liefern, deren Konstante durch zufällige und unkontrollierbare Störungen des magnetischen Feldes der Erde nicht beeinflusst wird. Bis zu einem gewissen Grade entsprechen dieser Anforderung schon die in § 50 erwähnten Tangentengalvanometer von Lord Kelvin und ähnliche Instrumente von Ayrton, welche aber in Deutschland wenig Verbreitung gefunden haben, da hier das vor etwa 25 Jahren von der Firma Siemens & Halske konstruierte Torsionsgalvanometer seiner Zweckmässigkeit und Vielseitigkeit wegen als technisches Präzisionsinstrument fast allgemein angewendet worden ist.

Das Instrument, von welchem Fig. 54 eine Ansicht giebt, besitzt einen aus zwei rechteckigen Spulen bestehenden Multiplikator; diese sind hochkant gestellt, und zwischen ihnen hängt an einem Bündel von Kokonfäden ein sogenannter Glockenmagnet (Fig. 55). Derselbe besteht aus einer zylindrischen Stahlglocke, deren Wandung auf zwei diametral gegenüberliegenden Seiten weggefeilt ist. Das Messingstäbchen, an welches der Magnet geschraubt ist, trägt zwei Flügel aus dünnem Aluminiumblech, welche bei der Drehung des Magnets sich zwischen je zwei sie eng umschliessenden Messingplatten bewegen; dadurch wird eine kräftige Dämpfung der Schwingungen bewirkt. Ausserdem trägt dieser Stab einen leichten Aluminiumzeiger, dessen Spitze auf den Nullpunkt der Skala eingestellt wird; dabei ist die magnetische Achse des Glockenmagnets der Windungsebene der Spulen parallel. Am oberen Ende des Stäbchens ist das eine Ende einer aus dünnem, hart gezogenem Neusilberdraht hergestellten Schraubenfeder befestigt, deren anderes Ende an einem Torsionskopf sitzt; die Stellung des letzteren wird durch einen Zeiger auf derselben Skala angezeigt, auf deren Nullpunkt der Zeiger des Magnets einspielt. Diese Skala ist in 180 gleiche Intervalle geteilt. Das Magnetsystem lässt sich mittels einer durch Schraube zu bewegenden Messinggabel beim Transport arretieren. Das ganze Instrument ist auf einem Mahagonibrettchen montiert und von einem zylindrischen Mantel aus Glas umschlossen, ausserhalb dessen zwei mit den Enden der Wicklung verbundene Klemmen sitzen. Diese Grundplatte ruht mittels eines Messingkonus auf einem messingenen, mit Stellschrauben versehenen Dreifuss, so dass man die Achse des Instruments vertikal stellen und die Spulenebene in die richtige Lage gegen den Meridian drehen kann. Innerhalb

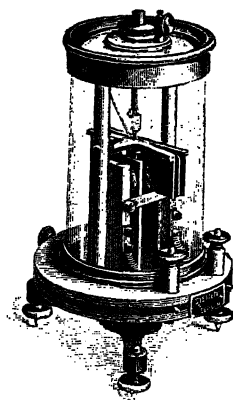
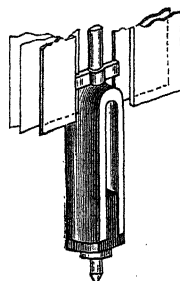



Fig. 55.

des Glasmantels ist ein Thermometer angebracht, um die Temperatur der Drahtwicklung bestimmen zu können.

Beim Gebrauch macht man zunächst die Achse des Instruments vertikal, stellt den Zeiger des Torsionskopfes genau auf den Nullpunkt der Skala und dreht alsdann das Instrument um die vertikale Achse, bis auch der mit dem Magnet verbundene Zeiger genau auf den Nullpunkt der Skala einspielt. Schickt man nunmehr durch den Multiplikator den zu messenden Strom J, so wird der Magnet abgelenkt, aber nur wenige Grade, da sich die Dämpferplatten sehr bald anlegen und eine weitere Drehung verhindern. Durch Drehen am Torsionskopf giebt man alsdann der Feder so viel Torsion im entgegengesetzten Sinne, dass durch das Drehungsmoment der Torsion dasjenige des Stromes gerade aufgehoben wird, was man daran erkennt, dass der Zeiger des Magnets wiederum auf den Nullpunkt der Skala einspielt. Ist alsdann α der Torsionswinkel (in Skalenteilen), D das Torsionsmoment der Feder (d. h. das Drehungsmoment der Torsion für 1 Skalenteil), so ist das Drehungsmoment der Torsion $D\alpha$, während dasjenige des Stromes durch $\Gamma_0 m J$ dargestellt ist, worin Γ_0 die Galvanometerkonstante (§ 55), m das magnetische Moment des Magnets bedeutet. Da nun bei richtiger Einstellung der Zeiger beide Grössen einander gleich sein müssen, so hat man für J die Gleichung:

$$\Gamma_0 m J = D\alpha,$$

$$\text{oder:}\quad J = \frac{D}{\Gamma_0 m}\alpha = C\alpha,$$

worin wieder $C = \frac{D}{\Gamma_0 m}$ den Reduktionsfaktor des Instruments bedeutet. Hierin ist Γ_0 unbedingt konstant, während D und m Änderungen erfahren können. Beide nehmen zunächst mit wachsender Temperatur ab, so dass der Quotient $\frac{D}{m}$ im allgemeinen von der Temperatur nur sehr wenig beeinflusst wird. Im übrigen ist aber D bei Federn aus gutem Material sehr konstant, m dagegen vermindert sich durch allerhand schädliche Einflüsse, namentlich durch wiederholte grössere Temperaturschwankungen und Erschütterungen, sowie durch magnetische Einwirkungen, auch bei den besten Magneten[1]) mit der Zeit, so dass bei jedem Torsionsgalvanometer, auch bei sorgfältiger Behandlung, der Reduktionsfaktor C allmählich zunimmt; deshalb muss bei diesen Instrumenten C häufig kontrolliert werden, und das ist besonders dann nötig, wenn das Instrument einen längeren Transport durchgemacht hat.

Von äusseren magnetischen Störungen werden die Angaben des Torsionsgalvanometers nicht beeinflusst, wenn man vor jeder Messung die Einstellung im stromlosen Zustande berichtigt, vorausgesetzt, dass das Instrument nicht in solcher Nähe von starken Magneten bezw. Strömen aufgestellt wird, dass durch deren Einwirkung das magnetische Moment m merklich verändert werden könnte, wodurch C in ganz unkontrollierbarer Weise geändert werden würde.

1) Nach BARUS und STROUHAL (Wied. Ann. 1883, Bd. 20, S. 662) erhält man sehr dauerhafte Magnete, wenn man die sorgfältig gehärteten Stahlkörper zunächst möglichst kräftig magnetisiert, sie alsdann etwa $^1/_2$ Stunde lang in den Dampf von siedendem Wasser bringt, wieder magnetisiert und erhitzt und dieses Verfahren einigemal wiederholt; nach dem letzten Magnetisieren erhitzt man noch einige Zeit in Wasserdampf. Am besten bewährt sich für solche Magnete der sogenannte Wolfram- (Tungstein-) Stahl.

57. Das Torsionsgalvanometer von Dr. Edelmann.

Eine andere Form desselben Instruments stellt Fig. 56 dar; diese Konstruktion rührt von EDELMANN in München her. Bei diesem Instrument hängt ein Glockenmagnet in einer entsprechend weiten Ausbohrung eines Zylinders aus Elektrolytkupfer, ist also elektromagnetisch gedämpft; die Arretierung geschieht durch eine axial von unten her in den Dämpfer eingeschraubte Spindel. Das untere Ende der Torsionsfeder sitzt an dem Querarm e, welcher an einem Zahnkranz befestigt ist, der sich durch den Knopf T mittels eines Triebes um die Achse des Instruments drehen lässt. Die Drehung wird mittels des Index i an einer ebenfalls in 180 Teile geteilten Skala abgelesen, während die richtige Einstellung des Magnets daran erkannt wird, dass die Spitzen eines fest damit verbundenen Aluminiumzeigers Z auf die Punkte 0 und 90 der Skala einspielen; die Stifte x und y verhindern eine zu weit gehende Drehung des Magnets. — Bei diesem Instrument ist die Einrichtung getroffen, dass ursprünglich die magnetische Achse des Glockenmagnets bei der richtigen Einstellung desselben mit der Windungsebene der (hier kreiszylindrischen) Spulen nicht einen Winkel von 0^0, sondern einen solchen von ungefähr 30^0 bildet, wodurch das Drehungsmoment des Stromes $= \Gamma_{30} m J$ wird; dabei ist nahezu $\Gamma_{30} = \Gamma_0 \cos 30^0$. Somit ist jetzt

Fig. 56.

$$C = \frac{D}{\Gamma_0 \cos 30^0 \, m}$$

hat also C durch Abnahme von m zugenommen, so braucht man nur den Winkel 30^0 entsprechend zu verkleinern, um dem Reduktionsfaktor wieder seinen Anfangswert zu erteilen. Diese Verstellung geschieht in bequemer Weise mittels des Knopfes K. Es lässt sich also bei diesem Instrument der anfängliche Wert des Reduktionsfaktors C so lange wieder herstellen, bis m etwa auf das 0·866-fache seines Anfangswertes gesunken ist. Durch die Wirkung des Stromes wird übrigens wegen der schrägen Stellung des Magnets gegen die Spulenebene bei diesem Instrument m etwas vergrössert, was sich in einer sehr deutlichen Abnahme des Reduktionsfaktors bei stärkeren Strömen bemerklich macht.

58. Der Reduktionsfaktor und seine Kontrolle.

Das ursprünglich von der Firma SIEMENS & HALSKE gebaute Instrument besass einen Multiplikator von insgesamt 1 Ω Widerstand (bei 20^0 C.); der Reduktionsfaktor war 0,001 A pro Skalenteil. Hierzu kam später ein im übrigen gleich gebautes Instrument mit einem Multiplikator von 100 Ω Widerstand (bei 20^0 C.) und dem Reduktionsfaktor 0,0001 A pro Skalenteil; letztere Konstanten besitzt auch das EDELMANNsche Instrument. Der Messbereich reicht bis etwa 170 Skalenteile. Die Eichung dieser Galvanometer kann mittels des Silber- (§ 38) oder Wasserstoff- (§ 37) Voltameters geschehen, wobei man zu den Instrumenten von 100 Ω Widerstand einen Nebenschluss von $\frac{1}{9} \cdot 100$ Ω parallel schaltet, so dass durch das Instrument selbst

nur der zehnte Teil des gesamten, im Voltameter gemessenen, Stromes fliesst (§ 50).

59. Erweiterung des Messbereichs durch Nebenschlüsse.

Das Torsionsgalvanometer von 1 Ω Widerstand eignet sich auch sehr gut zur Messung stärkerer Ströme, indem man passende Nebenschlüsse dazu parallel schaltet (§ 50). Gewöhnlich verwendet man solche von

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{19}, \frac{1}{49}, \frac{1}{99}, \frac{1}{199}, \frac{1}{499}, \frac{1}{999}, \frac{1}{1999}, \frac{1}{4999}, \frac{1}{9999}, \frac{1}{19999} \text{ Ohm},$$

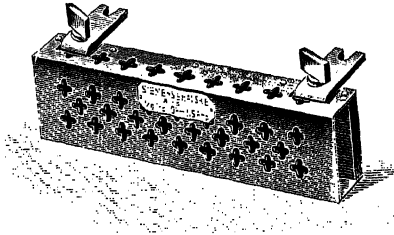



Fig. 57.

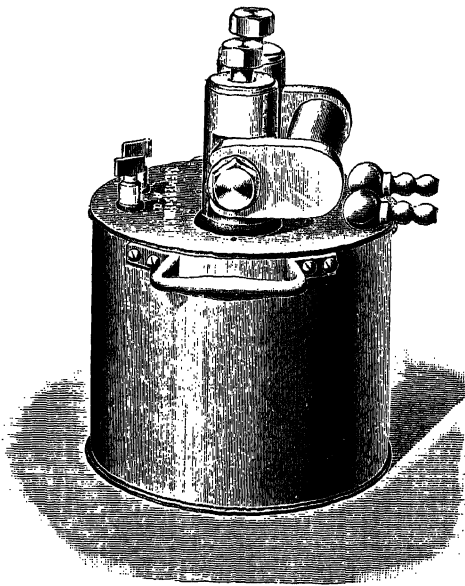



Fig. 58.

und erhält alsdann die Gesamtstromstärken, indem man die am Instrument abgelesenen Stromstärken mit 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000, 2000, 5000, 10000, 20000 multipliziert. Durch diese Nebenschlüsse würde man also den Messbereich des Instruments bis etwa 3400 A erweitern.

Nach dem Vorgange der physikalisch-technischen Reichsanstalt stellt man diese Nebenschlüsse jetzt meist aus Manganin her, wodurch man erreicht, dass dieselben von der Temperatur so gut wie unabhängig werden. Man verwendet dazu das Material entweder in Form von Drähten oder besser (der besseren Abkühlung wegen) in Form von Blechstreifen. Bei denjenigen Nebenschlüssen, welche sehr starke Ströme aufzunehmen haben, schaltet man eine Anzahl dünner Drähte oder Bleche parallel, um die Wärmeabgabe möglichst zu erleichtern.

Fig. 57 stellt einen von der Firma Siemens & Halske gebauten Nebenschluss von $\frac{1}{9}$ Ω dar; an die Messinggabeln werden die Leitungen nach dem Galvanometer angeschlossen. Fig. 58 ist ein Nebenschluss von $\frac{1}{9999}$ Ω von derselben Firma, welcher Ströme bis zu etwa 1700 A aufzunehmen vermag. Zur Stromzuleitung dienen zwei kräftige Klemmen, welche in der Figur durch einen starken Bügel aus Kupfer verbunden sind, durch den, wenn dies wünschenswert erscheint, der grösste Teil des Stromes neben dem Manganinblechwiderstand vorbeigeführt werden kann. Um bei längerem Durchgang des Stromes eine unzulässige Erwärmung des Widerstandes zu verhüten, kann das zylindrische Gefäss mit Petroleum gefüllt und letzteres durch Wasser gekühlt werden, welches man durch eine Kühlschlange fliessen lässt. Die beiden kleinen Klemmen dienen zum Anschluss des Galvanometers.

Sollen die Quotienten $\frac{R+r}{r} = \frac{R}{r} + 1$ die obigen runden Werte haben, so muss der Widerstand R des Galvanometers samt den Zuleitungen genau 1 Ω sein, was bei den aus Kupfer bestehenden Spulen des Torsionsgalvanometers nur bei einer bestimmten Temperatur, gewöhnlich 20° C., genau der Fall ist. Allgemein ist alsdann bei t^0:

$$R = [1 + 0{\cdot}004\,(t - 20)]\,\Omega,$$

und infolgedessen bekommt der obige Faktor die Form:

$$1 + \frac{1 + 0{\cdot}004\,(t - 20)}{r}.$$

Sehr zweckmässig ist es, wenn man eine Reihe solcher Nebenschlüsse so kombiniert, dass man durch Versetzen eines konischen Messingstöpsels oder durch Drehen einer Kurbel verschiedene Messbereiche erhält. Fig. 59 stellt die zu treffende Anordnung der Widerstände schematisch dar, wobei etwa angenommen werden soll, dass die einer Torsion von 150 Skalenteilen entsprechenden Stromstärken für die sechs verschiedenen Stellungen des

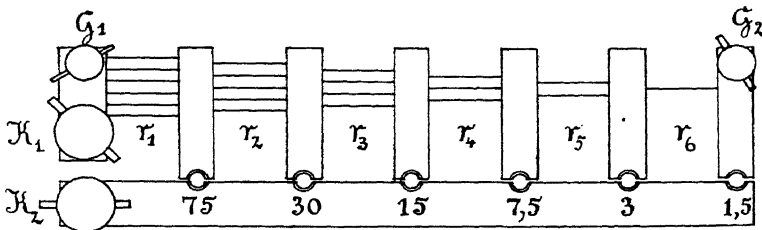



Fig. 59.

Stöpsels 75, 30, 15, 7·5, 3 und 1·5 A betragen sollen. Der zu messende Strom wird durch die Klemmen K_1 und K_2 zugeführt, während das Galvanometer, dessen Widerstand allgemein mit g bezeichnet werden soll, an die Klemmen G_1 und G_2 angeschlossen wird. Die im Galvanometer direkt zu messende Stromstärke sei i. Dann ergibt das 1. KIRCHOFFsche Gesetz für die Widerstände r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 und r_6 folgende 6 Gleichungen:

1. $$\frac{75 - i}{i} = \frac{r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6 + g}{r_1}$$

2. $$\frac{30 - i}{i} = \frac{r_3 + r_4 + r_5 + r_6 + g}{r_1 + r_2}$$

3. $$\frac{15 - i}{i} = \frac{r_4 + r_5 + r_6 + g}{r_1 + r_2 + r_3}$$

4. $$\frac{7{\cdot}5 - i}{i} = \frac{r_5 + r_6 + g}{r_1 + r_2 + r_3 + r_4}$$

5. $$\frac{3 - i}{i} = \frac{r_6 + g}{r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5}$$

6. $$\frac{1{\cdot}5 - i}{i} = \frac{g}{r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6}$$

Aus diesem System erhält man, indem man 2. von 1., 3. von 2., 4. von 3., 5. von 4. und 6. von 5. subtrahiert, zusammen mit 6., nachdem man alle gemeinsamen Faktoren weggehoben hat, folgendes System von Gleichungen:

1. $3 r_1 - 2 r_2 = 0$
2. $r_1 + r_2 - r_3 = 0$
3. $r_1 + r_2 + r_3 \quad r_4 = 0$
4. $3 r_1 + 3 r_2 + 3 r_3 + 3 r_4 - 2 r_5 = 0$
5. $r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 - r_6 = 0$
6. $r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6 = g \frac{i}{1 \cdot 5 - i}$.

Hieraus aber ergeben sich folgende Lösungen:

$$r_6 = \frac{g}{2} \frac{i}{1 \cdot 5 - i}; \; 5 r_5 = 3 r_6; \; 3 r_4 = r_5; \; 2 r_3 = r_4; \; 5 r_2 = 3 r_3; \; 3 r_1 = 2 r_2.$$

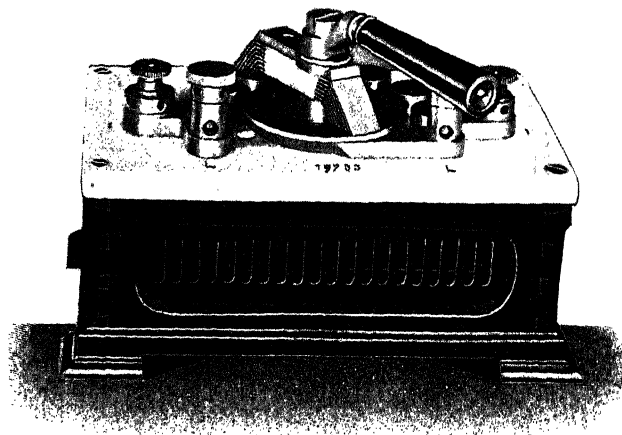



Fig. 60.

Derartige Widerstände liefert Dr. Horn in Grosszschocher bei Leipzig. Fig. 60 stellt einen solchen dar; die Umschaltung erfolgt durch Verstellen der Kurbel. Ähnlich sind die von Feussner beschriebenen (ETZ 1904, S. 115) mehrstufigen Nebenschlüsse der Firma Siemens & Halske konstruiert, welche noch sehr zweckmässige Sperrvorrichtungen besitzen, durch die ein unbeabsichtigtes Einschalten auf einen zu niedrigen Strommessbereich und ein hierdurch bedingtes Verderben des Galvanometers verhindert wird.

9. Die Galvanometer im engeren Sinne.

60. Mass der Empfindlichkeit; Galvanometerfunktion.

Instrumente, welche zur Wahrnehmung und Messung sehr schwacher Ströme dienen sollen, werden in der Regel als Galvanometer bezeichnet; handelt es sich weniger um die Messung, als um den blossen Nachweis

eines schwachen Stromes, so wird dafür auch der Name Galvanoskop gebraucht.

Von solchen Galvanometern fordert man in der Regel, dass dieselben eine möglichst hohe Empfindlichkeit besitzen; als Mass für die Empfindlichkeit dient dabei der Quotient: Nadelausschlag (oder eine passende Funktion desselben, z. B. die Tangente) dividiert durch die Stromstärke. Dabei pflegt man als Einheit der Stromstärke das Mikro-Ampère $= 1 . 10^{-6} A$ ($1 \mu A$) zu benutzen, misst also die Empfindlichkeit des Galvanometers durch die Grösse des Nadelausschlags (oder der gewählten Funktion desselben) für eine Stromstärke von $1 \mu A$.

In erster Linie ist die Empfindlichkeit eines Galvanometers dem von den Windungen des Multiplikators auf die Magnetnadel ausgeübten Drehungsmoment proportional. Dieses kann als Produkt von drei Faktoren: $D = \Gamma m J$, geschrieben werden, worin m das magnetische Moment der Nadel bedeutet, Γ aber die sogenannte Galvanometerfunktion ist. Die letztere ist im allgemeinen vom Winkel α abhängig, den die Nadelachse mit der Windungsebene des Multiplikators bildet (bei der Tangentenbussole würde sie z. B. nach § 48 von der Form sein:

$$C\left(1 - \frac{15}{16} \frac{l^2}{r^2} \sin^2 \alpha\right) \cos \alpha).$$

Nur wenn bei der Messung der Winkel α immer denselben Wert bekommt, wie bei Sinusbussole und Torsionsgalvanometer, wird diese Grösse eine Konstante, die alsdann Galvanometerkonstante genannt wird (§ 55). Für andere als kreisförmige Windungen, und wenn die Windungen im Vergleich zur Nadellänge sehr eng werden, würde die Form der Galvanometerfunktion eine noch weit kompliziertere werden.

61. Beziehungen zwischen der Windungszahl und dem Widerstand.

Für Multiplikatoren von gleicher Form und Grösse des von den Windungen eingenommenen Raumes, des sogenannten Wicklungsraumes, und gleicher Lage der Windungen gegen die Magnetnadel ist Γ der Anzahl der Windungen N proportional. Abgesehen von der Isolation des Drahtes würde, wenn die Windungszahl k-mal so gross gemacht werden sollte, der Drahtquerschnitt im Verhältnis $\frac{1}{k}$ verringert werden müssen, um die Windungen in demselben Raume unterbringen zu können, während die Drahtlänge auf das k-fache wachsen würde. Infolgedessen würde der Widerstand des neuen Multiplikators mit der k-fachen Windungszahl auf das k^2-fache des ursprünglichen Wertes steigen, d. h. bei gleichem Wicklungsraume ist der Widerstand dem Quadrat der Windungszahl proportional, oder umgekehrt, die Windungszahl ist der Wurzel aus dem Widerstand proportional.

Will man somit zwei verschiedene Galvanometerkonstruktionen hinsichtlich der Zweckmässigkeit der Form, Grösse und Lage ihres Multiplikators miteinander vergleichen, so muss man sich dieselben mit Multiplikatoren gleichen Widerstandes versehen denken, wofür man zweckmässig den Wert 1Ω wählt. Wären also die beiden Widerstände r_1 und r_2, so würden dadurch die Windungszahlen und damit auch die Galvanometerfunktionen und die diesen proportionalen Empfindlichkeitswerte im Verhältnis $\frac{1}{\sqrt{r_1}}$ und

$\frac{1}{\sqrt{r_2}}$ sich verringern.[1]) Da man sonach $D = AJ\sqrt{r}\,m$ setzen kann, wobei A eine gewisse, im allgemeinen vom Ausschlag α abhängige Grösse bedeutet, da ferner, wenn E die EMK in dem aus dem Galvanometer und dem äusseren Widerstand R bestehenden Stromkreise bedeutet, $J = \frac{E}{R+r}$ ist, so ist unter sonst gleichen Umständen D dem Quotienten $\frac{\sqrt{r}}{R+r}$ proportional, welcher für $r = R$ ein Maximum wird. Will man also unter sonst gleichen Umständen eine möglichst grosse Wirkung erzielen, so wird man den Galvanometerwiderstand möglichst gleich dem gesamten übrigen Widerstand des Stromkreises zu machen haben, welchem das Galvanometer angehört.[2])

62. Günstigste Form der Spulen.

Bei gleicher Windungszahl N wird Γ um so grösser, je mehr sich die Windungen der Nadel nähern. Deshalb bevorzugte man bei älteren

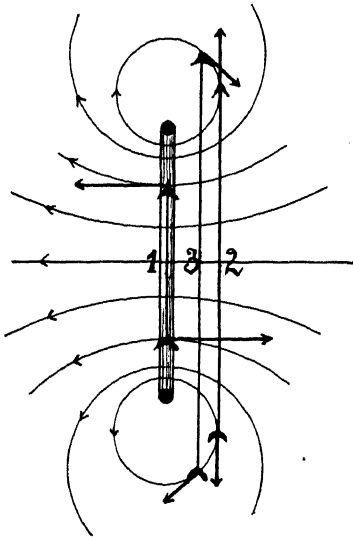
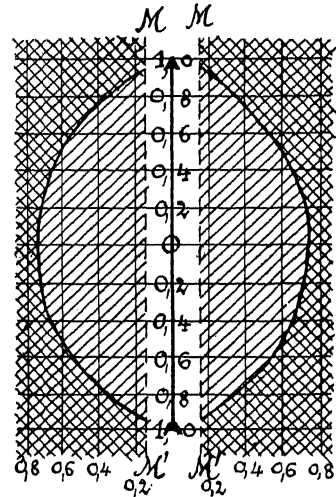



Fig. 61. Fig. 62.

Galvanometerkonstruktionen rechteckige Rahmen. Da dieselben schwieriger zu bewickeln sind und sich überhaupt nur für langgestreckte Nadeln eignen, welche bei den modernen Galvanometern aus später zu erörternden Gründen nur noch in bestimmten Fällen (besonders für ballistische Zwecke) angewendet werden, bevorzugt man gegenwärtig Multiplikatoren mit kreisförmigen Windungen. Eine kreisförmige Windung kann aber,

1) Nach AYRTON, MATHER und SUMPNER (Phil. Mag. 1890, Bd. 30 S. 90) würde man dem Einfluss der Umspinnung des Drahtes besser Rechnung tragen, wenn man statt $\sqrt{r} = \sqrt[4]{r^2}$ setzte $\sqrt[5]{r^2}$. Für praktische Zwecke hat sich aber das bequemer zu berechnende $\sqrt{r}$ als ausreichend erwiesen.

2) Ist übrigens δ das Verhältnis des Durchmessers des blanken zu demjenigen des übersponnenen Drahtes, so muss nach MAXWELL (Lehrb. d. El. u. d. Magn. Bd. II S. 447) $r = \delta R$ gemacht werden, wenn für gegebenes E und R der Galvanometerausschlag ein Maximum werden soll.

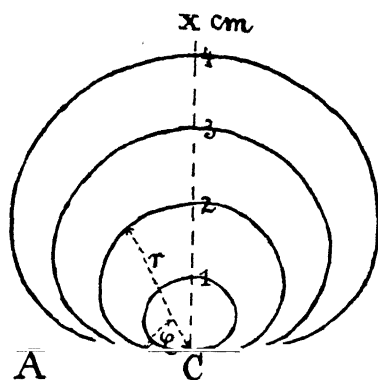
wie sich aus Fig. 61 ergiebt, je nach Grösse und Lage der Nadel, diese in sehr verschiedener Weise beeinflussen; von demselben Kreisstrom nämlich würde die Nadel 1 ein Drehungsmoment links herum erfahren, während dasjenige für die Nadel 2 gleich Null sein würde; für die Nadel 3 endlich ergiebt sich ein rechts drehendes Moment. Bezeichnet man daher die Länge der Nadel mit 2 (Fig. 62) und sind $M\,M'$ die derselben zugewendeten Grenzflächen der Spulen, so müssen die einfach schraffierten Teile des Wicklungsraumes entweder leer bleiben oder noch vorteilhafter mit Windungen von entgegengesetzter Richtung ausgefüllt werden (vgl. AYRTON, MATHER und SUMPNER a. a. O.).

Der Einfachheit wegen begrenzt man im übrigen den Wicklungsraum eines kreisförmigen Multiplikators meist rechteckig. Will man aber bei gegebenem Wicklungsraum mit einer bestimmten Drahtlänge eine möglichst grosse Wirkung erreichen, so hat man zu beachten, dass nach § 47 ein kreisförmiges Stück eines Stromleiters von der Länge l, dessen Elemente vom Punkte C (Fig. 63) den Abstand r besitzen, in diesem Punkte eine axiale Komponente der Feldintensität gleich

Fig. 63.

$l J \cdot \frac{\sin \varphi}{\ }$ oder, wenn man $\frac{\ }{\sin \varphi} = x^2$

setzt, gleich $\frac{l J}{x^2}$ liefert. Man wickelt deshalb am vorteilhaftesten so, dass für die einzelnen Lagen $x =$ const. wird, wobei die Begrenzungen der einzelnen Schichten durch Flächen gebildet werden, welche die in Fig. 63 dargestellten Kurven

$$r = x \sqrt{\sin \varphi}$$

bei der Rotation um die Achse $A\,A$ beschreiben (vgl. MAXWELL, Lehrb. u. s. w. Bd. II S. 453). — Um ferner einen möglichst günstigen Widerstand zu erhalten, muss man nach MAXWELL den Halbmesser ϱ des Drahtes mit wachsendem x ebenfalls zunehmen lassen, und zwar etwas langsamer, als x selbst, nach der Gleichung $\frac{x^2}{\varrho^3}(2\varrho + \delta) =$ const., wo δ die Dicke der Umspinnung bedeutet. — Nach diesen Grundsätzen sind die Spulen des in § 78 zu beschreibenden Galvanometers von DU BOIS und RUBENS hergestellt.

63. Beziehung zwischen J und $\tan \alpha$.

Beim gewöhnlichen Nadelgalvanometer wirkt dem Drehungsmoment des Stromes dasjenige der Horizontalkomponente des Erdmagnetismus entgegen. Bezeichnen wir letztere mit H und bedeutet Γ den Wert der Galvanometerfunktion für den Ablenkungswinkel α, so haben wir also als Bedingungsgleichung für das Gleichgewicht der Nadel:

$$\Gamma\, m\, J = H\, m \sin \alpha.$$

Hängt die Nadel, wie gewöhnlich, an einem Kokonfaden oder, wie neuerdings häufig, an einem BOYSschen Quarzfaden, so kommt rechts noch das Drehungsmoment der Torsion hinzu, welches $= \mathfrak{D}\,\alpha$ ist, wenn $\mathfrak{D}$ das sogenannte Torsionsmoment bedeutet.

Bei empfindlichen Galvanometern wendet man meist eine Methode zur Bestimmung von α an, die wir im nächsten Abschnitt genauer besprechen werden, die sogenannte Spiegelablesung, bei welcher der Ausschlagswinkel α immer nur klein sein muss und höchstens etwa 6^0 erreichen darf. In Bogenmass würde dann $\alpha = 0{\cdot}1047$ sein, während $\sin\alpha = 0{\cdot}1045$ ist, d. h. α ist für diesen Grenzwert nur etwa $^1/_{500}$ grösser als $\sin\alpha$. Man kann alsdann ohne merklichen Fehler setzen:

$$Hm \sin\alpha + \mathfrak{D}\,\alpha = Hm \sin\alpha \left(1 + \frac{\mathfrak{D}}{Hm}\right),$$

da man im höchsten Falle dabei $\frac{1}{500} \cdot \frac{\mathfrak{D}}{Hm}$ gegen $1 + \frac{\mathfrak{D}}{Hm}$ vernachlässigt, was um so mehr statthaft ist, da $\frac{\mathfrak{D}}{Hm}$ selbst nur ein kleiner Bruch ist. Man nennt diesen Quotienten das Torsionsverhältnis des Magnets und bezeichnet denselben in der Regel mit ϑ. — Sondern wir ferner von Γ noch den Faktor $\cos\alpha$ ab und setzen $\Gamma = \Gamma_\alpha \cos\alpha$, so erhalten wir schliesslich:

$$J = \frac{H}{\Gamma_\alpha}(1 + \vartheta)\tan\alpha.$$

Dabei kann Γ_α als Galvanometerfunktion im engeren Sinne bezeichnet werden.

Das Torsionsverhältnis ϑ kann man leicht bestimmen, wenn, wie in der Regel, das obere Ende des Fadens an einem geteilten Torsionskopf befestigt ist; man dreht letzteren um den bekannten Winkel φ, wobei sich die Stellung der Nadel um ε ändern mag. Alsdann ist:

$$\vartheta = \frac{\varepsilon}{\varphi - \varepsilon}.$$

Kann man φ am Torsionskopf nicht bestimmen, so macht man dasselbe, indem man die Magnetnadel einmal ganz herum dreht, $= 360^0$.[1])

64. Der Haupysche Kompensationsstab.

Umgekehrt ist:

$$\tan\alpha = \frac{\Gamma_\alpha}{H(1+\vartheta)}\,J,$$

d. h. man erhält durch denselben Strom einen um so grösseren Ausschlag, je grösser Γ_α, je kleiner $H(1 + \vartheta)$ ist. — Die Methoden zur Vergrösserung von Γ_α haben wir oben besprochen; die Formel für $\tan\alpha$ lehrt aber, dass wir die Empfindlichkeit auch durch Verkleinerung von H steigern können.

1) Sei anfangs bereits die Torsion φ_0 im Faden (d. h. würde ein die Nadel ersetzendes Messingstäbchen in der Gleichgewichtsstellung mit dem magnetischen Meridian den Winkel φ_0 bilden), und ist die Nadel infolgedessen bereits um ε_0 abgelenkt, so ist (Fig. 64) $Hm\sin\varepsilon_0 = \mathfrak{D}(\varphi_0 - \varepsilon_0)$. Durch Vergrösserung der Torsion um φ erhält man aber $Hm\sin(\varepsilon_0 + \varepsilon) = \mathfrak{D}(\varphi_0 + \varphi - [\varepsilon_0 + \varepsilon])$. Durch Subtraktion ergiebt sich hieraus:

$$Hm(\sin[\varepsilon_0 + \varepsilon] - \sin\varepsilon_0) = \mathfrak{D}(\varphi - \varepsilon),$$

oder, da wegen der Kleinheit der Winkel ε_0 und ε die Klammer links auf $\varepsilon\cos\varepsilon_0 \sim \varepsilon$ sich reduziert,

$$\frac{\mathfrak{D}}{Hm} = \vartheta = \frac{\varepsilon}{\varphi - \varepsilon}.$$

Dies kann aber nach HAUY geschehen, indem man vertikal über oder unter der Nadel, oder in derselben Horizontalebene vor oder hinter oder rechts oder links derselben einen Magnetstab befestigt, dessen Achse horizontal liegt und so gerichtet ist, dass das von ihm erzeugte magnetische Feld sich von H subtrahiert. Ist das magnetische Moment dieses Stabes M, der Abstand seines Mittelpunktes von demjenigen der Nadel A, so ist das daselbst von ihm erzeugte Feld, je nachdem der Nadelmittelpunkt auf der magnetischen Achse oder in der magnetischen Äquatorebene des Stabes liegt, angenähert dargestellt durch $\frac{2M}{A^3}$ bezw. $\frac{M}{A^3}$, so dass also in der Formel für $\tan\alpha$ an die Stelle von H die Differenz $H - \frac{2M}{A^3}$ bezw. $H - \frac{M}{A^3}$ tritt.

Diese Methode erfordert übrigens einen Beobachtungsort, der möglichst frei von Störungen durch Starkströme und andere magnetische Einflüsse ist, weil deren Wirkung um so stärker hervortritt und die Ruhelage der Nadel um so unsicherer macht, je schwächer das Feld ist, welches ihr die Richtung

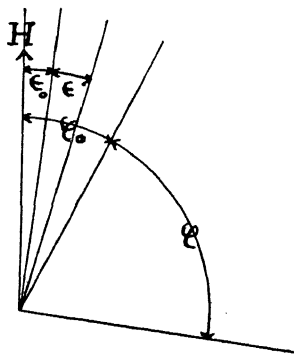
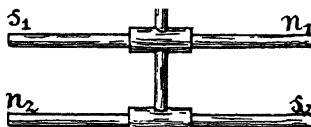



Fig. 64. Fig. 65.

erteilt. In elektrotechnischen Laboratorien dürfte daher der HAUYsche Stab bei ungeschützten Galvanometern kaum anwendbar sein.

65. Das astatische Magnetsystem. Ein anderes Hilfsmittel, die Empfindlichkeit eines Galvanometers zu steigern, ist die 1825 zuerst von NOBILI angewendete (für andere Zwecke bereits früher von AMPÈRE erfundene) astatische Doppelnadel. In ihrer ursprünglichen Form besteht diese aus zwei parallel übereinander an einem Messingstab befestigten Magnetnadeln $n_1\,s_1$ und $n_2\,s_2$ (Fig. 65), deren Achsen entgegengesetzt gerichtet sind, so dass das von der Horizontalkomponente des Erdmagnetismus auf dieses System ausgeübte Drehungsmoment den Wert $H\,(m_1 - m_2)$ besitzt, also um so geringer wird, je näher die magnetischen Momente der beiden Nadeln einander gleich werden; die Doppelnadel stellt sich dabei im Sinne der stärkeren der beiden Nadeln ein, als welche hier m_1 angenommen ist.

Man lässt nun entweder nur auf die eine Nadel, und zwar dann stets auf die schwächere $n_2\,s_2$, einen Multiplikator wirken und erhält alsdann, wenn Γ_α die Galvanometerfunktion desselben ist:

$$\tan\alpha = \frac{\Gamma\alpha}{H(1+\vartheta)} \cdot \frac{m_2}{m_1 - m_2}\,J;$$

oder man versieht, wie dies bei den neueren Galvanometern mit astatischem System meist geschieht, jede Nadel mit einem besonderen Multiplikator, und erhält, wenn Γ_α die Galvanometerfunktion für jeden einzelnen derselben darstellt,

$$\tan \alpha = \frac{\Gamma_\alpha}{H(1+\vartheta)} \frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} J.$$

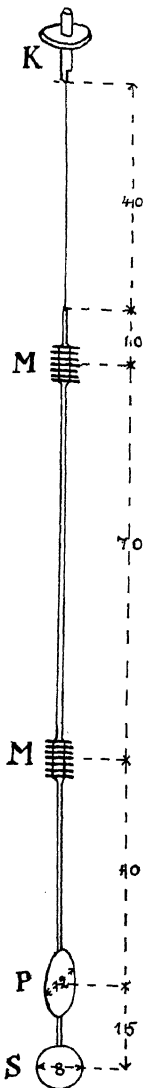
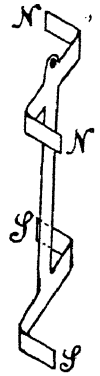
Man kann also durch Verminderung von $m_1 - m_2$ die Empfindlichkeit beliebig steigern. Zu beachten ist allerdings, dass dann auch der Wert des Torsionsverhältnisses ϑ anwächst, da jetzt $\vartheta = \frac{\mathfrak{D}}{H(m_1 - m_2)}$ wird. Für $m_1 = m_2$, d. h. für ein absolut astatisches System, würde das Drehungsmoment des Erdmagnetismus ganz verschwinden und nur dasjenige der Torsion übrig bleiben. Benutzt man alsdann Kokonfäden zur Aufhängung, so wird in diesem Falle die Einstellung der Nadel eine sehr unsichere, und das Galvanometer ist so nicht mehr zu gebrauchen.

Fig. 66.

Sowohl die Schwächung des Erdfeldes durch den Hauyschen Stab, als auch die Verminderung des Drehungsmomentes desselben durch Anwendung eines astatischen Magnetsystems, welche beide eine Steigerung der Empfindlichkeit eines Galvanometers bewirken, haben gleichzeitig eine Erhöhung der Schwingungsdauer T (= Dauer eines Hin- und Herganges oder einer Schwingungsperiode) der Nadel zur Folge; es ist nämlich:

$$' = 2\pi \sqrt{\frac{\mathfrak{T}}{(H - \mathfrak{H})\, m\, (1+\vartheta)}} \quad \text{bezw.} \quad 2\pi \sqrt{\frac{\mathfrak{T}}{H(m_1 - m_2)(1+\vartheta)}},$$

wo $\mathfrak{T}$ das Trägheitsmoment des Systems bedeutet (§ 72). Um also nicht eine grosse Empfindlichkeit mit einer übergrossen Schwingungsdauer ($T = 40$ Sek. dürfte wohl ungefähr die oberste Grenze der Brauchbarkeit darstellen) zu erkaufen, wird man bei astatischen Galvanometern für sehr hohe Empfindlichkeit Nadelsysteme von möglichst geringem Trägheitsmoment bei möglichst grossem magnetischem Moment anwenden müssen. Man hat deshalb an Stelle des in Fig. 65 abgebildeten bei modernen Galvanometern andere Magnetsysteme konstruiert, welche dieser Anforderung besser entsprechen. Das geringste Trägheitsmoment liefert die Anordnung von Lord Kelvin; ein astatisches System dieser Art zeigt Fig. 66; dasselbe ist in dem in § 78 zu beschreibenden Galvanometer von Rubens und du Bois angewendet (die eingeschriebenen Masse bedeuten mm). Die Magnete M bestehen aus je 2×7 Lamellen aus glashartem Wolframstahl und sind nach dem in der Anmerkung zu § 57 beschriebenen Verfahren von Barus und Strouhal künstlich gealtert. Die Lamellen sind etwas gekrümmt und paarweise beiderseits auf flach gehämmerte Stellen eines dünnen Aluminiumstäbchens aufgekittet, wobei also jedes Paar einen

Fig. 67.

)(-förmigen Doppelmagnet bildet; die Krümmung hat den Zweck, die gegenseitige entmagnetisierende Wirkung der Stäbchen möglichst zu vermindern. Die Lamellen sind 0·25 mm dick und 5 mm lang, und jedes System bildet ein Rechteck von 5×6 mm Seite. Am unteren Ende sitzt eine dünne Aluminiumscheibe P von 12 mm Durchmesser, welche zur Dämpfung dient, und darunter ist ein Spiegel S von 8 mm Durchmesser befestigt; die Ebene von P liegt gegen diejenige der Magnete und des Spiegels rechtwinklig, wodurch eine grössere Unempfindlichkeit gegen Erschütterungen erreicht wird. Der Spiegel wiegt allein 50 mg, das ganze System 300 mg. Bei einem leichteren System derselben Form hat der Spiegel nur 3 mm Durchmesser und wiegt 3 mg; die Magnetsysteme bestehen aus je 2×5 Lamellen von 0·15 mm Dicke und 2·5 mm Länge, und die Magnetsysteme bilden Rechtecke von 2·5×4 mm Seite; das leichte System wiegt im ganzen nur 60 mg. Zur Aufhängung dient ein 40 mm langer Quarzfaden, der an das Stäbchen K angekittet ist.

Ein ebenfalls sehr geringes Trägheitsmoment besitzt das bei dem Galvanometer Fig. 90 (§ 78) angewendete System, welches die Firma Hartmann & Braun zur Konstruktion empfindlicher astatischer Galvanometer benutzt. Dasselbe besteht aus zwei gleich langen, dünnen Lamellen, welche möglichst gleich stark magnetisiert und dann mit umgekehrter Richtung der Achsen in vertikaler Lage miteinander verbunden sind. Das Trägheitsmoment solcher Systeme lässt sich zwar nicht so weit verringern, wie bei der Lord Kelvinschen Form, dafür ist aber das magnetische Moment der Stäbe erheblich grösser und stabiler, als das der kurzen Stäbchen bei dem zuerst beschriebenen System.

Ein eigentümliches, astatisches System zeigt ferner Fig. 67; dasselbe wird von der Firma Dr. Edelmann in München beim sogenannten Rosenthalschen Mikrogalvanometer verwendet. Dieses System besteht aus einem ⊥-förmigen Stück Stahlblech; die Enden der Querarme sind in der aus der Figur ersichtlichen Weise rechtwinklig umgebogen. Das System ist so magnetisiert, dass die beiden oberen Hörner zwei Nordpole, die unteren zwei Südpole bilden.

Astatische Systeme lassen sich endlich auch durch die Verbindung zweier Glockenmagnete (§ 56) erhalten; ein solches ist in dem in § 78 beschriebenen Galvanometer von Siemens & Halske (Fig. 91) angewendet.

Nach dem, was wir oben über den Einfluss der Astasierung auf die Empfindlichkeit und auf die Schwingungsdauer eines Galvanometers kennen gelernt haben, ist auch die letztere bei der Beurteilung der Güte einer Galvanometerkonstruktion zu berücksichtigen, indem dasjenige Galvanometer von zwei sonst gleich empfindlichen und von gleichem Widerstand (§ 61) das bessere ist, welches die kürzere Schwingungsdauer besitzt. Ist nämlich die Schwingungsdauer eines Galvanometers T_1 und wird dieselbe durch Astasierung auf T_2 erhöht, so ist damit nach obigen Formeln eine Verminderung des Drehungsmomentes, welches dem Magnetsystem die Richtung erteilt, im Verhältnis $T_1^2 : T_2^2$ und damit eine Steigerung der Empfindlichkeit im umgekehrten Verhältnis verbunden. Um also die Empfindlichkeiten zweier Galvanometer miteinander vergleichen zu können, muss man dieselben auf gleiche Schwingungsdauer umrechnen. Als

normale Schwingungsdauer gilt $T = 10$ sec; die Umrechnung geschieht, indem man den Ausschlag, welchen $1\,\mu A$ erzeugt, mit $\frac{100}{T^2}$ multipliziert, wenn T die beobachtete Schwingungsdauer des magnetischen Systems ist.

10. Die Spiegelablesung.

66. Die Poggendorff-Gauss sche Spiegelablesung.

Man kann mit einem gegebenen Galvanometer um so schwächere Ströme wahrnehmen, je geringer die Drehungen des Magnetsystems sind, die sich eben noch wahrnehmen lassen. Das beste Hilfsmittel zur Beobachtung und Messung sehr geringer Drehungen bietet die von Poggendorff (1827) erfundene, von Gauss verbesserte Spiegelablesung, welche in zwei Formen, nämlich als subjektive und objektive, ausgeführt werden kann.

Bei der subjektiven Spiegelablesung, welche für genauere Messungen unbedingt den Vorzug verdient, wird mit der vertikalen Drehungsachse des magnetischen Systems ein ebener, möglichst leichter Spiegel verbunden, dessen Ebene der Drehungsachse parallel ist. In einem grösseren Abstand davon wird eine horizontale Millimeterskala $S_1 S_2$ (Fig. 68) so aufgestellt, dass sie, wenn der Magnet in seiner normalen Gleichgewichtslage sich befindet, der Spiegelebene parallel ist, und dass der Mittelpunkt der Teilung in derjenigen Vertikalebene liegt, welche die auf der Spiegelmitte errichtete Normale enthält. Unter(oder ober-)halb der Skala befindet sich ein um eine horizontale Achse drehbares astronomisches Fernrohr mit Fadenkreuz im Okular, dessen optische Achse auf der Skala rechtwinklig ist, wobei der Skalenmittelpunkt senkrecht über (oder unter) der Fernrohrachse liegt.

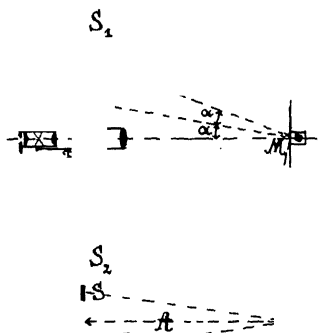



Fig. 68.

Alsdann erblickt man im Fernrohr, bei nicht abgelenktem Magnet, wenn man dasselbe auf den doppelten Abstand des mittelsten Skalenteils vom Spiegelmittelpunkt eingestellt hat, den mittleren Teil der Skala, und das Bild des mittelsten Teilstrichs deckt sich mit dem vertikalen Faden des Fadenkreuzes. Dreht sich nunmehr der Magnet und der damit verbundene Spiegel um den Winkel α, so deckt sich ein um s Skalenteile vom Mittelpunkt entfernter Teilstrich der Skala mit dem vertikalen Faden des Fadenkreuzes, und es besteht zufolge dem Gesetz für die Reflexion eines Lichtstrahls an einer ebenen Fläche die Beziehung (s. Fig. 68):

$$\tan 2\alpha = \frac{s}{A},$$

worin A den Abstand des Spiegelmittelpunktes von der Vertikalebene der Skala bedeutet, d. h. die Horizontalprojektion der Strecke SM. Da bei Anwendung der Spiegelablesung der Winkel α den Wert 6^0 selten überschreitet, so genügen für die Berechnung des Drehungswinkels α und seiner Funktionen folgende Näherungsformeln (Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik):

$$\alpha = \frac{s}{2A}\left(1 - \frac{1}{3}\frac{s^2}{A^2} + \frac{1}{5}\frac{s^4}{A^4}\right) = 57{\cdot}30^0 \cdot \frac{s}{2A}\left(1 - \frac{1}{3}\frac{s^2}{A^2} + \frac{1}{5}\frac{s^4}{A^4}\right),$$

$$\tan\alpha = \frac{s}{2A}\left(1 - \frac{1}{4}\frac{s^2}{A^2} + \frac{1}{8}\frac{s^4}{A^4}\right),$$

$$\sin\alpha = \frac{s}{2A}\left(1 - \frac{3}{8}\frac{s^2}{A^2} + \frac{31}{128}\frac{s^4}{A^4}\right),$$

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{s}{4A}\left(1 - \frac{11}{32}\frac{s^2}{A^2} + \frac{431}{2048}\frac{s^4}{A^4}\right).$$

Sollen also die Werte von α, $\tan\alpha$ u. s. w. selbst bestimmt werden, so muss A in Skalenteilen gemessen werden. Die genaue Bestimmung dieser Grösse ist ziemlich schwierig; gewöhnlich misst man mittels eines geeigneten Kontaktmassstabes mit mikrometrisch verstellbaren Endstücken, den man in einen passenden Halter einklemmt, die Länge SM und bestimmt ausserdem SO. Dann ist

$$A = \sqrt{SM^2 - \frac{SO^2}{4}}, \text{ d. h. angenähert } = SM\left(1 - \frac{1}{8}\frac{SO^2}{SM^2}\right),$$

da SO gegen SM klein ist. Man kann aber auch — und das empfiehlt sich namentlich bei grossen Skalenabständen immer — einen Massstab auf den horizontalen Fussboden legen und durch Senkel sowohl die Skalenebene als auch die Spiegelebene auf diesen herabloten, wodurch man A direkt findet. Statt der Spiegelebene selbst nimmt man übrigens vorteilhafter die Drehungsachse des Magnetsystems und bestimmt vorher den Abstand der Spiegelebene von letzterer, der meist nur wenige Millimeter beträgt, durch eine besondere Messung. Von dem so gemessenen Wert von A ist wegen der Brechung der Strahlen bei auf der Rückseite belegten Spiegeln, wenn der Brechungsindex des Glases rund $= 1{\cdot}5$ angenommen wird, noch etwa $^1/_3$ der Spiegeldicke abzuziehen; ebenso sind etwa im Wege der Lichtstrahlen befindliche Glasfenster nur mit $^2/_3$ ihrer wirklichen Dicke einzusetzen. — Diese Fenster müssen, worauf hier besonders hingewiesen sein mag, aus genau planparallelem Glas bestehen und dürfen, um störende Reflexe zu vermeiden, niemals der Spiegelebene parallel gestellt werden; dieselben bekommen deshalb eine Neigung gegen die Vertikalebene nach vorn oder nach hinten, so dass das von ihnen erzeugte Reflexbild der Skala nicht im Fernrohr gesehen werden kann.

Bei einem grössten Ablenkungswinkel von 6^0 ist $\frac{s}{A} = \tan 12^0 = 0{\cdot}2126$, somit $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}$ und $\frac{11}{32} \times \frac{s^2}{A^2}$ bezw. $= 0{\cdot}0151,\ 0{\cdot}0113,\ 0{\cdot}0169$ und $0{\cdot}0155$, ferner $\frac{1}{5}, \frac{1}{8}, \frac{31}{128}$ und $\frac{431}{2048} \times \frac{s^4}{A^4}$ bezw. $= 0{\cdot}00041,\ 0{\cdot}00026,\ 0{\cdot}00049$ und $0{\cdot}00043$; das zweite Korrektionsglied kann also bis zu Ausschlägen dieser Grösse (d. h. bis etwa 200 Skt. bei 1000 Skt. Skalenabstand) vernachlässigt werden, wenn eine Genauigkeit von $1^0/_{00}$ genügt.

Bei den meisten Anwendungen des Galvanometers mit Spiegelablesung, des sogenannten Spiegelgalvanometers, genügt es, den Skalen-

67. Normalempfindlichkeit eines Spiegelgalvanometers.

ausschlag s direkt als Mass der Stromstärke zu benutzen. Alsdann ist nach § 63:

$$\tan \alpha = \frac{s}{2A}\left(1 - \frac{1}{4}\frac{s^2}{A^2} + \frac{1}{8}\frac{s^4}{A^4}\right) = \frac{\Gamma \alpha}{H(1+\vartheta)} J,$$

oder:

$$s = \frac{2 A \Gamma_s}{H(1+\vartheta)} J,$$

wenn $\frac{\Gamma \alpha}{1 - \frac{1}{4}\frac{s^2}{A^2} + \frac{1}{8}\frac{s^4}{A^4}} = \Gamma_s$ gesetzt wird.

Bei einem Spiegelgalvanometer ist also die Empfindlichkeit, welche hier durch den Skalenausschlag gemessen wird, den ein Strom von $1 \mu A$ erzeugt, dem Skalenabstand A proportional. Will man somit die Empfindlichkeiten zweier Spiegelgalvanometer vergleichen, so hat man dieselben für den gleichen Skalenabstand anzugeben. Als normaler Skalenabstand werden 1000 Skalenteile genommen, so dass man die Normalempfindlichkeit eines Galvanometers erhält, wenn man den durch $1 \mu A$ erzeugten Skalenausschlag S zunächst durch Multiplikation mit $\frac{1000}{A}$ auf den normalen Skalenabstand reduziert, ein Verfahren, das man natürlich auch bei Zeigergalvanometern anwenden kann. Alsdann hat man durch Multiplikation mit $\frac{100}{T^2}$ auf die normale Schwingungsdauer 10 sec zu reduzieren (§ 65), endlich durch Division mit $\sqrt{r}$ auf den Multiplikatorwiderstand 1Ω (§ 61). Die Normalempfindlichkeit $\mathfrak{S}_s$ eines Spiegelgalvanometers ist also der Skalenausschlag, welchen $1 \mu A$ bei 1000 Skalenteilen Skalenabstand erzeugen würde, wenn das Magnetsystem 10 sec Schwingungsdauer und der Multiplikator 1 Ohm Widerstand besässe.[1]) Diese Grösse $\mathfrak{S}_s$ liefert alsdann ein sicheres Mass für die Güte der Konstruktion eines bestimmten Galvanometertypus.

68. Der Spiegel und seine Befestigung.

Die Spiegel bestehen meist aus kreisrunden oder quadratischen, planparallelen Glasplatten, welche auf der Rückseite versilbert sind. Die Glasdicke variiert von einigen Zehntelmillimetern bis etwa 1·5 mm, der Durchmesser zwischen etwa 3 und 30 mm. Bei dickeren Spiegeln kann man die Silberschicht durch einen Lacküberzug schützen, bei dünnen unterlässt man dies besser, da sich durch die Lackschicht der Spiegel leicht verzieht und dann schlechte Bilder giebt.

Die Verbindung des Spiegels mit dem Magnetsystem ist am einfachsten beim Galvanometer von Lord Kelvin, bei welchem die kurzen, dünnen Magnete direkt auf die Rückseite des Spiegels aufgekittet sind (Fig. 69). Der Aufhängefaden ist entweder darunter aufgeklebt, was aber den Ersatz eines abgerissenen Fadens sehr erschwert. Deshalb empfiehlt es sich, unter den Magneten eine Öse aus dünnem Aluminiumdraht, dessen Enden man flachgewalzt hat, auf den Spiegel aufzukitten, wie aus Fig. 69 zu ersehen ist. — Fig. 70 zeigt eine von Edelmann verwendete Verbindungsweise. Hierbei ist der Spiegel an drei Stellen durchbohrt; mit der obersten Durchbohrung hängt er an einem, am Aufhängefaden befestigten Drahthäkchen,

1) Vgl. du Bois und Rubens, Drudes Ann. Bd. 2 S. 91.

während in die unteren beiden Löcher das zu diesem Zwecke flachgewalzte und gabelförmig gespaltene Ende des Aluminiumstäbchens eingehakt ist, welches den (in der Figur ringförmigen) Magnet trägt. — Bei der Lord KELVINschen Form muss das Fernrohr entweder in der Richtung senkrecht gegen den magnetischen Meridian des Beobachtungsortes aufgestellt werden, oder man muss dem Magnetsystem durch einen HAUYschen Stab (Richtmagnet) die passende Richtung geben, wenn etwa diese Fernrohraufstellung unmöglich sein sollte. Bei der EDELMANNschen Anordnung ist eine Drehung der Spiegelebene gegen die magnetische Achse möglich, da das Tragstäbchen konisch in den Magnet eingesetzt ist; eine Veränderung der gegenseitigen Lage beider ist aber ziemlich umständlich. Soll sich die Lage des Spiegels rasch ändern lassen, so empfiehlt sich die in Fig. 71 dargestellte Fassung. Dieselbe ist der Leichtigkeit wegen aus Aluminium hergestellt und besteht aus einem würfelförmigen Klötzchen, welches in der Mitte eine der Dicke des Aufhängestäbchens entsprechende Durchbohrung besitzt. Auf der Rückseite ist eine dünne Messingfeder aufgenietet, deren Enden sich an das Stäbchen anlegen und so eine genügende Reibung erzeugen. Auf der Vorderseite ist ein T-förmiger Halter aus dünnem Aluminiumblech aufgenietet, in welchen der Spiegel (in der Figur punktiert) eingehängt wird. Bei schwereren Spiegeln ist nach rückwärts in den Klotz noch eine Schraubenspindel eingeschraubt, auf welcher ein passendes Gegengewicht sich verschieben lässt. Die ganze Vorrichtung lässt sich leicht auf- und abwärts schieben und beliebig drehen.

Fig. 69. Fig. 71. Fig. 70.

69. Die Skalen.

Die Skalen bestehen am einfachsten aus gut ausgetrockneten, astfreien Stäben aus Tannenholz, die auf beiden Seiten mit gutem Zeichenpapier beleimt werden; die eine Seite erhält auf der Teilmaschine eine Millimeterteilung. Gegen das Schmutzigwerden kann man diese Skalen schützen, indem man sie mit Kollodium überzieht. — Neuerdings findet man auch vielfach Skalen aus Celluloid. Diese lassen sich namentlich leicht kreisförmig biegen; macht man dabei den Kreisradius gleich dem Skalenabstand, so sind die Skalenausschläge ohne weiteres dem Ablenkungswinkel proportional. — Am teuersten, aber auch am besten sind die auf geschliffene Milchglasplatten geteilten Skalen, wie sie die Firma HARTMANN & BRAUN in vorzüglicher Ausführung liefert. — Die Ziffern müssen, damit sie im Fernrohr aufrecht und richtig erscheinen, in umgekehrter Spiegelschrift geschrieben sein (Fig. 72). Dabei bezeichnet man entweder den mittelsten Teilstrich mit 0 und numeriert fortlaufend

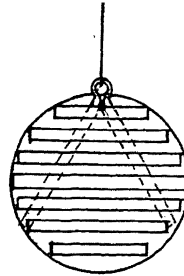
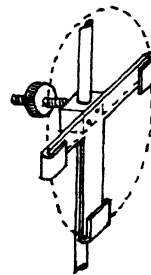
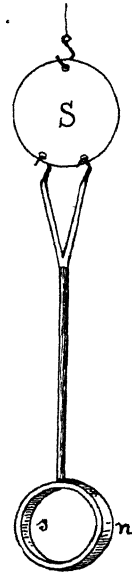



Fig. 72.

nach rechts und links, wobei man zweckmässig den Ziffern (nicht auch den Teilstrichen!) der einen Seite eine rote Färbung giebt; oder man numeriert die ganze Skala fortlaufend vom linken Ende aus.

70. Einrichtung der Skalenfernrohre.

Fig. 73.

Das Fernrohr erhält eine auf der optischen Achse genau rechtwinklige Drehungsachse, deren Zapfen so gelagert sein müssen, dass sie sich horizontal stellen lässt. Die Skala muss sich genau rechtwinklig zur Fernrohrachse und so befestigen lassen, dass der (meist verlängerte) mittelste Teilstrich in einer Ebene liegt, welche durch die Fernrohrachse hindurchgeht und auf der horizontalen Drehungsachse des Fernrohrs rechtwinklig ist. Zur Einstellung auf den mittleren Teilstrich und zu einer etwa notwendig werdenden Korrektion derselben während der Messungen ist es bequem, wenn das Fernrohr mit der Skala (nicht, wie bei manchen, als fehlerhaft zu bezeichnenden Konstruktionen, ohne dieselbe) sich mikrometrisch um eine vertikale Achse drehen lässt. Diesen Anforderungen entspricht in sehr vollkommener Weise das in Fig. 73 abgebildete Skalenfernrohr von Hartmann & Braun. Als Träger für das ganze System dient ein Messingdreifuss mit Fussschrauben, um die der Skala parallele Drehungsachse des Fernrohrs genau horizontal richten zu können. Fernrohr und Skala lassen sich

der bequemeren Einstellung wegen mittels Zahnstange und Trieb etwa 70 mm in vertikaler Richtung verschieben. Beide sind gemeinsam um die vertikale, das Fernrohr allein auch um die horizontale Achse mikrometrisch drehbar. Die Skala ist durch ein Gegengewicht ausbalanciert.

Für die meisten Zwecke genügen auch einfachere und billigere Einrichtungen, wie z. B. die in Fig. 74 dargestellte, bei welcher nur noch die Drehung um die Vertikalachse durch Mikrometerschraube bewirkt wird.

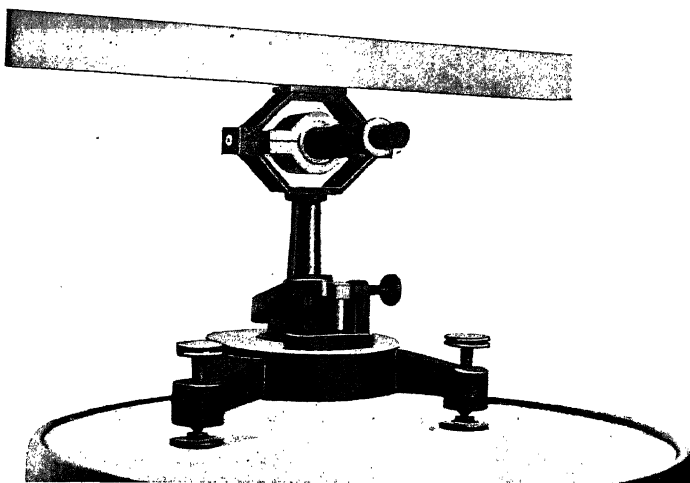
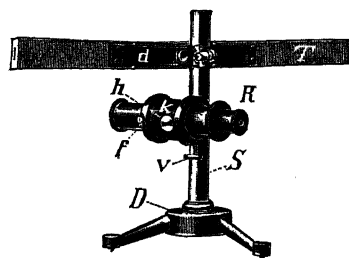



Fig. 74.

Eine neue Form der Skalenablesung, welche bei billigem Preis sich durch grosse Helligkeit der Bilder und grosses Gesichtsfeld auszeichnen soll, ist der EDELMANNsche Skalenkollimator (Fig. 75). Derselbe besteht aus einem im Rohr *R* sitzenden Okular von grossem Durchmesser, vor welchem in dem ausziehbarem Rohrteil *f* ein Fadenkreuz angebracht ist. Die ebenfalls verschiebbare Blende am vorderen Ende von *R* wird so eingestellt, dass man die ganze Skala übersieht. Letztere ist an der vertikalen, vom Dreifuss *D* getragenen Säule *S* befestigt, welche mittels des Ringes *k* auch den Kollimator trägt. Das Rohr *R* ist um eine von zwei Spitzenschrauben gebildete horizontale Achse drehbar; diese Drehung wird durch die vertikale Korrektionsschraube *v* bewirkt. Vor dem Spiegel sitzt im Spiegelgehäuse an Stelle des Planglases eine Linse von passender Brennweite (50, 100 oder 200 cm), welche sich mit dem Kollimatorokular zu einem astronomischen Fernrohr ergänzt.

Fig. 75.

Eine für transportable Galvanometer sehr kompendiöse Form der Spiegelablesung ist die der soeben beschriebenen nahe verwandte Okularskalenablesung von WEINHOLD (ETZ 1885, S. 513). Das Okular des Fernrohrs enthält eine horizontale Okularskala *AB* (Fig. 76), deren mittelster Teilstrich verlängert ist. Die Verlängerung ist von einem total reflektierenden Prisma bedeckt und wird durch

mittels des Beleuchtungsspiegels C darauf geworfenes Licht gut beleuchtet. Diese Skala befindet sich genau in der Brennweite des Objektivs M, durch welches das vom mittelsten Strich der Skala ausgehende Lichtbündel parallel gemacht wird. Nach der Reflexion am Spiegel S geht dieses Licht abermals durch die Linse M und wird von ihr auf der Skala AB zu einem reellen Bilde vereinigt, welches man durch die Okularlupe gleichzeitig mit den übrigen Teilstrichen der Okularskala deutlich sieht, und welches sich bei Drehungen des Spiegels um die vertikale Achse über diese Skala hin bewegt.

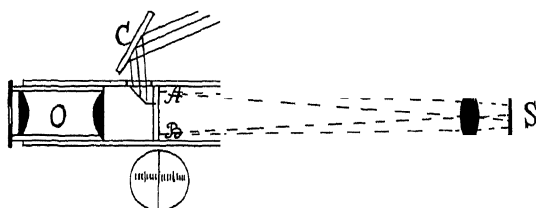



Fig. 76.

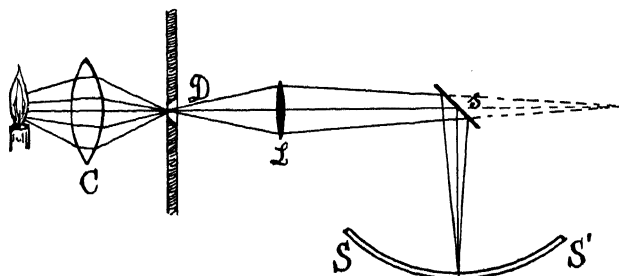



Fig. 77.

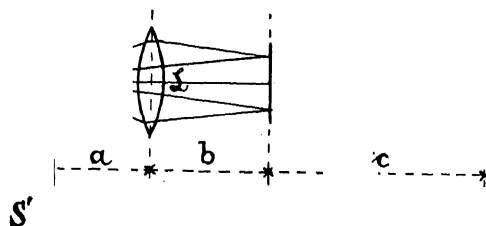



Fig. 78.

Mit dieser Ablesung ist das in § 78 beschriebene Galvanometer (Fig. 89) ausgestattet.

71. Die objektive Spiegelablesung. Bei der objektiven Spiegelablesung ist, wie beim Skalenkollimator, vor dem Spiegel ebenfalls eine Linse aufgestellt, und vor derselben, etwas weiter als ihre Brennweite beträgt, von ihr entfernt, steht ein stark beleuchteter, vertikaler Spalt mit einem seine Mitte durchsetzenden, ausgespannten Draht, oder auch der vertikale Faden einer Glühlampe. An passender Stelle ist die gerade oder auch kreisförmig gebogene Skala befestigt, auf welcher, nach der Reflexion der von der Linse kommenden Lichtstrahlen am Spiegel, das Bild des beleuchteten Diaphragmas oder Glühlampenfadens entsteht, in der Weise, wie dies schematisch in Fig. 77 dargestellt ist

(hierin bedeutet C eine das Licht der Lichtquelle auf dem Diaphragma D konzentrierende, sogenannte Kondensorlinse, L die Objektivlinse, s den Spiegel und SS' die Skala); bei gekrümmter Skala muss natürlich der Krümmungsmittelpunkt der letzteren auf die Drehachse des Spiegels fallen. — Oft verbindet man Spalt und Skala zu einem Apparat, entsprechend Fig. 78, wobei beide in einer und derselben Vertikalebene liegen. Damit das reelle Bild des Spaltes auf der Skala entsteht, müssen dann die Abstände a, b und c so gewählt werden, dass

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c} = \frac{1}{f} \text{ und } a + b = c$$

ist, wenn wir mit f die Brennweite der Linse bezeichnen. a muss dabei zwischen f und $2f$ gewählt werden; für $a = f$ würde $b + c = \infty$, d. h. ohne nochmaligen Durchgang durch eine Linse würde man dann auf SS' überhaupt kein Bild erhalten; $a = 2f$ würde erfordern, dass $b = 0$ ist, was mechanisch nicht ausführbar sein würde. Bei dieser Ausführungsweise kann man auch die Linse weglassen und statt eines ebenen einen Hohlspiegel bei s verwenden; dann kann man aber nur einen einzigen Skalenabstand benutzen, indem derselbe gleich dem Krümmungsradius des Spiegels sein muss.

Zweckmässige Kombinationen von Skala, Diaphragma und Beleuchtungslampe oder sogenannte Skalenlaternen liefern die Firmen Dr. Edelmann und Hartmann & Braun. Eine der zweckmässigsten der gegenwärtig existierenden ist die neue vertikale Ablesevorrichtung der Firma Siemens & Halske, deren Einrichtung schematisch in Fig. 79 dargestellt ist. Auf einem etwa 65 cm oberhalb der Tischplatte T befestigten Konsol steht als Lichtquelle L eine Glühlampe mit vertikalem, geradem Faden; zum genaueren Einstellen sitzt die Fassung derselben in einem Kugelgelenk. 120 cm über dem ersten ist ein zweites Konsol mit Schieferplatte befestigt, auf welcher das Galvanometer mit dem Hohlspiegel S (von 150 cm Krümmungsradius) aufgestellt ist. Das Bild des Lampenfadens wird von dem total reflektierenden Prisma P_1 auf ein ebensolches P_2 geworfen, gelangt von diesem auf den Spiegel S und durch P_2 zurück nach dem schrägen, ebenen Spiegelstreifen B, von welchem es auf die durchscheinende Skala A geworfen wird. B und A sitzen mittels einer Messingstange am unteren Konsol und lassen sich durch Heben oder Senken so einstellen, dass das Bild des Lichtfadens auf der Skala hell und scharf begrenzt erscheint. Eine besondere Verdunkelung des Zimmers ist bei diesem Apparat nicht erforderlich.

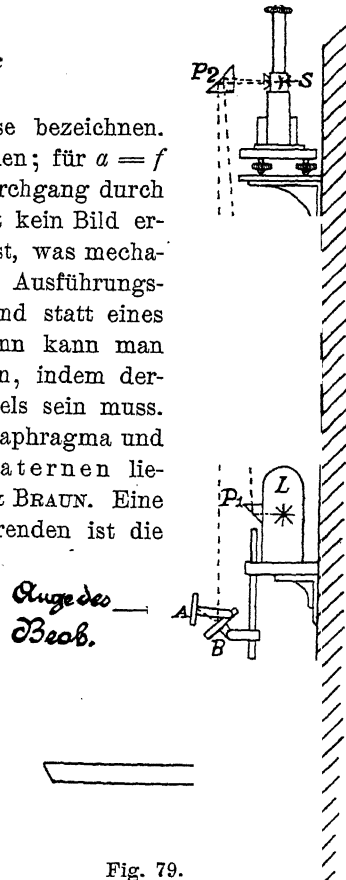



Fig. 79.

II. Die Dämpfung der Schwingungen.

72. Die Schwingungsbewegung ohne und mit Dämpfung.

Eine in einem homogenen, magnetischen Felde von der Stärke $\mathfrak{H}$ um eine zur Richtung des Feldes rechtwinklige Achse völlig frei drehbare Magnetnadel vom magnetischen Moment m vollführt um diese Achse, wenn sie aus

ihrer Gleichgewichtslage herausgedreht und alsdann sich selbst überlassen wird, Pendelschwingungen. Die Bewegung vollzieht sich entsprechend der Differentialgleichung:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{m\mathfrak{H}}{\mathfrak{T}} \sin\varphi \quad 0,$$

worin φ den Drehungswinkel der magnetischen Achse der Nadel gegen die Feldrichtung (Gleichgewichtsstellung), $\mathfrak{T}$ das Trägheitsmoment der Nadel bedeutet.

Wird die Nadel ursprünglich um den beliebig grossen Winkel Φ abgelenkt, so wird φ als Funktion von t durch eine elliptische Funktion dargestellt, und zwar ist:

$$\sin\frac{\varphi}{\,} \quad \sin\frac{\Phi}{2} \sin \operatorname{am} t \sqrt{\frac{m\mathfrak{H}}{\mathfrak{T}}}.$$

Der Winkel Φ ist die Schwingungsweite oder Amplitude. Die Dauer einer vollen Periode oder eines Hin- und Herganges der Nadel ist dargestellt durch:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\mathfrak{T}}{m\mathfrak{H}}} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2\frac{\Phi}{2} + \left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^2 \sin^4\frac{\Phi}{2} + \cdots\right].$$

Ist Φ ein sehr kleiner Winkel, ein Fall, der bei Spiegelgalvanometern stets sehr nahe vorliegt, so kann man in der Differentialgleichung an Stelle von $\sin\varphi$ den Winkel φ selbst setzen und erhält alsdann

$$\varphi = \Phi \sin t \quad \frac{m\mathfrak{H}}{\mathfrak{T}}.$$

d. h. der Magnet vollführt einfache Sinusschwingungen (harmonische Schwingungen). Die Dauer der vollen Schwingungsperiode ist alsdann genau:

$$T = 2\pi$$

Streng genommen gelten diese einfachen Beziehungen nur, wenn Φ unendlich klein ist. Da aber diese Bedingung auch bei der Spiegelablesung nur angenähert erfüllt ist, so ist die wirklich beobachtete Schwingungsdauer

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{\mathfrak{T}}{m\mathfrak{H}}} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2\frac{\Phi}{2}\right],$$

da man bei der Kleinheit von $\sin\frac{\Phi}{2}$ die höheren Glieder der Reihe vernachlässigen kann, während die Dauer unendlich kleiner Schwingungen

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\mathfrak{T}}{m\mathfrak{H}}}$$

sein würde. Man hat demnach angenähert:

$$T = T'\left(1 - \frac{1}{2}\sin^2\frac{\Phi}{2}\right)$$

und nennt T die reduzierte Schwingungsdauer. Die Bedeutung dieser Grösse für das Galvanometer ist bereits in § 65 besprochen worden.

Eine Galvanometernadel würde somit bei jeder Ablenkung aus der normalen Gleichgewichtslage, z. B. durch einen elektrischen Strom, um die neue Gleichgewichtslage Schwingungen ausführen, dieselbe aber niemals erreichen, ein Umstand, durch welchen ihre genaue Feststellung sehr erschwert werden würde. Soll die Ablesung der neuen Einstellung präzis erfolgen, so muss dabei die Nadel in Ruhe sein, d. h. es muss dafür gesorgt sein, dass durch geeignete Widerstandskräfte die der Nadel ursprünglich erteilte Bewegungsenergie nach möglichst kurzer Zeit so weit aufgezehrt ist, dass die Nadel bei der Ablesung keine sichtbaren Bewegungen mehr ausführt, oder die Schwingungen müssen mehr oder weniger stark gedämpft sein.

Bei den langsamen Bewegungen einer schwingenden Magnetnadel kann man stets annehmen, dass das Drehungsmoment der dämpfend wirkenden Bewegungswiderstände der Winkelgeschwindigkeit $\frac{d\varphi}{dt}$ proportional ist. Bezeichnen wir daher das Drehungsmoment der dämpfenden Kräfte bei der Winkelgeschwindigkeit $\frac{d\varphi}{dt} = 1\ S^{-1}$ mit K, so lautet die Differentialgleichung der Bewegung der so gedämpften Nadel:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{K}{\mathfrak{T}}\frac{d\varphi}{dt} + \frac{m\mathfrak{H}}{\mathfrak{T}}\sin\varphi = 0.$$

Ist der Winkel φ klein genug, dass wir statt $\sin\varphi$ den Winkel φ selbst setzen können, so verwandelt sich diese Differentialgleichung in die einfachere:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{K}{\mathfrak{T}}\frac{d\varphi}{dt} + \frac{m\mathfrak{H}}{\mathfrak{T}}\varphi = 0,$$

wobei bei an Fäden hängenden Nadeln zu $m\mathfrak{H}$ noch der Faktor $(1 + \vartheta)$ tritt, während bei astasierten Nadeln $m_1 - m_2$ an Stelle von m zu setzen ist (§§ 63 u. 65). Die vollständige Lösung dieser letzteren Differentialgleichung lautet:

$$\varphi = e^{-\frac{K}{2\mathfrak{T}}t}\left(c_1\, e^{t\sqrt{\frac{K^2}{4\mathfrak{T}^2} - \frac{m\mathfrak{H}}{\mathfrak{T}}}} + c_2\, e^{-t\sqrt{\frac{K^2}{4\mathfrak{T}^2} - \frac{m\mathfrak{H}}{\mathfrak{T}}}}\right),$$

worin e die Basis der natürlichen Logarithmen ist.

Ist nun der Radikand

$$R^2 = \frac{K^2}{4\mathfrak{T}^2} - \frac{m\mathfrak{H}}{\mathfrak{T}} \geqq 0,$$

d. h. ist $K \geqq 2\sqrt{m\mathfrak{H}\mathfrak{T}}$, so besitzt φ die Form:

$$\varphi = c_1\, e^{-a_1 t} + c_2\, e^{-a_2 t};$$

die Nadel vollführt alsdann keine Schwingungen mehr oder sie bewegt sich aperiodisch.

Der Grenzfall der aperiodischen Bewegung wird erreicht, wenn $R = 0$, $a_1 = a_2 = \frac{K}{2\mathfrak{T}}$ wird; wäre die Nadel zur Zeit $t = 0$ um den Winkel abgelenkt und würde alsdann sich selbst überlassen, so würde, da jetzt $c_1 + c_2 = \Phi$ sein muss, die Bewegung nach dem Gesetz erfolgen:

$$\varphi = \Phi\, e^{-\frac{K}{2\mathfrak{T}}t}.$$

Es würde also die Ruhelage $\varphi = 0$ erst nach unendlich langer Zeit erreicht werden. Praktisch wird jedoch für den Beobachter dieselbe dann erreicht sein, wenn er den Unterschied zwischen der momentanen Stellung der Nadel und ihrer definitiven Ruhelage nicht mehr wahrzunehmen vermag, also wenn z. B. $\varphi \leq \frac{1}{20}$ Skalenteil geworden ist. Dies kann unter Umständen sehr rasch geschehen, wie aus folgenden Beispielen zu ersehen ist.

1. Beispiel. Ein zylindrischer Magnetstab von 10 cm Länge und 0·7 cm Durchmesser besitze das magnetische Moment $m = 1000\ C^{\frac{5}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}$. Sein Trägheitsmoment samt demjenigen der Aufhängevorrichtung und des Spiegels sei $\mathfrak{T} = 250\ C^2 G$. Derselbe bewege sich unter dem Einfluss der Horizontalkomponente des Erdmagnetismus und es sei $H = 0{\cdot}195\ C^{-\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}$. Dann wird die aperiodische Bewegung eben erreicht, wenn

$$K = 2\sqrt{1000 \cdot 0{\cdot}195 \cdot 250} = 442\ C^2 G S^{-1},$$

also

$$\frac{K}{2\mathfrak{T}} = 0{\cdot}884\ S^{-1} \text{ wird.}$$

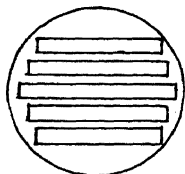



Fig. 80.

Ist nun der ursprüngliche Ausschlag $\Phi = 200$ Skalenteile und soll derselbe sich bis auf $\frac{1}{20}$ Skalenteil vermindern, so muss:

$$e^{-0{\cdot}884\,t} = \frac{1}{4000}$$

sein, woraus $t = 9{\cdot}4$ sec sich ergiebt.

2. Beispiel. Ein Spiegel von 1·1 cm Durchmesser und 0·03 cm Dicke sei auf der Rückseite mit fünf Magnetstäbchen beklebt (Fig. 80), jedes von 0·1 cm Breite und 0·02 cm Dicke, von denen eines 1 cm, je zwei 0·9 und 0·8 cm lang sind. Das magnetische Moment dieses Systems sei $m = 2{\cdot}64\ C^{\frac{5}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}$; das Trägheitsmoment ist $\mathfrak{T} = 0{\cdot}01\ C^2 G$, und es sei wiederum $H = 0{\cdot}195\ C^{-\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}$. Alsdann muss für die Grenze der aperiodischen Bewegung

$$K = 2\sqrt{2{\cdot}64 \cdot 0{\cdot}195 \cdot 0{\cdot}01} = 0{\cdot}1437\ C^2 G S^{-}$$

also

$$\frac{K}{2\mathfrak{T}} = 7{\cdot}175\ S^{-1} \text{ sein.}$$

Aus der Gleichung:

$$e^{-7{\cdot}175\,t} = \frac{1}{4000}$$

folgt aber $t = 1{\cdot}157$ sec.

Da ganz allgemein für den Grenzfall der aperiodischen Bewegung

$$K \qquad 2\pi$$

ist, wo T die Schwingungsdauer des nicht gedämpften Systems bedeutet, so bestimmt sich die Zeit, innerhalb deren sich ein Ausschlag auf den 4000. Teil seines Anfangswertes vermindert, für diesen Wert von K aus der Gleichung:

$$e^{-\frac{2\pi}{T}t} \qquad \frac{1}{4000},$$

woraus z. B. für $T = 20$ sec t 26·4 sec, für $T = 40$ sec aber bereits $t = 52{\cdot}8$ sec folgen würde.

Im letzten Falle würde die Einstellung bereits so langsam erfolgen, dass das Instrument für Messungen unbrauchbar wäre. Letzteres kann aber auch bei sonst rasch schwingenden Systemen eintreten, wenn K und damit $\frac{K}{2\,T}$ wesentlich g r ö s s e r gemacht wird, als zur Erreichung der aperiodischen Bewegung eben ausreichen würde. Um dies einzusehen, greifen wir wieder auf die ursprüngliche Gleichung der aperiodischen Bewegung zurück, welche wir in der Form schreiben:

$$\varphi = c_1\, e^{-t\left(\frac{K}{2\mathfrak{T}} - R\right)} + c_2\, e^{-t\left(\frac{K}{2\mathfrak{T}} + R\right)}.$$

Soll wiederum für $t = 0$ $\varphi = \Phi$ sein, so folgt daraus

$$c_1 + c_2 \quad \Phi.$$

Soll ausserdem zur Zeit $t = 0$ der Stab in Ruhe sein, d. h. $\frac{d\varphi}{dt} = 0$, so folgt für die Konstanten c_1 und c_2 als zweite Gleichung:

$$c_2 = \frac{-}{R} \cdot \frac{K}{2\mathfrak{T}}\,\Phi.$$

Aus beiden Gleichungen erhält man:

$$c_1 = \frac{\Phi}{2} \cdot \frac{\frac{K}{2\mathfrak{T}} + R}{R} \quad \text{und} \quad c_2 = -\frac{\Phi}{2} \cdot \frac{\frac{K}{2\mathfrak{T}} - R}{R}.$$

Wenn nun $\frac{K^2}{4\,\mathfrak{T}^2}$ sehr viel grösser gemacht wird, als $\frac{m\,\mathfrak{H}}{\mathfrak{T}}$, d. h. als der zur Erreichung der aperiodischen Bewegung eben notwendige Wert, so wird

$$R \quad \frac{K}{2\,\mathfrak{T}}\,(1 - \delta), \text{ wo } \delta = \frac{1}{2}\,\frac{m\,\mathfrak{H}}{\mathfrak{T}} : \frac{K^2}{4\,\mathfrak{T}^2}$$

ein kleiner Bruch ist, und wir können alsdann setzen:

$$\varphi = \Phi\left\{\frac{1 - \frac{\delta}{2}}{1 - \delta}\, e^{-\frac{K}{2\mathfrak{T}}\delta t} - \frac{\frac{\delta}{2}}{1 - \delta}\, e^{-\frac{K}{2\mathfrak{T}}(2 - \delta)\,t}\right\}$$

Da bei kleinem δ das zweite Glied schon nach kurzer Zeit von 0 nicht mehr merklich verschieden ist, kommt es nur noch auf das Verhalten des ersten Gliedes an, und da $\frac{1 - \frac{\delta}{2}}{1 - \delta} \sim 1$ ist, so muss jetzt

$$e^{-\frac{K}{2\mathfrak{T}}\delta t} = \tfrac{1}{4000}$$

werden. Würden wir also im zweiten Beispiel $\frac{K}{2\,\mathfrak{T}} = 71{\cdot}75$ machen, also 10mal so gross als nötig, so wäre $\delta = \frac{1}{200}$, d. h. es wäre jetzt $\frac{K}{2\,\mathfrak{T}}\,\delta$ nur der zwanzigste Teil des vorherigen Wertes von $\frac{K}{2\,\mathfrak{T}}$, d. h. es wird jetzt die Zeit t, innerhalb deren der Ausschlag Φ auf den 4000. Teil herabgeht, 20mal so gross sein müssen, wie im Beispiel 2, d. h. $t = 23{\cdot}14$ sec. Würden wir $\frac{K}{2\,\mathfrak{T}} = 143{\cdot}5$, d. h. 20mal so gross machen als nötig, so wäre $\delta = \frac{1}{800}$, und t

würde 40 mal so gross werden müssen, wie im Beispiel 2, d. h. $t = 46{\cdot}28$ sec. Im letzteren Falle würde die Einstellung für Messungen bereits viel zu langsam erfolgen, die Nadel würde eine Eigenschaft besitzen, die man als „Kriechen“ zu bezeichnen pflegt, und die sie zur Verwendung für galvanometrische Zwecke ungeeignet macht. Um somit brauchbare Galvanometer zu erhalten, darf man sehr langsam schwingende Nadeln überhaupt nicht so weit dämpfen, dass sie aperiodisch sich bewegen, während man bei rascher schwingenden Nadeln mit der Dämpfung nicht unnötig weit über das notwendige Mass hinausgehen soll.

Wenn der Radikand negativ wird, d. h. wenn $\frac{K^2}{4\mathfrak{T}^2} < \frac{\mathfrak{H}\, m}{\mathfrak{T}}$ ist, so setzen wir

$$\sqrt{-\left(\frac{\mathfrak{H}\, m}{\mathfrak{T}} - \frac{K^2}{4\mathfrak{T}^2}\right)} = i\,R, \text{ wo } i = \sqrt{-1} \text{ ist,}$$

und erhalten

$$\varphi = e^{-\frac{K}{2\mathfrak{T}}t}\left(c_1\, e^{iRt} + c_2\, e^{-iRt}\right).$$

Soll zur Zeit $t = 0$ der Magnet in der Ruhelage, d. h. $\varphi = 0$ sein, so muss $c_1 = -c_2 = c$ werden. Setzen wir demnach c als Faktor heraus und dividieren und multiplizieren mit $2i$, so wird:

$$\varphi = 2ic\,e^{-\frac{K}{2\mathfrak{T}}t}\,\frac{e^{iRt} - e^{-iRt}}{2i} = \Phi\, e^{-\frac{K}{2\mathfrak{T}}t} \sin Rt,$$

wenn wir $2ic = \Phi$ setzen, d. h. wir erhalten Sinusschwingungen mit abnehmender Amplitude oder gedämpfte Sinusschwingungen. Φ würde die Schwingungsweite sein, wenn die Dämpfung beseitigt würde. Die genauere Besprechung der Gesetze dieser Schwingungen wird später beim ballistischen Galvanometer erfolgen (Bd. II, Abt. 6). Wenn $Rt = 2\pi$ wird, so hat der Magnet eine volle Schwingung ausgeführt. Bezeichnen wir also die Schwingungsdauer wieder mit T, so wird:

$$T = \frac{2\pi}{R} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\mathfrak{H}\, m}{\mathfrak{T}} - \frac{K^2}{4\mathfrak{T}^2}}}$$

während bei den nicht gedämpften Schwingungen

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\mathfrak{H}\, m}{\mathfrak{T}}}}$$

war. Die Schwingungsdauer wird also durch den Einfluss der Widerstände vergrössert und erreicht beim Eintritt der aperiodischen Bewegung den Wert unendlich.

Gewöhnlich treibt man bei langsamer schwingenden Magneten die Dämpfung nur so weit, dass die Bewegung keine aperiodische, sondern eine periodische mit rasch abnehmender Amplitude wird.

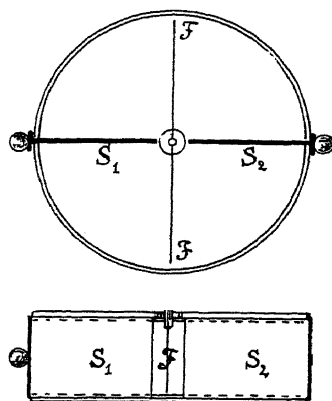
73. Die verschiedenen Arten der Dämpfung bei Galvanometern.

Schon der Luftwiderstand bewirkt eine gewisse Dämpfung der Bewegung einer schwingenden Magnetnadel, so dass dieselbe nach einiger Zeit zur Ruhe kommt. Bei sehr leichten Systemen, z. B. dem Lord Kelvinschen, genügt eine geringe Verstärkung derselben durch Einschliessen des mit den

Magneten beklebten Spiegels in einen engen Raum, um die Bewegung aperiodisch zu machen (vgl. das in Fig. 89 abgebildete Spiegelgalvanometer). Bei der von RUBENS und DU BOIS benutzten Form des Lord KELVINschen Systems, Fig. 66, dient die leichte Aluminiumplatte P zur Verstärkung der Dämpfung; dieselbe hängt zu diesem Zwecke zwischen zwei von rechts und links herangeschobenen, grösseren Messingplatten; durch Änderung der Abstände lässt sich der Grad der Dämpfung beliebig regulieren. Ähnlich ist auch die beim Torsionsgalvanometer von SIEMENS & HALSKE angewandte Dämpfung (siehe Fig. 55).

Bei schwereren Systemen verwendet man mit Vorteil die TÖPLERsche Luftdämpfung, deren Einrichtung durch Fig. 81 im Grundriss und Schnitt dargestellt ist. Ein rechteckiger Flügel F aus Aluminium bewegt sich in einer nur wenig weiteren, zylindrischen Dose, welche durch die zwei Schieber S_1 und S_2 in zwei Kammern geteilt ist. Durch Herausziehen der Schieber kann man den Grad der Dämpfung vermindern.

Fig. 81.

Noch kräftiger wird die Dämpfung, wenn man den Flügel F in eine Flüssigkeit eintauchen lässt. Bei leichteren Systemen können dann aber leicht Störungen durch die Oberflächenspannung hervorgerufen werden. Deshalb ist es in diesem Falle besser, das ganze System in die Flüssigkeit einzutauchen, wie dies bei einer früher von SIEMENS & HALSKE benutzten Flüssigkeitsdämpfung geschah (ETZ 1894, S. 210). Das aus den beiden auf Glimmerplatten aufgekitteten Magnetsystemen und einem Spiegel bestehende astatische System befand sich in einem flachen Kästchen, welches dem Spiegel gegenüber durch eine planparallele Glasplatte geschlossen war. Dieser Kasten sass am unteren Ende eines oben durch einen aufgeschraubten Deckel verschlossenen zylindrischen Rohres, und das ganze Gefäss war mit Petroleum gefüllt. Dieses Instrument wird gegenwärtig nicht mehr gebaut.

Für genügend kräftige Magnete ist die bequemste und wirksamste Dämpfung die elektromagnetische, welche auf dem LENZschen Gesetz für die durch Bewegung von Magneten induzierten Ströme beruht, dass nämlich diese Induktionsströme in benachbarten, geschlossenen Leitern einen solchen Verlauf nehmen, dass ihre elektromagnetische Rückwirkung auf den sie erzeugenden Magnet die Bewegung desselben zu hemmen sucht. Langgestreckte Magnetstäbe umgiebt man zur Erzielung einer kräftigen elektromagnetischen Dämpfung mit dickwandigen, rechteckigen oder elliptischen Rahmen aus eisenfreiem Kupfer, während man Glockenmagnete und diesen ähnliche Systeme (z. B. das HARTMANN & BRAUNsche) in zylindrische Ausbohrungen dicker Kupfermassen bringt.

Bei der elektromagnetischen Dämpfung ist übrigens das Drehungsmoment der die Bewegung hemmenden Kräfte der Winkelgeschwindigkeit des schwingenden Magnets genau proportional, da die in jedem Augenblick induzierte EMK derselben proportional ist, da ferner nach dem OHMschen Gesetz die Stärke des Induktionsstromes der EMK, und da endlich nach dem BIOT-SAVARTschen Gesetz das von diesem Strom auf den Magnet ausgeübte Drehungsmoment der Stromstärke proportional ist.

Bei Galvanometern mit sehr kräftigen Magnetstäben und Multiplikatoren von geringem Widerstand können bereits die kurz geschlossenen Windungen des Multiplikators eine kräftige Dämpfung bewirken, deren Stärke sich durch in den Stromkreis des Multiplikators eingeschaltete Widerstände regulieren lässt. Bei den Galvanometern mit besonderen Kupferdämpfern reguliert man die Stärke der Dämpfung meist durch den Abstand der dämpfenden Kupfermassen vom Magnet.

12. Die Störungen der Ruhelage der Magnetnadel und deren Beseitigung.

74. Arten der Störungen der Ruhelage.

Um exakte Beobachtungen zu ermöglichen, ist es eine unerlässliche Bedingung, die bei einem empfindlichen Galvanometer erfüllt sein muss, dass die Ruhelage des Magnetsystems eine unveränderliche sei, oder dass wenigstens etwa eintretende Änderungen derselben sich nur ganz langsam und regelmässig vollziehen. Plötzliche und unregelmässige Schwankungen der Ruhelage können nun sowohl entstehen auf mechanischem Wege, indem sich die Erschütterungen des Bodens, auf welchem das Instrument steht, auf das bewegliche System übertragen, als auch auf magnetischem Wege, indem durch benachbarte elektrische Ströme, oder bewegte Magnete oder Eisenmassen am Orte der Nadel magnetische Felder von wechselnder Intensität und Richtung erzeugt werden, welche sich mit dem der Nadel ihre Richtung gebenden Felde zu resultierenden Feldern von ebenfalls veränderlicher Richtung und Intensität zusammensetzen.

75. Mechanische Erschütterungen und erschütterungsfreie Aufstellung.

Was nun zunächst die mechanischen Störungen betrifft, welche namentlich bei sehr leichten Systemen auftreten und sich in unregelmässigen Zuckungen der Nadel äussern, so muss das Magnetsystem selbst zunächst möglichst so konstruiert sein, dass darauf sich übertragende Bodenerschütterungen keine Drehungen um seine Drehungsachse hervorzurufen suchen. Hierzu gehört, dass letztere eine Hauptträgheitsachse ist, und dass die Massen um dieselbe möglichst symmetrisch verteilt sind. Sehr günstig sind in dieser Beziehung die Hartmann & Braunschen Systeme (§ 65), sowie die Glockenmagnete (Fig. 55); bei dem Lord Kelvinschen System von du Bois und Rubens ist deshalb die Dämpferscheibe rechtwinklig gegen die Ebene des Spiegels und der Magnete angesetzt (Fig. 66).

Sodann muss man natürlich das Instrument an einem möglichst erschütterungsfreien Orte aufstellen, am besten auf besonderen, möglichst tief gegründeten, vom Fussboden des Lokals isolierten Steinpfeilern, oder, wo das nicht möglich ist, auf Wandkonsolen. Wo auf diese Weise eine genügend erschütterungsfreie Aufstellung nicht erreicht werden kann, dürfte die Aufhängungsvorrichtung von Julius (ETZ 1896, S. 712) gute Dienste leisten. Diese Vorrichtung wird von der Firma Hartmann & Braun in der in Fig. 82 abgebildeten Form ausgeführt und bezweckt, das zu schützende Instrument so an drei Drähten aufzuhängen, dass sowohl der Aufhängungspunkt des Magnetsystems, als auch der Schwerpunkt des ganzen aufgehängten Systems in den Mittelpunkt des von den drei Aufhängungspunkten gebildeten, horizontalen gleichseitigen Dreiecks fällt. Der Apparat besteht aus einem aus drei vertikalen Messingstäben, die durch zwei horizontale Dreiecke oben und unten verbunden sind, gebildeten prismatischen Gestell, welches mittels dreier Halter und langen Messingdrähten an einem dritten, an der Zimmerdecke

oder besser an einem Wandkonsol befestigten Dreieck aufgehängt werden kann. Man stellt zunächst dieses Gestell in seiner endgiltigen Lage mittels seiner drei Fussschrauben auf einer horizontalen Unterlage auf und befestigt alsdann auf dem unteren Dreieck desselben mittels der an diesem angebrachten Klammern das gegen Erschütterungen zu schützende Instrument so, dass die Drehungsachse seines beweglichen Systems vertikal wird und genau in die Mittellinie der drei Aufhängungsdrähte des Gestells fällt. Hierauf verstellt man die zur Aufhängung dienenden Haken an den Säulen so lange, bis die Aufhängungspunkte des Gestells und des beweglichen Systems in eine horizontale Ebene fallen. Hierauf arretiert man das bewegliche System des Instruments oder entfernt dasselbe, wenn ersteres nicht möglich ist, hängt das Gestell an einem der Haken an einem Drahte auf und verstellt die drei Gewichte so lange, bis die Achse des Gestells genau horizontal liegt; dabei sorgt man dafür, dass die Mittelpunkte der Gewichte in einer vertikalen Ebene liegen, was durch die auf den Stäben angebrachten Teilungen erleichtert wird. Hierauf stellt man das Gestell wieder auf die Fussschrauben, hängt die Ösen der drei etwa 2 bis 3 m langen Aufhängungsdrähte in die Haken ein und befestigt die Dämpferflügel; diese lässt man dann in drei separat aufgestellte Gläser mit Paraffinöl eintauchen. Nachdem man das Magnetsystem wieder freigemacht bezw. eingehängt hat, entfernt man den zur Unterstützung dienenden Tisch und bringt so das ganze System in eine frei schwebende Lage. Wenn durch ungleichmässige Dehnung der Drähte dabei die Einstellung des Instruments gestört wird, so korrigiert man geringe, so entstehende Fehler an den Fussschrauben des letzteren. Sind die Differenzen zu gross, so muss man die Aufhängedrähte selbst justieren, was durch Korrektion an ihren oberen Befestigungspunkten geschieht.

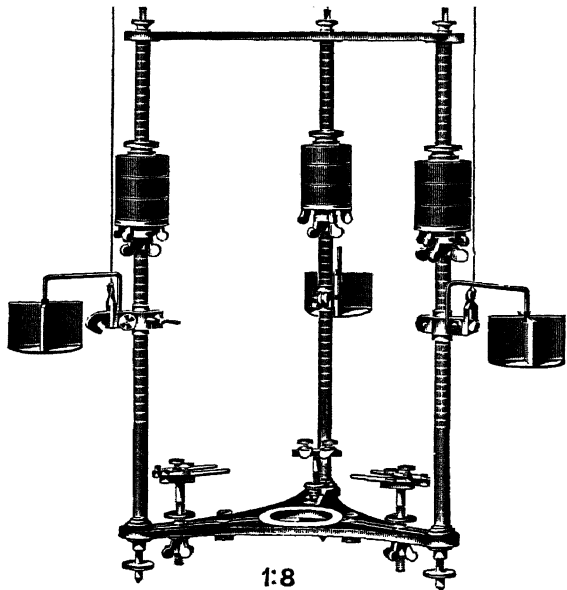
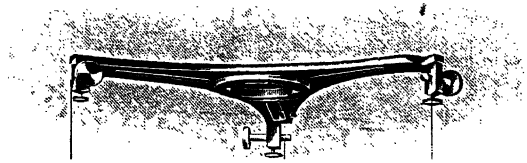



Fig. 82.

76. Die magnetischen Störungen und deren Beseitigung.

Von noch grösserer Bedeutung für die Brauchbarkeit eines empfindlichen Galvanometers ist die Beseitigung der magnetischen Störungen der Ruhelage. Solche treten auf, wenn zu dem die Magnetnadel beeinflussenden, magnetischen Felde, also in der Regel zur Horizontalkomponente des Erdmagnetismus, in unregelmässiger Weise Störungsfelder hinzutreten, deren Richtung und Stärke eine unregelmässig wechselnde ist. Fallen diese Störungsfelder der Richtung nach mit der Horizontalkomponente des Erdmagnetismus zusammen, so wird diese durch sie nur in unregelmässiger Weise verstärkt oder geschwächt; dadurch aber werden nur Schwankungen der Empfindlichkeit des Instruments hervorgerufen (vgl. § 64), welche bei den meisten Verwendungsarten empfindlicher Galvanometer ganz unschädlich sind. Ist aber das Störungsfeld mehr oder weniger rechtwinklig gegen die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus gerichtet, so setzt es sich mit dieser zu einem resultierenden Feld von anderer Richtung zusammen, und in dessen Richtung sucht sich die Nadel einzustellen. Betrüge z. B. die Intensität des störenden, rechtwinklig dagegen gerichteten Feldes 0·01 von derjenigen der Horizontalkomponente, so würde die Resultierende R mit H einen Winkel α bilden, dessen Tangente gleich 0·01 ist (Fig. 83). Hätten wir also an dem betreffenden Ort ein Spiegelgalvanometer aufgestellt und wäre der Skalenabstand 1000 S.-T., so würde der durch diese Störung verursachte Skalenausschlag aus der Gleichung $\frac{}{1000} = \tan 2\alpha$ sich bestimmen, somit, da in unserem Falle $\tan 2\alpha \sim 2 \tan \alpha$ gesetzt werden darf, 20 Skalenteile betragen! Wenn nun dieses störende Feld fortwährend auftritt und wieder verschwindet, so wird die Nulllage der Nadel dadurch so unsicher gemacht, dass das Galvanometer zu Beobachtungen unbrauchbar ist; um dasselbe brauchbar zu machen, müsste man den Betrag der Störungen auf etwa den 100. Teil herabdrücken können.

H

0,01H

Fig. 83.

Da die störenden Ursachen meist in grösserer Entfernung vom Galvanometer liegen, so sind die Störungsfelder nahezu als homogen anzusehen. Man kann daher Galvanometer mit astatischer Doppelnadel dadurch gegen solche Störungen unempfindlich machen, dass man das System so nahe als möglich vollkommmen astatisch macht, so dass es von homogenen Feldern überhaupt nicht mehr beeinflusst wird; alsdann bringt man die Richtkraft durch einen Hauyschen Stab (§ 64) hervor, welcher der einen der beiden Nadeln näher gebracht wird, als der anderen. Auf diesem Wege ist es Classen gelungen (ETZ 1896, S. 674), mittels eines dem Hartmann & Braunschen ähnlichen, astatischen Systems zum Ziel zu gelangen, indem er über die stärkere Seite einen Ring aus dünnem Eisendraht legte und diesen so lange verschob, bis die Schwingungsdauer des Systems unter dem Einfluss der Horizontalkomponente auf 2 Minuten gestiegen war. Wurde dieselbe alsdann durch den Hauyschen Stab wieder auf 10 sec, d. h. auf den zwölften Teil herabgedrückt, so war damit die durch den Erdmagnetismus und durch beliebige homogene Störungsfelder erzeugte Richtkraft auf den 144. Teil der nunmehr wirksamen Richtkraft herabgedrückt; es würde somit jetzt ein Störungsfeld von der Stärke 0·01 H im ungünstigsten Falle nur einen Ausschlag von 0·14 S.-T. hervorrufen können.

Raps und Franke (ETZ 1896, S. 591) erreichen ähnliches mit gewöhnlichen Doppelnadeln, indem sie (Fig. 84) ein oder zwei kleine Hilfsmagnete

hinzufügen und durch passende Drehung derselben das ganze System zu einem vollkommen astatischen machen (DRP. No. 92103 der Firma SIEMENS & HALSKE). Bei Galvanometern mit einem Spulenpaar kann man noch zweckmässiger ausser dem von den Spulen beeinflussten mittleren, zwei in gleichen Abständen davon angebrachte, etwa halb so starke Magnete von entgegengesetzter Richtung anwenden, wobei man jedem der letzteren noch einen kleinen Korrektionsmagnet zuteilt. Das so erhaltene System ist nach RAPS und FRANKE unter gewissen Voraussetzungen auch gegen nicht homogene Störungsfelder unempfindlich.

In anderer Weise kann man nach DU BOIS und RUBENS auch dadurch ein System vollkommen astasieren, dass man den stärkeren von beiden Magneten mit einem Ring aus weichem Eisen umgiebt und dadurch die Wirkung des Erdfeldes auf denselben schwächt.

Fig. 84.

Eine weitere, ebenfalls von RAPS und FRANKE herrührende und der Firma SIEMENS & HALSKE unter No. 91075 patentierte Methode, astatische Galvanometer *gegen magnetische Störungen unempfindlich* zu machen, besteht darin, dass man dem schwächeren der beiden Magnete horizontale Bündel von weichem Eisendraht nähert und dadurch die in die Richtung dieser Bündel fallende Feldkomponente in passender Weise verstärkt. Bezeichnet nämlich in Fig. 85 1 die schwächere, 2 die stärkere Nadel, so erzeugt das Störungsfeld $\mathfrak{H}s$ durch seine Einwirkung auf Nadel 2 ein Drehungsmoment rechts herum, während auf 1 ein durch das Eisenbündel verstärktes Feld $\mathfrak{H}'s$ in der Richtung der Achse des Bündels wirkt. Man kann aber dem Bündel eine solche Richtung und Entfernung geben, dass die auf 1 senkrechte Komponente von $\mathfrak{H}'s$ ein Drehungsmoment von derselben Stärke links herum erzeugt, wie das direkte Störungsfeld auf Nadel 2 rechts herum, so dass sich beide gerade aufheben, während die in die Nadelrichtung 1 fallende Komponente von $\mathfrak{H}'s$ nur eine geringe Veränderung der Empfindlichkeit zur Folge hat, also im allgemeinen nicht stört.

Fig. 85.

Den vollkommensten Schutz gegen äussere Störungen erzielt man, indem man das magnetische System gänzlich mit einer ein- oder mehrfachen, zylindrischen oder kugelförmigen Hülle von weichem Eisen umschliesst. Die Wirkungen solcher ein- und mehrschaliger „Panzer“ ist genauer von DU BOIS untersucht worden (WIED. Ann., Bd. 63, S. 348; 65, S. 1; DRUDES Ann., Bd. 2, S. 78). Die der zweiten der genannten DU BOISschen Abhandlungen entnommene Fig. 86 stellt die Wirkung eines langen, eisernen Hohlzylinders mit dem Radienverhältnis 0·9 auf ein homogenes Feld dar, dessen Kraftlinien rechtwinklig zur Achse des Zylinders verlaufen. Die Permeabilität des Eisens ist dabei $\mu = 102$ angenommen worden. Die neben den Kraftlinien stehenden Zahlen geben deren Ordnungsnummer, von der Mitte (0) aus nach rechts und links gezählt, an. Man erkennt, dass der Abstand zwischen der Linie 0 und 10 innerhalb des Hohlraums etwa 5 mal so gross ist, wie im ursprünglichen,

Fig. 86.

homogenen Feld aussen, d. h. durch den Panzer würde ein homogenes, äusseres Feld auf $\frac{1}{5}$ seines ursprünglichen Wertes reduziert werden. Die Wirkung eines einfachen Panzers ist nahezu proportional μ, diejenige eines zweischaligen wächst nahezu proportional μ^2, diejenige eines dreischaligen nahezu proportional μ^3. Das für solche Schutzpanzer zu verwendende Eisen muss deshalb eine möglichst hohe Permeabilität für sehr schwache Felder besitzen. Bei dem von der Firma SIEMENS & HALSKE für diese Zwecke benutzten und besonders präparierten schwedischen Gussstahl ist dieser Wert grösser als 200. Das mit solchen Panzern erreichte Schutzverhältnis (Verhältnis des homogenen Störungsfeldes ausserhalb zu dem diesem entsprechenden Felde innerhalb des Panzers) beträgt für eine Hülle über 10, für zwei Hüllen über 100, für drei Hüllen nahezu 1000. Dabei beträgt das Gesamtgewicht des doppelten Panzers nur 2·3 kg, während die dritte Panzerhülle allein etwa 8 kg wiegt. Bei diesen Panzergalvanometern wird natürlich durch den Panzer nicht bloss das Störungsfeld, sondern in gleichem Masse auch das magnetische Feld der Erde geschwächt, so dass die Magnetnadel ein künstliches Drehungsmoment durch angenäherte, kräftige Richtmagnete erhalten muss.

13. Beschreibung von Nadelgalvanometern.

77. Zeigergalvanometer.

Für viele technische Zwecke, wo nicht die äusserste Empfindlichkeit erforderlich ist, verwendet man der bequemeren Aufstellung und Ablesung wegen Galvanometer mit direkter Zeigerablesung.

Ein solches Zeigergalvanometer mit auf Achathütchen aufgehängter astatischer Doppelnadel stellt Fig. 87 dar; dasselbe rührt von der Firma SIEMENS & HALSKE her. Die Hauptteile, die Nadel und die breiten, flach rechteckigen Multiplikatoren, sind in einer flachen Dose untergebracht, welche mittels konischen Zapfens auf einem Messingdreifuss ruht. Die obere Nadel spielt auf einem geteilten Kreise. Die hinten sichtbare Schraube dient zum Arretieren der Nadel. Die Multiplikatoren sind bifilar gewickelt und die Enden jeder Drahtgruppe zu vier Klemmen geführt; infolgedessen kann das Galvanometer auch als Differentialgalvanometer benutzt werden.

Fig. 88 stellt ein aperiodisches Zeigergalvanometer mit Glockenmagnet und zylindrischem Kupferdämpfer von HARTMANN & BRAUN dar. Die Windungen sind kreisförmig, und jede Spule besteht aus zwei parallel aufgewickelten Drähten, so dass das Instrument ebenfalls als Differentialgalvanometer verwendet werden kann. Ausserdem lassen sich die vier Windungen in verschiedener Weise parallel und hintereinander schalten, und dadurch kann der Widerstand immer auf den günstigsten Wert gebracht

werden (§ 61). Das Magnetsystem hängt an einem kurzen Kokonfaden und lässt sich beim Transport arretieren. Bei Nullmethoden lässt sich die Bewegung des Zeigers durch Anschläge begrenzen. Das ganze Instrument ist ebenfalls auf einem mit Stellschrauben versehenen Dreifuss montiert, welcher mittels einer auf demselben befestigten Dosenlibelle horizontal gestellt werden

Fig. 87. Fig. 88.

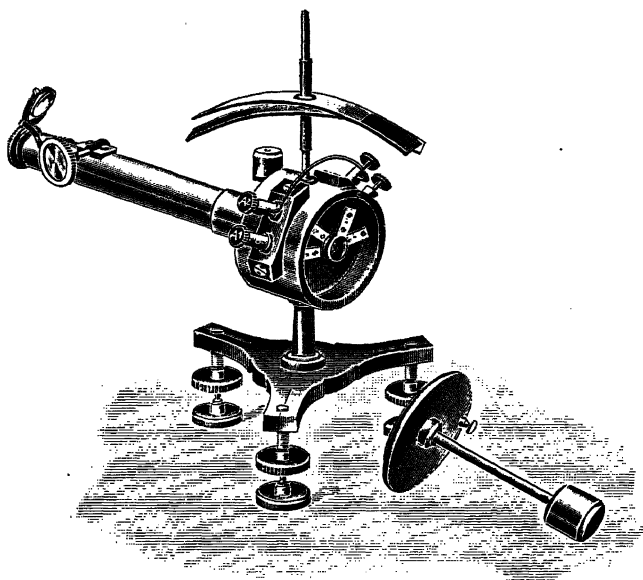



Fig. 89.

kann. Empfindlichkeit: $1^0 = 0{\cdot}00008\ A$ bei etwa 50 Ω, bezw. $= 0{\cdot}000005\ A$ bei etwa 1000 Ω Widerstand.

Vielfach verwendet man auch Zeigergalvanometer in vertikaler Anordnung. Die Achse des Magnets ist dann entweder mittels stählerner Zapfen in Steinlöchern gelagert oder besteht, wie bei der Wage, aus einer Stahlschneide. Die Ebene des Multiplikators ist horizontal. Die Empfindlichkeit lässt sich hier leicht durch verstellbare Gewichte auf eine passende Höhe

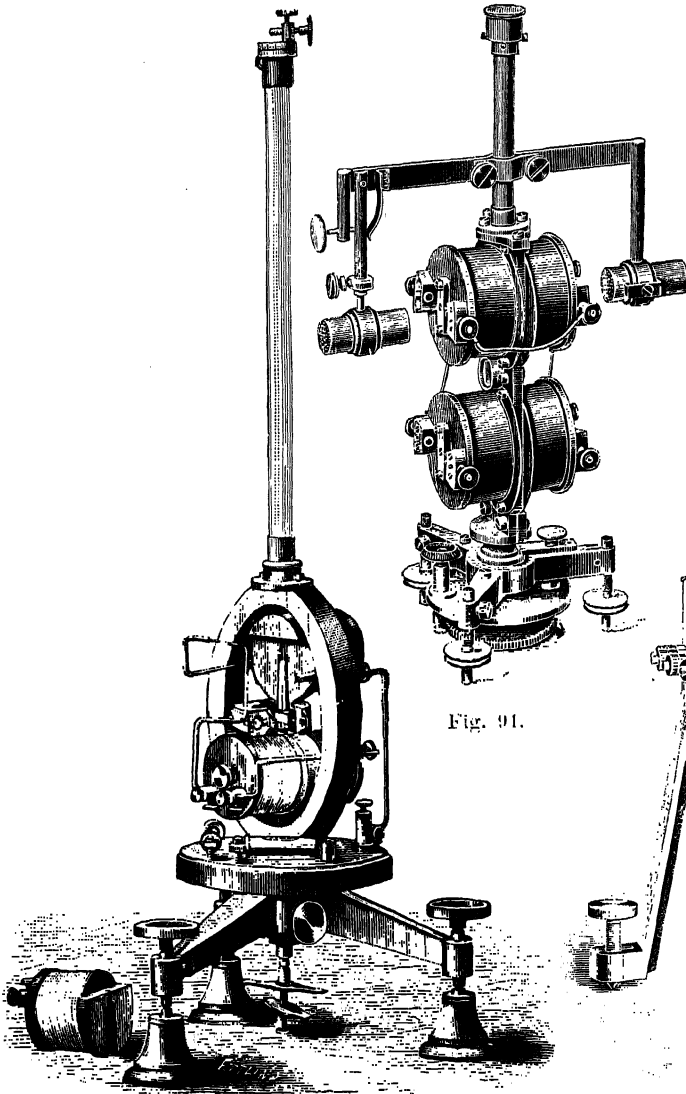



Fig. 91.

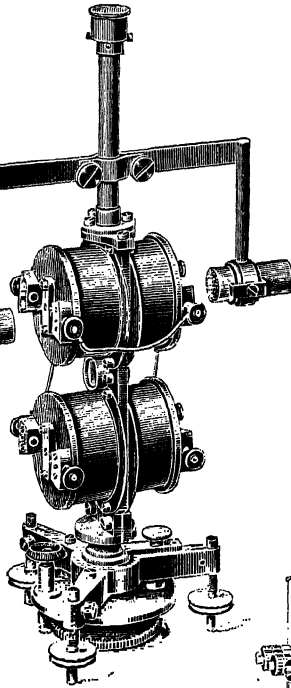
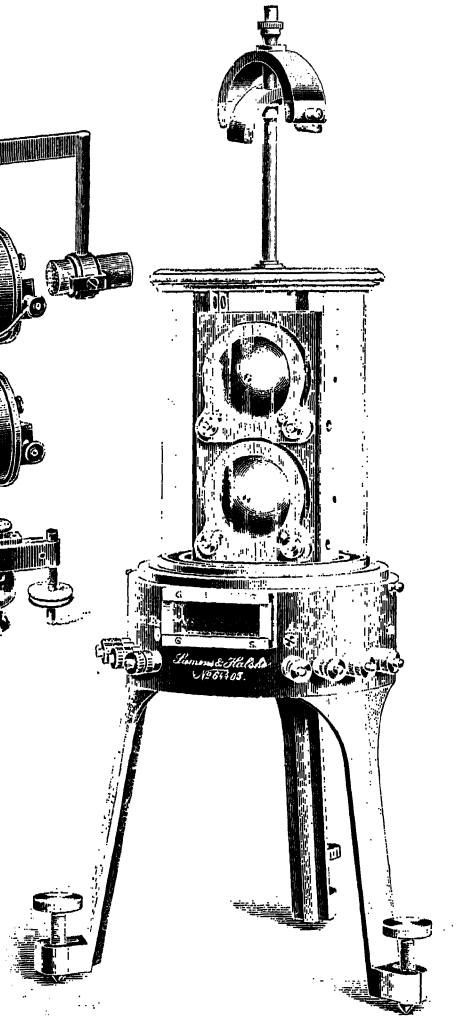



Fig. 90. Fig. 92.

bringen, indem man durch die von denselben ausgeübten Drehungsmomente dasjenige der Vertikalkomponente des Erdmagnetismus mehr oder weniger kompensiert. Mit solchen Galvanometern erreicht man immer nur geringere Grade der Empfindlichkeit.

78. Spiegelgalvanometer.

Ein transportables Spiegelgalvanometer Lord KELVINscher Bauart (§ 68) mit WEINHOLDscher Spiegelablesung (§ 70) von der Firma G. LORENZ in Chemnitz stellt Fig. 89 dar. Die Spule besteht aus zwei parallel aufgewickelten Drähten von zusammen etwa 1000 Ω Widerstand. Der mit den Magneten beklebte Spiegel hat etwa 6 mm Durchmesser und hängt an einem etwa 1 mm langen Stückchen Kokonfaden in der Mitte der Spule innerhalb einer flachen Ausdrehung eines Kupferzylinders. Zur bequemeren Einstellung und eventuellen Astasierung dienen die zwei gekrümmten

Richtmagnete. Die Rückseite ist mittels eines Deckels verschlossen, welcher ein Gegengewicht zum Ausbalancieren des Fernrohrs trägt; derselbe liegt in der Figur neben dem Instrument. Dieses selbst ist auf einem Dreifuss, um die vertikale Achse drehbar, aufgestellt, und die Achse lässt sich mittels dreier Stellschrauben und einer Dosenlibelle vertikal stellen. Die Normalempfindlichkeit $\mathfrak{S}_s$ (§ 67) beträgt ungefähr 200.

Ein astatisches Spiegelgalvanometer von Hartmann & Braun mit dem in § 65 beschriebenen Magnetsystem stellt Fig. 90 dar. Dasselbe besitzt vier Spulen mit zusammen 2000 Ω Widerstand. Die Stellschrauben ruhen auf hohen Hartgummiklötzen, um das Instrument gut gegen Erde zu isolieren. Unten sitzen zwei Richtmagnete zum bequemeren Einstellen des

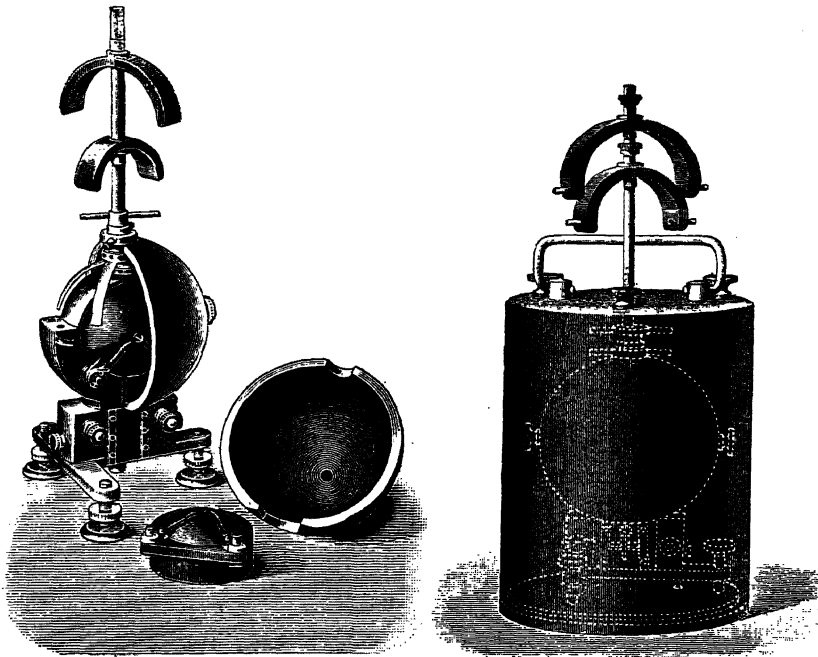



Fig. 93.

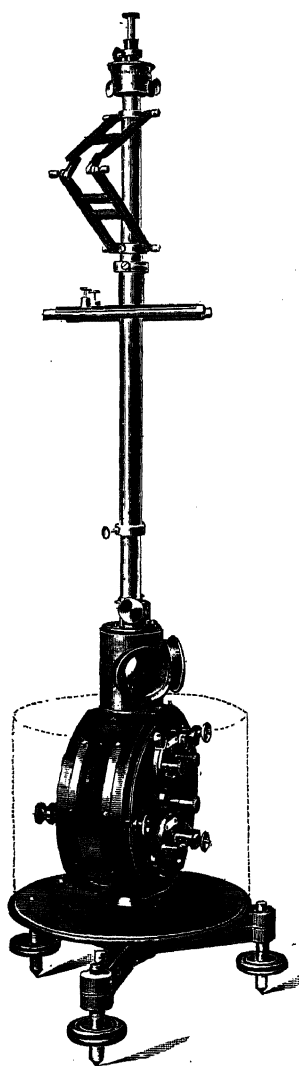
Magnetsystems. Die Normalempfindlichkeit ist etwa $\mathfrak{S}_s = 110$. Das Instrument wird auch als transportables Spiegelgalvanometer geliefert, indem ein kleines Fernrohr mit Skala an einem auf etwa 50 cm ausziehbaren Aluminiumträger am Gestell des Instruments befestigt wird. Dieser Arm ist um ein Charnier drehbar und wird beim Transport nach oben geklappt.

Fig. 91 ist ein astatisches Spiegelgalvanometer mit vier Spulen und zwei Glockenmagneten in kupfernen Dämpfern von der Firma Siemens & Halske. Die Richtmagnete sitzen unten und sind durch Zahnräder und Trieb verstellbar. Der obere Magnet ist mit der in § 76 beschriebenen Einrichtung von Raps und Franke versehen, um das Instrument gegen Störungen des magnetischen Feldes zu schützen. Die vier Spulen haben für Isolationsmessungen zusammen 16000 Ω Widerstand, können aber auch durch solche von zusammen nur 6 Ω ersetzt werden.

Fig. 94.

Fig. 92 endlich stellt die neueste Form des astatischen Galvanometers von du Bois und Rubens dar, dessen ursprüngliche Form in E T Z 1894 S. 321 beschrieben ist. Das astatische System ist das in Fig. 66 abgebildete. Als Träger der vier halbkugelförmigen und in mehreren konzentrischen Schichten mit nach aussen wachsender Drahtstärke gewickelten Spulen dient eine Hartgummiplatte, deren Mitte von einem rechteckigen Schlitz durchsetzt ist; in diesem hängt das Magnetsystem. Zu jedem solchen Galvanometer werden zwei Magnetsysteme, ein schwereres und ein leichteres, geliefert, welche sich leicht gegenseitig austauschen lassen. Die Spulen besitzen entweder je 5 oder 100 oder 2000 Ω Widerstand; die Enden sind zu acht Klemmen geführt, mittels deren sich verschiedene Kombinationen der Drähte ausführen lassen. Der Spiegel sitzt am unteren Ende des Magnetsystems hinter dem in der Figur sichtbaren Fenster. — Die Normalempfindlichkeit dieses Galvanometers erreicht mit dem schweren System den Wert 160, mit dem leichten den Wert 1000. Das Galvanometer gehört zu den empfindlichsten, welche käuflich zu erhalten sind.

Fig. 95.

Die Firma Siemens & Halske stellt auch die von du Bois und Rubens zuerst beschriebenen Galvanometer mit Schutzpanzer aus Stahlguss zum Schutz gegen magnetische Störungen her (vgl. § 76, ferner Drudes Annalen, Bd. 2, S. 84 und Zeitschr. f. Instrumentenk. 1900, Heft 3). Die neueste Form dieses Panzergalvanometers ist aus Fig. 93 zu ersehen. Das Galvanometer besitzt nur ein einfaches, also nicht astatisches Magnetsystem von derselben Konstruktion, wie das entsprechende astatische System Fig. 66; der Spiegel ist ebenfalls am unteren Ende angebracht. Die beiden Spulen sind auch halbkugelförmig, aber nicht, wie beim astatischen, in Schalen aus Hartgummi, sondern in solche aus bestem schwedischen Gussstahl eingeschlossen. Die Schnittflächen dieser beiden halbkugeligen Panzerschalen sind sorgfältig aufeinander geschliffen. In einigem Abstand wird dieser innerste Panzer von einem zweiten umgeben, welcher ebenfalls aus zwei halbkugeligen, sorgfältig aufeinander gepassten Schalen aus Stahlguss besteht. Die Ebenen der Schnitte kreuzen sich rechtwinklig. Bei sehr starken Störungen des magnetischen Feldes kann man endlich das ganze Instrument in eine zylindrische Büchse aus Stahlguss einschliessen, welche durch einen aufgeschraubten Deckel aus dem gleichen Material verschlossen ist. — Dem Magnetsystem wird die erforderliche Richtkraft durch zwei Paare von gekrümmten Richtmagneten erteilt, von denen das schwächere zwischen den

beiden kugelförmigen Panzerschalen sich befindet, während ein sehr kräftiges auf einem Messingstab ausserhalb der dreifachen Panzerhülle angebracht werden kann. — Auch zu diesem Galvanometer wird ein schwereres und ein leichteres Magnetsystem geliefert, sowie Spulenpaare von je 5, 100 und 2000 Ω Widerstand. Die Normalempfindlichkeit beträgt mit dem schweren System 80, mit dem leichten 800 Skalenteile. — Sehr störend können bei derartigen Galvanometern durch zu starke Stromstösse hervorgerufene remanente Magnetisierungen des innersten Panzergehäuses wirken, durch welche starke Nullpunktverschiebungen verursacht werden.

Im Jahre 1884 beschrieb ROSENTHAL ein empfindliches Galvanometer, welches er als Mikrogalvanometer bezeichnete und bei welchem ein kleiner Hufeisenmagnet um die den Schenkeln parallele Mittellinie drehbar aufgehängt war, dessen Pole mit kreisförmig gebogenen, horizontalen Hörnern versehen waren; die Enden dieser Hörner ragten in die sehr kleinen Spulen axial herein (Fig. 94). Dieses Instrument ist von EDELMANN wesentlich vervollkommnet worden und wird gegenwärtig von dieser Firma in der aus Fig. 95 zu ersehenden Form gebaut; der Magnet dazu ist in Fig. 67 dargestellt. Jedes der vier Polenden taucht in eine Spule; diese vier Spulen sind so parallel oder hintereinander geschaltet, dass sich die vier Drehungsmomente addieren. Nach den Erfahrungen des Verfassers erreicht man mit den nach dem ROSENTHALschen Prinzip konstruierten Galvanometern bei weitem nicht die Normalempfindlichkeit der Instrumente mit dem Lord KELVINschen Magnetsystem.

II. Die Strommesser mit beweglicher Spule.

14. Bau und Wirkungsweise der Spulengalvanometer.[1])

79. Bifilar- und Unifilar-galvanometer.

Die Strommesser mit beweglicher Spule oder kurz Spulengalvanometer beruhen darauf, dass eine ebene Spule mit der Windungsfläche (Gesamtflächeninhalt ihrer Windungen) F (C^2), in welcher ein Strom von J absoluten Einheiten $(C^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1})$ fliesst, in einem homogenen Felde von der Intensität $\mathfrak{H}$ Gauss $(C^{-\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}$, mit dessen Kraftlinien die Windungsebene der Spule einen Winkel α einschliesst, ein Drehungsmoment von der Grösse $\mathfrak{H} F J \cos\alpha$ $(C^2 G S^{-2})$ erfährt.

Bereits W. WEBER verwendete eine an zwei langen, parallelen Drähten, welche gleichzeitig zur Stromzuführung dienten, also eine bifilar aufgehängte Spule an Stelle der Tangentenbussole zur absoluten Strommessung; er bezeichnete diese Vorrichtung als Bifilargalvanometer. Bei diesem Instrumente macht man im stromlosen Zustand die Ebene der Spule möglichst genau parallel dem magnetischen Meridian; alsdann ist das Drehungsmoment des Stromes $= HFJ \cos\alpha$, während das von der Bifilaraufhängung entwickelte, entgegenwirkende Drehungsmoment bei kleinem Drehungswinkel $= D \sin\alpha$ gesetzt werden kann. Im Gleichgewichtsfalle ist also

1) Vgl. hierzu GENUNG, ETZ 1893, S. 212; CLASSEN, ETZ 1895, S. 676; SACK, ETZ 1896, S. 587.

$$HFJ \cos \alpha = D \sin \alpha,$$

$$\text{oder:} \quad J = \frac{D}{HF} \tan \alpha.$$

F wird entweder aus der Windungszahl und der aufgespulten Drahtlänge, oder aus der Windungszahl und dem äusseren und inneren Durchmesser des Wicklungsraumes berechnet; D bestimmt man nach dem bekannten GAUSSschen Verfahren mittels der Schwingungsdauer; $\tan \alpha$ wird durch Spiegelablesung gefunden. Orientierungsfehler beseitigt man, wie bei der Tangentenbussole, durch Kommutieren der Stromrichtung.

Statt der bifilaren wählte R. KOHLRAUSCH die empfindlichere unifilare Aufhängung (Unifilargalvanometer). Der Aufhängedraht dient zur Stromzuführung, während die Rückleitung z. B. durch eine weite Spirale aus dünnem Draht bewirkt werden kann. Das gegenwirkende Drehungsmoment liefert hier das Torsionsmoment des Aufhängedrahtes, welches $= D\alpha$ gesetzt werden kann, so dass man also bei richtiger Orientierung der Spule gegen den magnetischen Meridian erhält:

$$J = \frac{D}{HF} \frac{\alpha}{\cos \alpha}$$

Da man bei den kleinen Ablenkungen, die man mittels Spiegelablesung misst,

$$\tan \alpha = \frac{s}{2A}\left(1 - \frac{1}{4}\frac{s^2}{A^2}\right); \quad \alpha = \frac{s}{2A}\left(1 - \frac{1}{3}\frac{s^2}{A^2}\right); \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha},$$

$$\text{d. h. angenähert} \quad \cos \alpha = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{8}\frac{s^2}{A^2}$$

setzen kann (§ 66), so wird angenähert

$$\frac{\alpha}{\cos \alpha} = \frac{s}{2A} \frac{1 - \frac{1}{3}\frac{s^2}{A^2}}{1 - \frac{1}{8}\frac{s^2}{A^2}}, \quad \text{oder angenähert} = \frac{s}{2A}\left(1 - \frac{5}{24}\frac{s^2}{A^2}\right),$$

während nach obigem $\tan \alpha = \frac{s}{2A}\left(1 - \frac{6}{24}\frac{s^2}{A^2}\right)$ ist. Der Unterschied zwischen den Ausschlägen bei bifilarer und unifilarer Aufhängung ist also bei Anwendung der Spiegelablesung verschwindend klein.

80. Der Reduktionsfaktor und die Hilfsmittel zur Vergrösserung der Empfindlichkeit.

Die Grösse $\frac{D}{HF}$ ist der Reduktionsfaktor eines derartigen Galvanometers; derselbe muss also möglichst klein werden, wenn das Instrument möglichst empfindlich werden soll. Nun gilt bei Spiegelablesung für die unifilar aufgehängte Spule nach dem Obenstehenden die Beziehung:

$$s = 2A\left(1 + \frac{5}{24}\frac{s^2}{A^2}\right)\frac{\mathfrak{H} F}{D} J,$$

wenn angenommen wird, dass anstatt der Horizontalkomponente des Erdmagnetismus ein beliebiges, anderes homogenes Feld $\mathfrak{H}$ verwendet werde. Daher kann man auch beim Spulengalvanometer als Mass der Empfindlichkeit den Skalenausschlag benutzen, welchen ein Strom von 1 μA bei 1000 Skalenteilen Skalenabstand erzeugt (§§ 60 u. 67). Dieser Ausschlag ist aber

nach oben stehender Formel dem Quotienten $\frac{\mathfrak{H} F}{D}$ direkt proportional. Die Grösse $\frac{\mathfrak{H} F}{D}$ ist sonach beim Spulengalvanometer möglichst gross zu machen, wenn dasselbe möglichst empfindlich werden soll. Hierzu hat man aber F und $\mathfrak{H}$ möglichst gross, D aber möglichst klein zu machen, und es ist nun zu untersuchen, wie weit man, ohne Nachteile für das Galvanometer befürchten zu müssen, hiermit gehen darf.

Ist das Galvanometer gegeben, so ist damit auch der Wicklungsraum der Spule als gegeben anzusehen. Dann ist eine Vergrösserung von F nur dadurch zu erreichen, dass man die Windungszahl n vergrössert und den Drahtquerschnitt in demselben Masse verkleinert. Dann wächst aber, genau wie beim Nadelgalvanometer (§ 61), der Widerstand r des Instruments angenähert proportional n^2, oder man kann auch beim Spulengalvanometer, wenn der Wicklungsraum gegeben ist, die Windungsfläche und damit auch die Empfindlichkeit proportional $\sqrt{r}$ setzen. Um also zwei Galvanometer dieser Art hinsichtlich der Zweckmässigkeit der Konstruktion zu vergleichen, hat man, wie früher beim Nadelgalvanometer, die durch 1 μA bei 1000 Skalenteilen Skalenabstand erzeugten Ausschläge durch $\sqrt{r}$ zu dividieren.

Durch Vergrösserung von $\mathfrak{H}$ kann man scheinbar die Empfindlichkeit eines Spulengalvanometers innerhalb sehr weiter Grenzen verändern; deshalb haben auch DEPREZ und d'ARSONVAL, welche 1884 zuerst Galvanometer dieser Art ausführten, zur Erzeugung des magnetischen Feldes einen Elektromagnet angewendet.[1]) Gegenwärtig geht man mit der Vergrösserung von $\mathfrak{H}$ nicht zu weit und benutzt zur Erzeugung der Felder Stahlmagnete. Ist nämlich das Feld zu stark, so können sehr leicht die in der geschlossenen Spule bei der Bewegung derselben erzeugten Induktionsströme so stark werden, dass die Dämpfung eine überaperiodische wird und dass alsdann der früher als „Kriechen" bezeichnete Bewegungszustand eintritt (§ 72); ein solches Galvanometer ist aber für Messungen nicht mehr zu gebrauchen. Um das zu vermeiden, wird man die Dämpfungs-Konstante K an der Grenze zu halten suchen, bei welcher die Bewegung eben aperiodisch wird, d. h. man wird $K = 2\sqrt{D\mathfrak{T}}$ oder etwas kleiner machen. Bezeichnen wir aber mit i die Intensität des bei einer Winkelgeschwindigkeit 1 S^{-1} der Spule in ihr induzierten Stroms in absoluten Einheiten, so ist $K = \mathfrak{H} F i$ (§§ 73 und 79), und, wenn r in Ohm gegeben ist,

$$i = 10^{-9} \frac{\mathfrak{H} F}{r} \left(C^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}\right).$$

Demnach ist bei einem Spulengalvanometer das Drehungsmoment der Dämpfungsströme bei der Winkelgeschwindigkeit 1 S^{-1}, d. h.

$$K = 10^{-9} \frac{\mathfrak{H}^2 F^2}{r} \left(C^2 G S^{-1}\right),$$

und dies darf höchstens gleich $2\sqrt{D\mathfrak{T}} - K_0$ werden, wenn K_0 die Dämpfungskonstante bei offenen Windungen bedeutet (vgl. auch JÄGER, Z. f. Instrk. 1903, S. 353).

1) Die in einem starken magnetischen Felde bewegliche Spule ist zuerst von Lord KELVIN (W. THOMSON) bei seinem Syphon recorder angewendet worden.

Das dritte Hilfsmittel zur Vergrösserung der Empfindlichkeit, die Verkleinerung von D, hat bei gegebener Spule, d. h. bei gegebenem Trägheitsmoment $\mathfrak{T}$, gemäss der Formel

$$' = 2\pi \sqrt{\;}$$

eine Steigerung der Schwingungsdauer T zur Folge. Es verhält sich also damit ähnlich, wie mit der Astasierung beim Nadelgalvanometer. Wenn man nun auch bei einem gegebenen Spulengalvanometer im allgemeinen nicht ebenso leicht und innerhalb so weiter Grenzen D wird verändern können, wie beim Nadelgalvanometer, weil hier die Länge des Aufhängedrahtes und, durch das Gewicht der Spule, auch der kleinstmögliche Querschnitt desselben bestimmt ist, wird von zwei sonst völlig gleich sich verhaltenden Galvanometern doch dasjenige das bessere genannt werden müssen, welches die kleinere Schwingungsdauer besitzt. Um somit den Wert der Konstruktion zweier verschiedener derartiger Instrumente zu vergleichen, könnte man auch ganz gut die in § 67 definierte Normalempfindlichkeit $\mathfrak{S}_s$ hierzu benutzen, d. h. man könnte den auf 1000 Skalenteile Skalenabstand und 1 Ω Galvanometerwiderstand reduzierten Ausschlag, welchen 1 μA erzeugt, durch Multiplikation mit $\left(\frac{10}{T}\right)^2$ auf die normale Periode von 10 sec reduzieren, auch wenn sich diese normale Schwingungsdauer bei dem betreffenden Galvanometer nicht wirklich herstellen liesse. Richtiger ist es indessen, wenn man, wie dies von Sack geschieht (ETZ 1896, S. 590), die Empfindlichkeit von Spulengalvanometern nach Reduktion auf 1000 Skalenteile Skalenabstand und 1 Ω Widerstand mit derjenigen eines bestimmten, etwa des Rubens' und du Boisschen Nadelgalvanometers (§ 78), vergleicht, wenn letzteres die gleiche Schwingungsdauer T besitzt, wie das betreffende Spulengalvanometer. Abgesehen von der Steigerung der Schwingungsdauer kann übrigens eine zu weit gehende Verminderung von D auch eine so starke Steigerung der Dämpfung zur Folge haben, dass dadurch das Galvanometer unbrauchbar wird.

81. Allgemeine Konstruktionsregeln.

Das magnetische Feld erzeugt man, wie schon bemerkt, durch permanente Magnete aus gut gehärtetem Wolframstahl; dieselben werden nach der Methode von Barus und Strouhal (§ 56) dauerhaft gemacht. Oft verwendet man aus einer grösseren Anzahl dünner Lamellen aufgebaute Systeme. Meist erhält das Feld durch geeignete Polschuhe aus weichem Eisen eine passende Form. Die Intensität des Feldes wird man zweckmässig nicht übermässig steigern, einmal um möglichste Unveränderlichkeit des Magnetismus mit der Zeit zu erzielen, andererseits, um keine zu starke Dämpfung zu erhalten; $\mathfrak{H} = 200$ bis 300 Gauss dürften als genügend zu bezeichnen sein.

Der Querschnitt des Aufhängedrahtes richtet sich nach dem Gewichte der Spule; der Draht muss dieselbe mit der gehörigen Sicherheit tragen können. Da bei gleichem Querschnitt, d. h. gleicher Tragkraft flache Bänder ein geringeres Torsionsmoment D besitzen, als runde Drähte, pflegt man vielfach letztere flach zu walzen, um ein möglichst geringes D zu erzielen. Man kann D auch durch Vergrösserung der Länge des Aufhängedrahtes vermindern, kann aber hier über 50 cm kaum hinausgehen, wenn das Instrument nicht unhandlich werden soll. Als Material für den Auf-

hängedraht empfiehlt sich Phosphorbronze; ein Band von ungefähr $0{\cdot}01 \times 0{\cdot}22$ mm² Querschnitt reisst erst bei etwa 150 g Belastung.

Die Windungen besitzen meist die Form eines Rechtecks. Vielfach bringt man in das Innere des Rahmens dann noch einen Zylinder aus weichem Eisen (Fig. 96). Verwendet man alsdann noch konzentrisch dazu ausgedrehte Polschuhe, so kann man erreichen, dass innerhalb eines grösseren Winkelraumes die Kraftlinien radial und in konstanter Dichte verlaufen. Für ein solches Galvanometer ist alsdann für einen grösseren Drehungswinkel (90^0 und mehr) die Gleichgewichtsbedingung durch die Gleichung gegeben:

$$\mathfrak{H} F J = D\alpha, \text{ d. h. } J = \frac{D}{\mathfrak{H} F}\alpha \qquad C\alpha.$$

Diese Form des Feldes ist für Spiegelgalvanometer weniger wichtig; sie besitzt hauptsächlich Wert für die Herstellung von Spulengalvanometern mit Zeigerablesung, bei denen innerhalb eines möglichst grossen Bereichs Proportionalität zwischen Strom und Ausschlag stattfinden soll. Um die leichter herzustellende Kreisform für die Spulen zu erhalten, die ausserdem bei gegebener Windungsfläche den kleinen Widerstand besitzt, kann man die Polschuhe auch kugelförmig ausfräsen und in das Innere eine konzentrische Eisenkugel bringen (Dr. Francke & Co., Hannover).

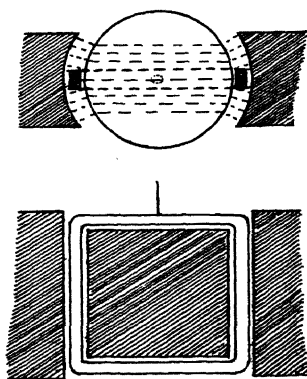



Fig. 96.

Als Material für die Wicklung dient für gewöhnlich Kupferdraht aus eisenfreiem, elektrolytischen Kupfer. Wenn es erwünscht ist, dass der Widerstand möglichst unveränderlich sei, kann man mit Vorteil auch Manganindraht benutzen; man kann dann des höheren Widerstandes wegen mit der Feldintensität $\mathfrak{H}$ höher gehen, ohne zu starke Dämpfung befürchten zu müssen. Aluminiumdraht würde sich zwar seines geringen spezifischen Gewichts wegen empfehlen; er müsste aber vollkommen eisenfrei zu erhalten sein, was das käufliche Aluminium meistens nicht ist.

Es soll noch die Frage erörtert werden, welche Form man einem rechteckigen Drahtrahmen am zweckmässigsten zu geben hat. Wir nehmen an, es seien die Feldintensität $\mathfrak{H}$ und die Schwingungsdauer T gegeben. Die mittleren Seitenlängen des Rechtsecks senkrecht und parallel zur Drehungsachse seien x und y. Dann ist

$$D \qquad 4\pi^2 \quad \mathfrak{T},$$

und es muss

und gleichzeitig $\frac{\mathfrak{H} F}{D} =$ Maximum gemacht werden. Bei gegebenem $\mathfrak{H}$ und T muss also

$$\frac{F^2}{r} \gtreqless c\,\mathfrak{T} \text{ und } \frac{\mathfrak{H} F\, T^2}{4\pi^2 \mathfrak{T}} = \text{Maximum},$$

d. h. $\frac{F}{\mathfrak{T}}$ = Maximum werden. Für den Fall der eben aperiodischen Dämpfung gilt das Gleichheitszeichen, d. h. es ist $\frac{F}{r}\cdot\frac{F}{\mathfrak{T}} = c$. Macht man also $\frac{F}{\mathfrak{T}}$ möglichst gross, so muss man dafür $\frac{F}{r}$ entsprechend verkleinern, was man durch Verkleinerung von x erreicht. Will man also möglichst empfindliche Spulengalvanometer bauen, so muss man x so weit verkleinern, dass ein innerer Eisenkern sich nicht mehr verwenden lässt.

Beispiel: 200 Windungen eines 0·05 mm dicken Kupferdrahtes (ühersp. 0·15 mm) sind zu einem rechteckigen Rahmen von $x = 1{\cdot}5$ cm mittlerer horizontaler und $y = 6$ cm mittlerer vertikaler Seite aufgewunden. Die gesamte Drahtlänge ist alsdann 30 m, der Widerstand $r = 267\ \Omega$, $F = 1800$ cm². Ferner ist angenähert das Trägheitsmoment der vertikalen Seiten $= 0{\cdot}45 \cdot 0{\cdot}75^2 = 0{\cdot}253\ C^2G$, dasjenige der horizontalen $= 0{\cdot}1125 \cdot \frac{1{\cdot}5^2}{12} = 0{\cdot}021\ C^2G$, endlich dasjenige des 0·2 mm dicken Spiegels von 1 cm Durchmesser nebst Aufhängungsstäbchen u. s. w. $= 0{\cdot}003\ C^2G$, also $\mathfrak{T} = 0{\cdot}28\ C^2G$. Setzen wir rund $\mathfrak{T} = 0{\cdot}3$ und nehmen zur Aufhängung ein 30 cm langes Phosphorbronzeband von $0{\cdot}01 \times 0{\cdot}22$ mm² Querschnitt, von welchem ein 100 cm langer Faden ein Torsionsmoment von $0{\cdot}0343\ C^2GS^{-2}$ entwickelt, so ist $D = 0{\cdot}11\ C^2GS^{-2}$ und (ohne Dämpfung) $T = 10{\cdot}4$ sec. Dann findet man für den eben aperiodischen Bewegungszustand $K = 10^{-3}\,\mathfrak{H}^2 \cdot \frac{3{\cdot}24}{267} = 2\sqrt{D\mathfrak{T}} = 0{\cdot}3633$, woraus $\mathfrak{H} = 170$ Gauss folgt. Dann würde nach § 72 die Beruhigungsdauer = 13·7 sec werden. Ferner entspräche bei 1000 Skalenteilen Skalenabstand 1 Skalenteil einem Strom von J Amp., der aus

$$1 = 2000\ \frac{170 \cdot 1800}{0{\cdot}11}\ \frac{J}{10}$$

sich zu $J = 0{\cdot}0018\ \mu A$ berechnet, oder 1 μA giebt 556 Skalenteile, oder es ist die auf 1 Ω und $T = 10$ sec reduzierte Normalempfindlichkeit $\mathfrak{S}_s = 18{\cdot}2$ Skalenteile.

Verwendet man dagegen, um dieselbe Windungsfläche zu erhalten, 400 Windungen mit $x = 0{\cdot}5$ cm und $y = 9$ cm, die zu einer rechteckigen Spule von $0{\cdot}3 \times 0{\cdot}3$ cm² Querschnitt aufgewickelt sind, so wird die Drahtlänge 76 m, $r = 677\ \Omega$, das Trägheitsmoment der vertikalen Seiten = 0·1027, dasjenige der horizontalen = 0·0071, also mit Spiegel u. s. w. $\mathfrak{T} = 0{\cdot}113\ C^2G$. Dann ist $T = 6{\cdot}3$ sec; ferner wird

$$K = 10^{-3}\,\mathfrak{H}^2 \cdot \frac{3{\cdot}24}{677} = 2\sqrt{0{\cdot}113 \cdot 0{\cdot}11} = 0{\cdot}22,$$

oder $\mathfrak{H} = 214$ Gauss. Dann ist die Beruhigungsdauer 8·32 sec, ferner für 1 μA der Ausschlag 700 Skalenteile. Hieraus aber folgt $\mathfrak{S}_s = 39$, ist also mehr als doppelt so gross, wie bei der ersten Anordnung.

15. Beschreibung von Spulengalvanometern.

82. Spulengalvanometer mit Zeigerablesung.

Eine wertvolle Eigenschaft, welche die Spulengalvanometer vor den Nadelgalvanometern voraus haben, ist ihre Unempfindlichkeit gegen magnetische Störungen. Darum haben dieselben im Laufe der letzten zehn Jahre

zunächst das Torsionsgalvanometer (§ 56) als Normalinstrument fast vollständig verdrängt. Diese Instrumente, welche 1890 von WESTON zuerst auf den Markt gebracht wurden, seit einer Reihe von Jahren aber ausser von der „European WESTON Electrical Instrument Co." auch von einer Anzahl hervorragender deutscher Firmen in vorzüglicher Ausführung gebaut werden, haben ausserdem noch den Vorzug, dass die Einstellung des Zeigers von selbst erfolgt und, wegen der starken Dämpfung, sofort abgelesen werden kann.

Da diese Instrumente in einer späteren Abteilung dieses Bandes ausführlich behandelt werden, mögen hier nur an der Hand von Fig. 97 die wesentlichen Teile kurz beschrieben werden. Fig. 97 stellt das Magnetsystem und die Spule des Galvanometers von SIEMENS & HALSKE dar, wobei die eine Hälfte des Magnets weggeschnitten gedacht ist, um die Spule besser sichtbar zu machen. Letztere ist aus Manganindraht hergestellt, der auf einen dünnen Metallrahmen aufgewickelt ist. Die Spule ist mittels feiner Stahlzapfen in Steinlöchern gelagert und erhält ihre Richtkraft durch die beiden flachen Spiralfedern aus einem gut federnden, unmagnetischen Material, welche gleichzeitig zur Stromzuführung dienen. Der Magnet ist mit zylindrisch ausgedrehten Polschuhen versehen, und konzentrisch zur Bohrung ist ein Zylinder aus weichem Eisen angebracht, welchen die Spule umfasst. Dadurch wird erreicht, dass das Feld im Innern des ringförmigen Zwischenraumes, in welchem die Vertikalseiten der Spule sich bewegen, radial gerichtet und überall von gleicher Stärke ist (vgl. auch Fig. 96).

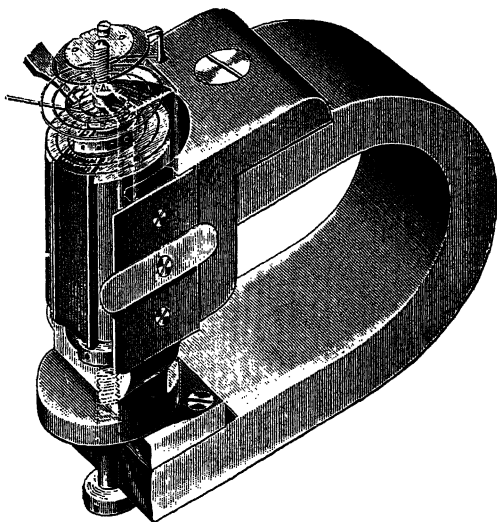



Fig. 97.

Als Ersatz des Torsionsgalvanometers werden diese Instrumente mit Widerständen von 1 Ω und 100 Ω geliefert, wobei der Reduktionsfaktor bezw. 0·001 A (Milliamperemeter) und 0·0001 A pro Skalenteil ist. Die Skala umfasst meist 150 Skalenteile und besitzt eine Länge, welche reichlich 90^0 Centriwinkel entspricht. Anstatt 1 Ω giebt man übrigens jetzt diesen Instrumenten, welche in Verbindung mit passenden Nebenschlüssen zur Strommessung dienen, einen Widerstand von 3 Ω und einen Reduktionsfaktor von 1/3000 Amp., weil für den stärkeren Strom der 1 Ω-Instrumente (bis 0·15 Amp.) die Federn schwer genügend dauerhaft und konstant zu erhalten sind.

83. Spulengalvanometer mit Spiegelablesung.

Will man möglichst hohe Empfindlichkeit erreichen, so wendet man immer die Spiegelablesung an. Im folgenden sollen einige gute Ausführungen von Spulengalvanometern mit Spiegelablesung beschrieben werden, und zwar zunächst das Galvanometer von QUEEN (ETZ 1893, S. 214), Fig. 98. Ein Dreifuss trägt die um einen Zapfen drehbare Hartgummiplatte A, auf welcher das aus 35 Ringen von 2·54 mm Dicke und 115 mm äusserem

Durchmesser bestehende Magnetsystem aufgebaut ist. Diese Ringe haben die Form B; auf dem obersten sitzt das Spiegelgehäuse D mit einem schräg gestellten Fenster (§ 66). Die Spule mit dem Spiegel J hängt in einem 406 mm langen Messingrohr C; sie hat eine langgestreckte Form mit kreisförmigem Querschnitt des Drahtbündels und ist von einem dünnen Aluminiumrohr umhüllt, durch welches eine genügend starke Dämpfung erzeugt wird. Mit dem Aluminiumrohr ist der obere Suspensionsstift, welcher den Spiegel trägt, verbunden, während das Rohr unten durch eine Hartgummischeibe verschlossen ist, in die der untere Suspensionsstift eingeschraubt ist. Die Drahtenden führen zu letzterem und zu dem Aluminiumrohr; die Weiterleitung des Stromes wird unten durch eine Spirale L aus flach gewalztem Phosphorbronzedraht vom Querschnitt 0·15 × 0·0127 mm vermittelt, welche zur Verhütung von Kurzschlüssen von einem Hartgummirohr M umhüllt wird; der untere Befestigungsstift dieser Spirale steht mit einem Platinkontakt E in Verbindung, welcher sich beim Einsetzen des Rohres C an eine Feder anlegt, die mit der einen Klemme des Apparates verbunden ist. Die Stromleitung nach oben übernimmt zunächst das die Spule umhüllende Aluminiumrohr, dann der obere Suspensionsstift und der obere Suspensionsdraht, welcher aus dem gleichen Material besteht und denselben Querschnitt besitzt, wie die Spirale L; der Strom wird alsdann durch das Rohr C dem Magnetsystem zugeführt, mit welchem die zweite Klemme des Galvanometers verbunden ist. Das Instrument besitzt also Körperschluss, was unter Umständen nachteilig sein kann. Das Rohr C wird durch das Spiegelgehäuse und die zylindrische Ausbohrung der Magnete gehalten; dasselbe lässt sich leicht herausnehmen und durch ein anderes ersetzen. — Bei diesem Galvanometer sind besonders das Magnetsystem und die Spulenform als sehr zweckmässig zu bezeichnen. Nach den a. a. O. mitgeteilten Kurven für die Bewegung der Spule ist die Dämpfung bereits etwas zu stark. Die Empfindlichkeit beträgt bei einer aus 694 Windungen eines 0·2 mm starken Kupferdrahtes bestehenden Spule 200 Skt. pro 1 μA bei 1000 Skt. Skalenabstand. Da der Widerstand 178 Ω ist, würde die auf 1 Ω reduzierte Empfindlichkeit sich zu 15 Skt. berechnen; die Reduktion auf die normale Schwingungsdauer von 10 sec lässt sich hier nicht ausführen,

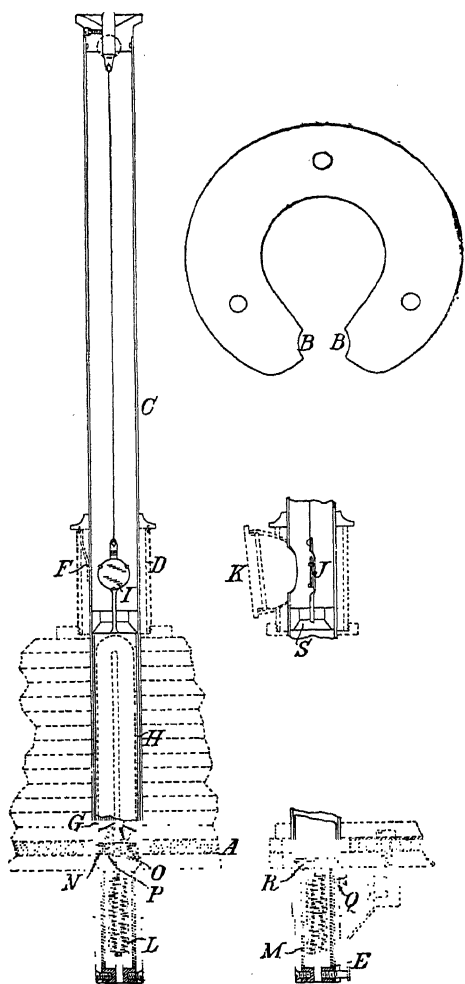
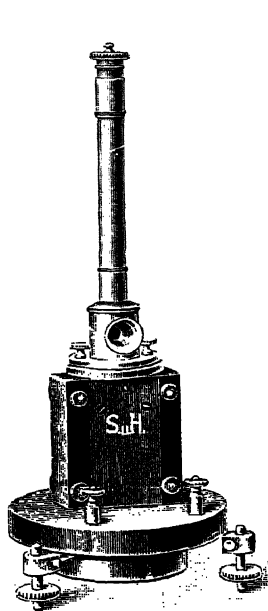
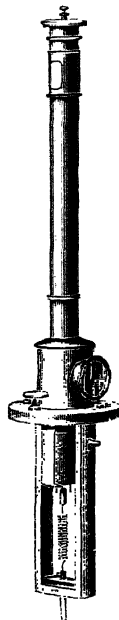



Fig. 98.

weil die Spule zu stark gedämpft ist. Die Zeit für die Einstellung der Spule beträgt 15—20 sec, ist also schon ziemlich gross (vgl. dagegen das Beispiel in § 81).

Fig. 99 stellt das zuerst von SACK (ETZ 1896, S. 587) beschriebene Spulengalvanometer der Firma SIEMENS & HALSKE dar, während Fig. 100 das Suspensionsrohr mit der Spule zeigt. Das Magnetsystem besteht aus 6 hufeisenförmigen Lamellen, welche aufrecht stehen und an welche oben zwei zylindrisch ausgedrehte, schmiedeeiserne Polschuhe angesetzt sind. Die Spule ist rechteckig (Breite:Höhe = 5:6), und ein Zylinder aus weichem Eisen in ihrem Innern dient zur Konzentration des Feldes. Um die Empfindlichkeit ändern zu können, lässt sich bei der einen Form des Instruments über die Pole aussen ein U-förmiges Stück weichen Eisens mittels einer Mikrometerschraube mehr oder weniger weit überschieben, wodurch ein grösserer oder geringerer Teil der Kraftlinien abgelenkt wird; die Empfindlichkeit lässt sich so um ca. 40% ändern. Die Spule ist auf einen durch einen Schlitz unterbrochenen, dünnen Rahmen aus Elektrolytkupfer gewickelt; der Schlitz ist mit Elfenbein ausgefüllt und durch ein Stück Draht von solchem Widerstand überbrückt, dass auch bei offenem Stromkreis eine genügende Dämpfung vorhanden ist. Um aber selbst bei kurz geschlossenem Galvanometer die Dämpfung nicht zu stark werden zu lassen, ist zwischen die Spule und die eine Klemme ein passender Vorschaltwiderstand aus Manganindraht geschaltet. — Das Galvanometer wird mit drei verschiedenen Spulen ausgeführt, einer von etwa 20 oder 40 Ω mit so viel Vorschalwiderstand, dass der Galvanometerwiderstand insgesamt 200 Ω beträgt, einer von etwa 150 Ω und 1000 Ω Gesamtwiderstand, endlich einer von etwa 400 Ω mit ca. 9600 Ω Vorschaltwiderstand, also Galvanometerwiderstand = 10000 Ω. Die Spulen bestehen aus Kupferdraht von 0·05 bezw. 0·15 mm Dicke und sind an Bändern aufgehängt, welche durch Flachwalzen von Phosphorbronzedrähten von 0·05 bezw. 0·07 mm Dicke hergestellt sind. Zur Stromleitung unten dient eine Spirale aus feinem Bronzedraht.

Fig. 99. Fig. 100.

Die Empfindlichkeit des Galvanometers von 200 Ω Widerstand beträgt bei 1000 Skt. Abstand pro 1 μA 40 bezw. 125 Skt., also für 1 Ω Spulenwiderstand $\frac{40}{\sqrt{20}} = 8{\cdot}96$ Skt., für 1 Ω Galvanometerwiderstand aber nur $\frac{40}{\sqrt{200}} = 2{\cdot}83$ Skt. Bei dem zweiten Spulensystem liefert bei 1000 Skt. Abstand 1 μA 400 Skt., also für 1 Ω Spulenwiderstand $\frac{400}{\sqrt{150}} = 32{\cdot}6$ Skt., für 1 Ω Galvanometerwiderstand aber nur $\frac{400}{\sqrt{1000}} = 12{\cdot}6$ Skt. Beim dritten

System endlich erzeugt $1 \mu A$ bei 1000 Skt. Abstand der Skala einen Ausschlag von 1250 Skt., woraus für $1\ \Omega$ Spulenwiderstand sich ergiebt $\frac{1250}{\sqrt{400}}$ $= 62{\cdot}5$ Skt. und für $1\ \Omega$ Galvanometerwiderstand $\frac{1250}{\sqrt{10\,000}} = 12{\cdot}5$ Skt. — Im günstigsten Falle findet SACK die Empfindlichkeit dieser Spulengalvanometer etwa $= \frac{1}{12}$ von derjenigen eines Galvanometers nach RUBENS und DU BOIS, so dass dieselben also nicht in allen Fällen die Nadelgalvanometer ersetzen können.

Ein viertes Instrument wird so eingerichtet, dass man dasselbe nach Belieben mit System 1 oder 3 gebrauchen kann, welche leicht gegeneinander auszuwechseln sind; dasselbe erhält dann zwei Vorschaltwiderstände von etwa 180 und 9600 Ω. Übrigens ist bei jedem dieser Galvanometer noch eine dritte Klemme angebracht, welche mit dem Vereinigungspunkt von Spule und Vorschaltwiderstand verbunden ist, so dass man erforderlichen Falles das Galvanometer auch ohne oder mit einem anderen Vorschaltwiderstand gebrauchen kann; allein meistens dürfte dann, wenigstens bei mit geringem äusseren Widerstand geschlossenem Galvanometer, die infolge der starken Dämpfung sehr langsame Einstellung des Systems als sehr störend empfunden werden; denn diese kann nach den von SACK (a. a. O.) mitgeteilten Kurven alsdann 80 sec und mehr erfordern.

Fig. 101.

Seit 1883 baut auch die Firma Prof. Dr. EDELMANN in München Spulengalvanometer, deren neueste Form Fig. 101 darstellt. Hiernach besteht das Magnetsystem aus einem aufrecht auf einem Dreifuss D befestigten Hufeisenmagnet aus 5 Lamellen; der Magnet sitzt auf einem Konus, mittels dessen sich das Instrument im Dreifuss drehen lässt; die Klemme K dient zum Feststellen. Der ganze die Spule mit dem Eisenkern und den Polschuhen P enthaltende Einsatz lässt sich nach Lösen der Schraube R (Fig. 101) aus dem Hufeisenmagnet herausheben. Die Spule lässt sich mittels der Schraube A arretieren; sie hängt an einem dünnen Phosphorbronzeband, welches am Torsionskopf S befestigt ist und gleichzeitig vermittelst der Klemme H zur Stromzuführung dient; diese wird andererseits unter Zwischenschaltung eines passenden Vorschaltwiderstandes durch die Klemme J bewirkt. Die Einstellung erfolgt nach der Libelle L. Der Spiegel befindet sich innerhalb des drehbaren Gehäuses G. — Die Empfindlichkeit wird zu etwa 2000 Skt. pro $1 \mu A$ bei 1000 Skt. Skalenabstand angegeben.

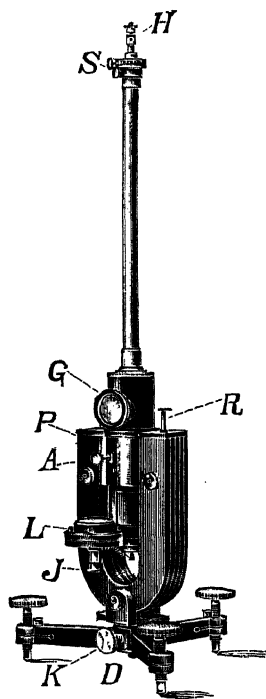



Fig. 102 stellt das Differential-Spulengalvanometer derselben Firma dar. Die Magnete stehen hier ebenfalls vertikal; dieselben sind zylindrisch und oben durch ein Jochstück aus weichem Eisen zu einem Hufeisen verbunden, welches gleichzeitig den Suspensionsstift trägt. Das Feld erhält durch eiserne Polschuhe und einen Zylinder aus weichem Eisen die gehörige Form und Konzentration. Die Stromzuführung wird durch das

Aufhängeband und durch 3 feine Spiralen vermittelt. Die Empfindlichkeit dieses Instrumentes wird zu etwa 150 Skt. pro $1 \mu A$ für jede einzelne Spule angegeben. — Die Firma Edelmann liefert endlich auch transportable Spulengalvanometer, bei denen Fernrohr und Skala mit dem Instrument verbunden sind. Dieselben haben gleichzeitig des konstanten Skalenabstandes wegen den Vorteil, dass der Reduktionsfaktor unveränderlich ist.

Bei dem in Fig. 103 abgebildeten Spulengalvanometer von Hartmann & Braun wird das Magnetsystem aus einem Hufeisenmagneten aus Flachstahl gebildet, an dessen Schenkel zwei zylindrisch ausgedrehte Polschuhe angeschraubt sind. Konzentrisch zu dieser Bohrung ist ein Zylinder aus weichem Eisen befestigt, um ein radial-homogenes Feld zu erzeugen. Der Magnet ruht auf einer kreisförmigen Grundplatte, welche mit drei Stellschrauben versehen ist und die Klemmen, sowie die Arretierungsvorrichtung für die Spule trägt. Das ganze System ist von einem zylindrischen Glasgehäuse umschlossen, das oben mit einer

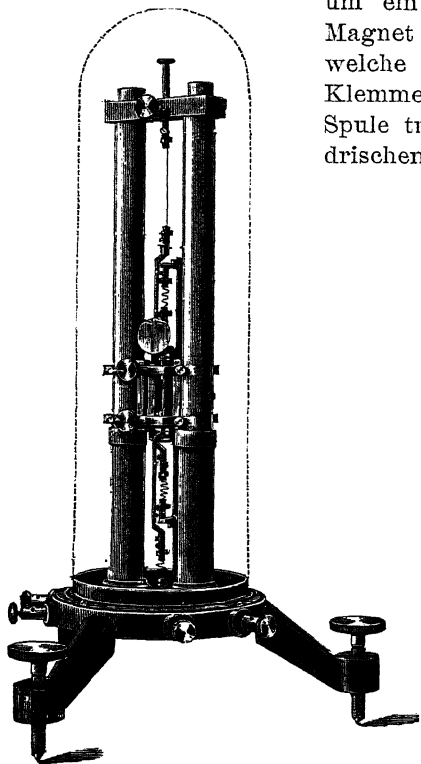
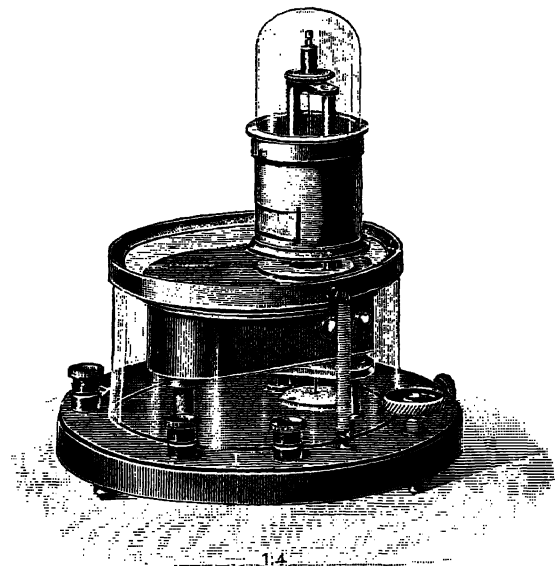



Fig. 102. Fig. 103.

Spiegelglasplatte abgedeckt ist. Eine darunter angebrachte Dosenlibelle dient zum Horizontalstellen des Instruments. Die Spulen sind ohne Rahmen gewickelt und bestehen aus zwei miteinander verbundenen Teilen, von denen der eine mit viel Windungen zum Messen dient, der andere, mit weniger Windungen ausgestattet, durch einen passenden Widerstand kurz geschlossen werden kann, um, wenn erforderlich, eine genügende Dämpfung zu erzeugen. Die Enden der Spulen sind durch Blattsilberstreifen mit den Klemmen verbunden; zur Aufhängung dient ebenfalls ein feines Phosphorbronzeband. Die Messspule wird mit ca. 50 oder 700 Ω Widerstand geliefert. Bei dem Differentialgalvanometer der genannten Firma fällt die Dämpferspule weg; dafür sind die beiden Spulenhälften auf einen Metallrahmen aufgewickelt. — Soll das Galvanometer als ballistisches verwendet werden, so kann ein

mit der Spule verbundener Doppelarm mit kugelförmigen Massen belastet werden, um die Schwingungsdauer zu vergrössern.

Das abgebildete Instrument ist für gewöhnliche Spiegelablesung bestimmt. Der Spiegel hängt in einer leichten Aluminiumfassung und wird von einem Glassturz umhüllt, welcher dem Spiegel gegenüber ein planparalleles Fenster besitzt. Statt dessen kann auch als Spiegelgehäuse Fig. 104 verwendet werden, an welchem ein kleines Ablesefernrohr und rechtwinklig dazu ein Fenster angebracht ist, welchem gegenüber man die Skala in beliebigen Abstand aufstellt. In der Ruhelage bildet demnach die Spiegelebene mit der Fernrohrachse und mit der Verbindungslinie des Spiegel- mit dem Skalenmittelpunkt Winkel von je 45°. — Endlich kann das Instrument auch mit Fernrohr und Skala verbunden geliefert werden, wie das in § 78 abgebildete Nadelgalvanometer. — Die Empfindlichkeit beträgt nach den Angaben der Firma bei 50 Ω Spulenwiderstand etwa 250, bei 700 Ω etwa 700 Skalenteile, woraus sich für die Normalempfindlichkeit (ohne Rücksicht auf die Schwingungsdauer) die Werte $250 : \sqrt{50} = 35$ bezw. $700 : \sqrt{700} = 26{\cdot}5$ Skalenteile ergeben würden. — Diese Instrumente werden übrigens auch als empfindliche Zeigergalvanometer ausgeführt und besitzen als solche bei 50 Ω Spulenwiderstand eine Empfindlichkeit von etwa fünf Skalenteilen für 1 μA.

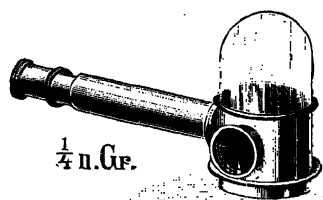



Fig. 104.

Ebenfalls zu den Galvanometern mit feststehendem Magnetsystem gehört endlich noch das Quarzfadengalvanometer von Einthoven (Ann. d. Phys., Bd. XII, 1903, S. 1059 und Bd. XIV, 1904, S. 182), dessen Ausführung die Firma Edelmann übernommen hat. Die Polschuhe des Magnets sind keilförmig zugeschärft und laufen in zwei lange, schmale Flächen aus, die in geringem Abstand einander parallel laufen. In dem starken magnetischen Feld zwischen diesen Polkanten ist ein versilberter Boysscher Quarzfaden lose ausgespannt, durch welchen der zu messende Strom geschickt wird. Infolge der Wirkung des Feldes biegt sich der Faden seitlich aus, und die Bewegung seiner Mitte wird durch ein Mikroskop mit Okularskala beobachtet. Der Widerstand des Fadens beträgt ungefähr 10000 Ω; die Empfindlichkeit soll ebenso gross sein wie bei Spulengalvanometern von gleich hohem Widerstand, während die Einstellung fast momentan erfolgt.

16. Änderung der Empfindlichkeit von Galvanometern durch Nebenschlüsse.

84. Gewöhnliche Schaltung.

Bereits in den §§ 50 und 59 haben wir gesehen, wie man ein Galvanometer durch Parallelschalten passender Nebenschlüsse zur Messung stärkerer Ströme geeignet machen kann. Dasselbe gilt natürlich auch von den in den Abschnitten 13 und 15 beschriebenen Galvanometern. Besonders bei der Verwendung empfindlicher Galvanometer bei den später zu besprechenden Nullmethoden ist es sehr erwünscht und erleichtert die Abgleichung wesentlich, wenn die Empfindlichkeit rasch geändert werden kann. Die

hierzu benutzten Nebenschlüsse sind gewöhnlich nach dem Schema Fig. 105 eingerichtete Widerstandskästen. Das Galvanometer wird bei G_1 und G_2 angeschlossen, der Stromkreis bei K_1 und K_2. Zwischen den mit 0·2, 0·1, 0·01, 0·001 und 0·0001 bezeichneten Mittelklötzen und der Schiene $G_2 K_2$ liegen Widerstände vom Betrage $\frac{1}{4}\, g$, $\frac{1}{9}\, g$, $\frac{1}{99}\, g$, $\frac{1}{999}\, g$ und $\frac{1}{9999}\, g$, welche durch Einstecken eines konischen Messingstöpsels in das entsprechende Loch dem Galvanometer mit dem Widerstande g parallel geschaltet werden. Durch Einsetzen in das Loch zwischen G_1 und G_2 wird das Galvanometer kurz geschlossen.

85. Schaltung von Siemens & Halske.

Bei Spulengalvanometern hat die soeben beschriebene Anordnung den Nachteil, dass sich der im Galvanometerkreis vorhandene Widerstand und damit auch die Dämpfung des beweglichen Systems ändert. Beträgt nämlich der Widerstand des bei K_1 und K_2 angesetzten Stromkreisstückes r, so ist der Gesamtwiderstand ohne Stöpsel $R = r + g$, bei Stöpsel in 0·01 nur noch $= r \cdot \frac{g}{99\, r + g} + g$, bei Stöpsel in 0·0001 $= r \cdot \frac{}{9999\, r + g} + g$. Es kann dabei leicht der Fall eintreten, dass das Galvanometer zwar bei voller Empfindlichkeit passend gedämpft ist, bei verminderter aber wegen zu ge-

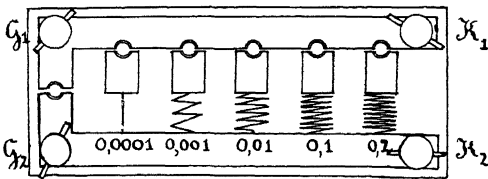
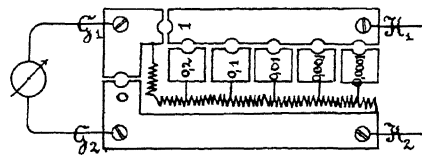



Fig. 105. Fig. 106.

ringen Widerstandes eine zu starke Dämpfung besitzt und infolgedessen kriecht. Diesen Übelstand vermeidet die von SACK beschriebene Schaltung von SIEMENS & HALSKE, Fig. 106. Zwischen G_1 und K_2 liegt dauernd ein im Vergleich zu g grosser Widerstand w (für ein Galvanometer, dessen Widerstände $g = 400\ \Omega$ ist, beträgt beispielsweise w etwa 30000 Ω). Infolgedessen ist allerdings die Stromstärke im Galvanometer auch bei Stöpsel in 1 etwas geringer als zwischen den Klemmen K_1 und K_2, und zwar ist

$$w$$

$$w \cdot$$

bei im Vergleich zu g grossem w macht dies aber nur sehr wenig aus (bei obigen Widerstandswerten z. B. nur 1·3 %). Richtet man es nun so ein, dass zwischen dem mit $\frac{1}{n}$ bezeichneten Mittelklotz und K_2 der Widerstand $\frac{1}{n}\, w$ liegt, so ist beim Einsetzen des Stöpsels in das entsprechende Loch

$$i'_g = \frac{n}{w + g}\, i = \frac{1}{n}\, i_g$$

86. Schaltung von Volckmann.

Bei der soeben besprochenen Anordnung ist nur erreicht, dass der Widerstand im Galvanometerkreis bei offenem Stromkreis, d. h. für $r = \infty$, den konstanten Wert $g + w$ besitzt. Allgemein erhält man dafür den Wert

$$G = g + \frac{n-1}{n} w + \frac{\frac{1}{n} w r}{\frac{1}{n} w + r} = g + \frac{n-1}{n} w + \frac{w}{n + \frac{w}{r}}.$$

Dagegen kann man nach Volkmann (Ann. d. Phys., Bd. X, 1903, S. 217) drei Widerstände, x, y und z, mit den Widerständen des äusseren Schliessungsbogens r und des Galvanometers g stets so kombinieren, dass

1. durch das Galvanometer nur $\frac{1}{n}$ des in r fliessenden Gesamtstromes hindurchgeht;
2. der Gesamtwiderstand G für das Galvanometer konstant ist;
3. der Gesamtwiderstand R für den äusseren Stromkreis konstant ist.

Die Kombination der fünf Widerstände erfolgt nach dem Schema Fig. 107, und die obenstehenden drei Bedingungen geben für die Unbekannten x, y und z folgende drei Gleichungen:

1. $$\frac{i}{i_g} = n = \frac{y + z + g}{y},$$

2. $$z + g + \frac{y(r + x)}{y + r + x} = G,$$

3. $$r + x + \frac{y(z + g)}{y + z + g} = R.$$

Die dritte Gleichung lässt sich mit Rücksicht auf 1. auch schreiben:

4. $$n(r + x) + z + g = nR.$$

Subtrahiert man dies von 2., so erhält man

5. $$\frac{y(r + x)}{y + r + x} = G - nR + n(r + x).$$

Ferner ist nach 3. und 1.:

$$r + x = R - \frac{1}{n}(z + g) = R - \frac{n-1}{n} y.$$

Setzt man dies in 5. ein, so erhält man schliesslich:

$$y = \frac{nRG}{n^2 R - G}.$$

Die Werte R und G können bei gegebenem r und g beliebig gewählt werden; es müssen nur für x, y, z positive Werte herauskommen. Am einfachsten ist es, $R = G$ zu nehmen, in welchem Falle

$$y = \frac{n}{n^2 - 1} G; \; x = \frac{n}{n+1} G - r; \; z = \frac{n}{n+1} G - g \text{ wird.}$$

Volkmann ordnet die Widerstandskästen nach dem Schema Fig. 108 an, wobei die rechten drei Widerstände x, y, z für $n = 10$, die mittelsten für

$n = 100$, die linken für $n = 10000$ berechnet sind. Mit Hilfe dreier Stöpsel erhält man alsdann folgende Werte von n:

Stöpsel in			n
2	4	6	1
1	4	6	10
2	3	6	10^2
1	3	6	10^3
2	4	5	10^4
1	4	5	10^5
2	3	5	10^6
1	3	5	10^7

In dieser Form werden die VOLKMANNschen Nebenschlüsse von der Firma GANS & GOLDSCHMIDT in Berlin geliefert; dieselben haben den Vorteil, dass man mit wenig Widerständen eine grosse Zahl von Empfindlich-

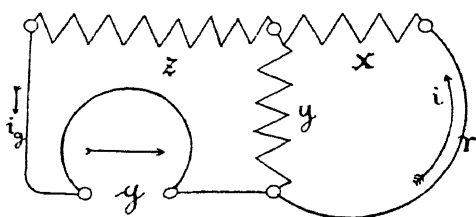



Fig. 107.

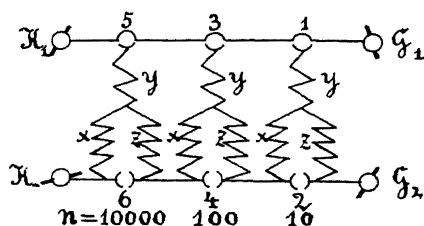



Fig. 108.

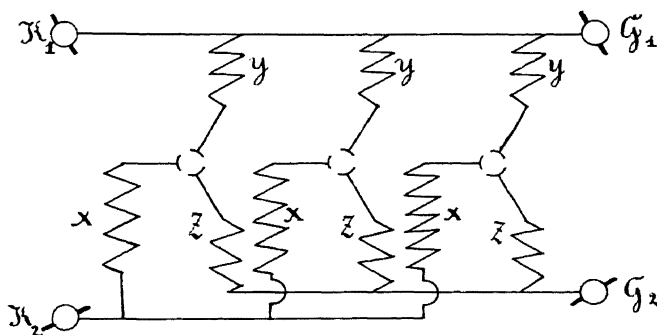



Fig. 109.

keitsänderungen herbeiführen kann, erfordern dazu aber drei Stöpsel. Die Schaltung Fig. 109 erfordert für jede Empfindlichkeit nur einen Stöpsel, dafür aber mehr Widerstände.[1]) Hätte man etwa ein Spiegelgalvanometer, und betrüge der Messbereich nach beiden Seiten 200 Skalenteile, wobei aber der Genauigkeit wegen nur das Intervall von 50—200 benutzt werden soll,

1) In Wirklichkeit sind die Widerstände x und z, welche ziemlich gross werden, so geschaltet, dass die grösseren Werte aus den kleineren durch Zusatzwiderstände gebildet werden, wodurch bedeutend an Material gespart werden kann.

so würde man n die Werte 1, 4, 16, 64, 256 zu geben haben und erhielte für die x, y, z nachstehende Tabelle:

n	x	y	z
1	$\frac{1}{2}\,G - r$	∞	$\frac{1}{2}\,G - g$
4	$\frac{4}{5}\,G - r$	$\frac{4}{15}\,G$	$\frac{4}{5}\,G - g$
16	$\frac{16}{17}\,G - r$	$\frac{16}{255}\,G$	$\frac{16}{17}\,G - g$
64	$\frac{64}{65}\,G - r$	$\frac{64}{4095}\,G$	$\frac{64}{65}\,G - g$
256	$\frac{256}{257}\,G - r$	$\frac{256}{65535}\,G$	$\frac{256}{257}\,G - g$
	$G - r$		$G -$

III. Die Elektrodynamometer und Stromwagen.

17. Die Spiegel-Elektrodynamometer.

87. Einrichtung und Theorie des Spiegel-Elektrodynamometers.

Ersetzt man bei einem Spulengalvanometer den das feststehende, magnetische Feld erzeugenden Stahlmagnet durch eine von einem elektrischen Strom durchflossene, fest aufgestellte Spule, so verwandelt sich dasselbe in ein Elektrodynamometer (Wilhelm Weber, 1837). Durch die Feldspule kann man dabei entweder denselben Strom schicken, wie durch die bewegliche, wie dies z. B. bei dem von Wilhelm Weber zur absoluten Messung der Stromstärke benutzten Elektrodynamometer geschah, oder man kann durch beide Spulen verschiedene Ströme leiten.

Die Achse der beweglichen Spule ist im stromlosen Zustand auf derjenigen der feststehenden rechtwinklig und wird durch bifilare oder unifilare Aufhängung in dieser Lage erhalten, während durch die Wirkung der Ströme allein die beiden Achsen parallel gerichtet werden würden. Durch die Wirkung der Ströme wird also die bewegliche Spule aus ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage so weit abgelenkt, dass sich die beiden entgegengesetzt wirkenden Drehungsmomente gerade das Gleichgewicht halten.

Nehmen wir zunächst an, das Feld $\mathfrak{H}$ der feststehenden Spule sei an der Stelle, wo sich die bewegliche befindet, homogen, es sei ferner f die Windungsfläche und i die Stromstärke der beweglichen Spule, so ist in der ursprünglichen Gleichgewichtslage das auf die letztere ausgeübte Drehungsmoment $= \mathfrak{H} f i$ (§ 79), somit bei einer Ablenkung um den Winkel $\alpha = \mathfrak{H} f i \cos \alpha$. Hierin kann man, wenn J die Stromstärke in der feststehenden Spule ist, $\mathfrak{H} = cJ$ setzen, und c ist bei homogenem Feld eine Konstante, bei nicht homogenem aber eine Funktion des Winkels α, um welchen die bewegliche Spule aus ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage abgelenkt worden ist. Das Drehungsmoment der Ströme besitzt sonach die Form: $cfJi \cos \alpha$.

Bei der von Wilhelm Weber ursprünglich angewendeten bifilaren Aufhängung an zwei parallelen Drähten, welche zugleich die Stromzuführung vermittelten, kann bei kleinen Ablenkungswinkeln aus der ursprünglichen Gleichgewichtslage, in welcher beide Drähte in einer Ebene liegen, das

Drehungsmoment der Aufhängung $= D \sin a$ gesetzt werden, wo D eine Konstante ist. Die Gleichgewichtsbedingung für die bewegliche Spule lautet alsdann:

$$c f J i \cos a = D \sin a,$$

oder es ist:

$$J i \quad \frac{D}{c f} \tan a = C \tan a.$$

C ist der Reduktionsfaktor des Instruments und eine Konstante. sobald das Feld der feststehenden Spule homogen ist. Andernfalls ist C eine Funktion von a, ähnlich wie dies beim Reduktionsfaktor der Tangentenbussole der Fall war, wenn die Nadellänge gegen den Halbmesser des Stromringes nicht vernachlässigt werden darf (§ 48).

Ist insbesondere $i = J$, so erhält man für J die Beziehung:

$$J = \sqrt{C} \; \sqrt{\tan a}.$$

Da die Stromumkehr in beiden Spulen die Richtung des Drehungsmomentes des Stromes ungeändert lässt, ist das Instrument besonders auch zur Messung von Wechselströmen geeignet.

Statt der bifilaren wird bei den neueren Konstruktionen allgemein die unifilare Aufhängung angewendet. Dann lautet die Gleichgewichtsbedingung:

$$c f J i \cos a = D a,$$

oder es ist:

$$J i = C \cdot \frac{a}{\cos a}.$$

Bei Anwendung von Spiegelablesung ist, wie bereits in § 79 gezeigt wurde, zwischen beiden Aufhängungsarten praktisch kein Unterschied zu bemerken. Für das Spiegel-Elektrodynamometer ergiebt sich somit die Gleichung:

$$J i = \frac{C}{2 A} \left(1 - \zeta \frac{s^2}{A^2}\right) s,$$

wo bei der bifilaren Aufhängung $\zeta = \frac{6}{24}$, bei der unifilaren $\zeta = \frac{5}{24}$ ist. Man kann hiernach beim Spiegel-Elektrodynamometer, genau wie beim Spiegelgalvanometer, durch Vergrösserung von A den Reduktionsfaktor verkleinern, d. h. die Empfindlichkeit vergrössern, und umgekehrt. Setzt man

$$\frac{C}{2A} \left(1 - \zeta \frac{s^2}{A^2}\right) = C_{A,s},$$

so wird schliesslich:

$$J i = C_{A,s} \, s$$

und, wenn $i = J$ ist:

$$J = \sqrt{C_{A,s}} \; \sqrt{s}.$$

Bei den meisten Spiegel-Elektrodynamometern ist übrigens $C_{A,s}$ innerhalb des üblichen Skalenbereichs sehr nahe konstant.

Obgleich das Elektrodynamometer hauptsächlich als Wechselstrommessinstrument Anwendung findet, wobei andere magnetische Felder

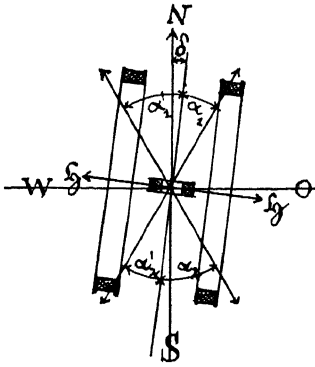
88. Eichung eines Spiegelelektrodynamometers mit Gleichstrom.

als dasjenige der feststehenden Spule, soweit sie von konstanter Grösse und Richtung sind, also insbesondere das magnetische Feld der Erde, ohne Einfluss auf die Messungen sind, so geschieht doch die Bestimmung seines Reduktionsfaktors C oder seine Eichung stets mit Hilfe von Gleichstrom. Selbst für den Fall aber, dass man von vornherein das Instrument so orientiert hat, dass in der Nulllage der beweglichen Spule die Horizontalkomponente auf dieselbe kein Drehungsmoment ausüben würde, wird doch ein solches auftreten müssen, sobald infolge der Wechselwirkung der Ströme die bewegliche Spule aus dieser Gleichgewichtslage abgelenkt wird. Um den Einfluss des Erdmagnetismus zu beseitigen, bedarf es alsdann vier Messungen, wobei der Strom sowohl in der festen als auch in der beweglichen Spule kommutiert wird; dabei dient die erstere Kommutierung, wie bei der Tangentenbussole (§ 53), zur Beseitigung des Einflusses eines etwa vorhandenen kleinen Orientierungsfehlers δ. Sind nämlich (Fig. 110) α_1 und α_1' die Ablenkungswinkel der beweglichen Spule aus ihrer Gleichgewichtslage, wenn ihre magnetische Achse nach N, diejenige der feststehenden Spule aber nach O bezw. nach W gerichtet ist, so ist (Bifilaraufhängung vorausgesetzt):

Fig. 110.

$$c\,f\,J\,i\cos\alpha_1 = D\sin\alpha_1 + H\,f\,i\sin(\alpha_1 + \delta)$$

und

$$c\,f\,J\,i\cos\alpha_1' = D\sin\alpha_1' + H\,f\,i\sin(\alpha_1' - \delta).$$

Hieraus aber folgt, genau wie früher bei der Tangentenbussole, wenn δ ein kleiner Winkel ist:

$$J\,i \quad \left(C + \frac{H}{c}\,i\right)\tan\frac{\alpha_1 + \alpha_1'}{2},$$

wobei wieder $\frac{D}{cf} = C$ gesetzt worden ist. Ebenso erhält man aus den beiden entsprechenden Ablenkungen α_2 und α_2', welche man erhält, wenn die magnetische Achse der beweglichen Spule nach S, diejenige der festen nach O bezw. W gerichtet ist, die Gleichungen:

$$c\,f\,J\,i\cos\alpha_2 = D\sin\alpha_2 - H\,f\,i\sin(\alpha_2 - \delta)$$

und

$$c\,f\,J\,i\cos\alpha_2' = D\sin\alpha_2' - H\,f\,i\sin(\alpha_2' + \delta),$$

woraus folgt:

$$J\,i = \left(C - \frac{H}{c}\,i\right)\tan\frac{\alpha_2 + \alpha_2'}{2}.$$

Sind nun s_1, s_1', s_2, s_2' die entsprechenden vier Skalenausschläge, und setzt man $\frac{s_1 + s_1'}{2} = S_1$ und $\frac{s_2 + s_2'}{2} = S_2$, so hat man genügend genau:

$$\tan\frac{\alpha_1 + \alpha_1'}{2} - \frac{S_1}{2A}\left(1 - \frac{1}{4}\frac{S_1^2}{A^2}\right) \text{ und } \tan\frac{\alpha_2 + \alpha_2'}{2} = \frac{S_2}{2A}\left(1 - \frac{1}{4}\frac{S_2^2}{A^2}\right).$$

Setzt man diese Werte ein und führt anstatt $\frac{C}{2A}\left(1 - \frac{1}{4}\frac{S^2}{A^2}\right)$ die Grösse $C_{A,S}$ ein, so erhält man:

$$\frac{Ji}{S_1} = C_{A,S_1} + \frac{H}{c}\frac{i}{2A}\left(1 - \frac{1}{4}\frac{S_1^2}{A^2}\right)$$

und

$$\frac{Ji}{S_2} = C_{A,S_2} - \frac{H}{c}\frac{i}{2A}\left(1 - \frac{1}{4}\frac{S_2^2}{A^2}\right)$$

also, da S_1 und S_2 einander sehr nahe gleich sind, so dass $\frac{1}{4}\frac{S_1^2 - S_2^2}{A^2}$ gegen 1 immer vernachlässigt werden kann:

$$Ji\left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}\right) = C_{A,S_1} + C_{A,S_2}.$$

Setzt man ferner $S = \frac{S_1 + S_2}{2}$, so ist ohne merklichen Fehler $C_{A,S_1} = C_{A,S_2} = C_{A,S}$; ferner ist

$$\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} = \frac{2S}{S_1 S_2} = \frac{2}{S},$$

da für zwei nahezu gleiche Grössen das geometrische gleich dem arithmetischen Mittel gesetzt werden darf. Wir erhalten somit schliesslich:

$$C_{A,S} = \frac{Ji}{S},$$

wo $S = \frac{s_1 + s_1' + s_2 + s_2'}{4}$ das arithmetische Mittel aus den vier Skalenausschlägen (ohne Rücksicht auf das Vorzeichen derselben) ist. Vorausgesetzt ist hierbei, dass das Instrument möglichst genau so orientiert sei, dass im unabgelenkten Zustande die magnetische Achse der beweglichen Spule parallel zum magnetischen Meridian liegt.

89. Spiegel-Elektrodynamometer für schwache Ströme.

Von den zum Nachweis sehr schwacher Ströme bestimmten Elektrodynamometern sei zunächst dasjenige von F. Kohlrausch genannt, welches von der Firma Hartmann & Braun in der aus Fig. 111 ersichtlichen Form ausgeführt wird. Ein Dreifuss mit Stellschrauben trägt die beiden feststehenden Spulen, auf welche wiederum das gläserne Suspensionsrohr aufgesetzt ist, das oben einen Torsionskopf trägt. Die in Fig. 112 im doppelten Massstabe der Hauptfigur abgebildete bewegliche Spule hängt an einem dünnen Phosphorbronzedraht oder

Fig. 111.

Fig. 112.

-band. Auf ihrer Vorderseite ist der Spiegel, auf der Rückseite ein Gegengewicht für denselben befestigt. Unten trägt sie an einem Platinstab ein mit Platinmoor überzogenes Platinblech, welches in das mittels Bajonettverschlusses am Dreifuss befestigte Glasgefäss eintaucht und darin von einem U-formig gebogenen, ebenfalls mit Platinmoor überzogenen Platinblech umfasst wird; das Gefäss wird mit verdünnter (15 $^0/_0$) Schwefelsäure gefüllt. Hierdurch wird nun einmal die Weiterleitung des Stromes vermittelt, andererseits eine wirksame Dämpfung erzeugt. Die bewegliche Spule ist aus Elfenbein hergestellt; zur Erhöhung der Empfindlichkeit kann in die zentrale

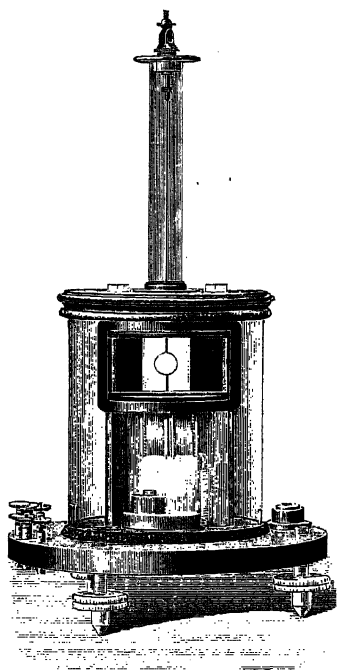
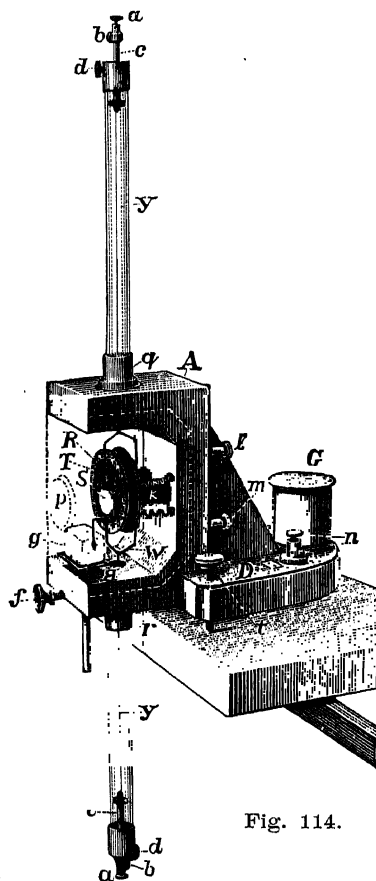



Fig. 113.

Fig. 114.

Bohrung derselben ein Bündel dünner, weicher Eisendrähte geschoben werden. Die feststehenden Spulen sind auf ein geschlitztes Messingrohr mit Flanschen aus Hartgummi gewickelt; diese beiden Spulen lassen sich entweder hintereinander oder parallel schalten. Bei Hintereinanderschaltung aller drei Spulen, wobei der Widerstand des Instruments etwa 120 Ω ist, und mit eingelegtem Eisendrahtbündel ergiebt sich bei 1000 Skalenteilen Skalenabstand die Stromstärke aus der Gleichung:

$$i = 0{\cdot}000\,07\,\sqrt{s}.$$

Fig. 113 stellt das Spiegel-Elektrodynamometer der Firma Siemens & Halske in seiner neuesten Form dar, welche eine Verbesserung des ursprünglich von Frölich entworfenen Instruments ist. Zur Vermeidung des Auftretens von Wirbelströmen bei Wechselstrommessungen sind Metallteile in der Nähe der

Spulen möglichst vermieden. Die bewegliche Spule besitzt die von FRÖLICH zuerst angewandte Kugelform und ist am unteren Ende mit einer Luftdämpfung versehen. Die Stromzuführung wird einerseits durch den Aufhängedraht, andererseits durch eine feine Spirale aus Metallband bewirkt. Auch bei diesem Instrument lässt sich in Fällen, wo daraus keine anderen Nachteile erwachsen, die Empfindlichkeit durch Einlegen von dünnen Eisendrähten in die bewegliche Spule erhöhen.

90. Spiegel-Elektrodynamometer für stärkere Ströme.

Für stärkere Ströme und vorwiegend für technische Zwecke bestimmt sind die von FRIESE (ETZ 1893, S. 209) und vom Verfasser (ETZ 1900, S. 788) beschriebenen Spiegel-Elektrodynamometer. Das FRIESEsche Instrument, welches von der Firma Prof. Dr. EDELMANN in München hergestellt wird, ist in Fig. 114 abgebildet. Um bei Wechselstrommessungen Störungen durch Wirbelströme möglichst auszuschliessen, besteht der Körper des Instruments aus einem Holzrahmen A; derselbe sitzt seitlich an einer hölzernen Grundplatte D mit drei Stellschrauben t und ist durch das Gegengewicht G balanciert. — Die feststehende Spule ist aus Hartgummi hergestellt und enthält drei Windungssysteme, die an den Klemmen l, m und n endigen, eins von 7 Windungen aus Kupferdraht für Ströme bis zu etwa $1^1/_2$ A, ein zweites von 34 Windungen für Ströme bis etwa $^1/_2$ A und ein drittes von 172 Windungen für Ströme bis etwa 0·01 A; die letzten beiden sind aus Manganindraht hergestellt. — Die bewegliche Spule hat die Form eines länglichen Rechtecks und besteht nur aus einer einzigen Lage dünnen Manganindrahtes, welcher auf ein Gehäuse aus schellackiertem Kartonpapier gewickelt ist. Sie wird von zwei dünnen, je 28 cm langen Platinsilberdrähten y oben und unten gehalten, welche von gläsernen Suspensionsrohren umschlossen sind; das Ende des unteren Drahtes ist an einer Spiralfeder aus hartgezogenem Neusilberdraht befestigt, um für beide Drähte eine konstante Spannung zu erhalten. Zur Stromzuführung dienen die beiden Klemmen a. — An der vorderen Langseite der beweglichen Spule ist der Spiegel S befestigt, welchem gegenüber das umschliessende Gehäuse ein Fenster P aus Planglas besitzt. Ausserdem ist unten an der beweglichen Spule ein Dämpferflügel befestigt, dessen Ende in einen Glastrog g mit Paraffinöl eintaucht.

Das FRIESEsche Spiegel-Elektrodynamometer eignet sich zu den verschiedenartigsten Messungen, besonders zur Bestimmung von Stromstärke, Spannung und Leistung von Wechselströmen innerhalb sehr weiter Grenzen, ist aber nicht transportabel und deshalb nur bei fester Aufstellung im Laboratorium zu verwenden. Um ein transportables Universalinstrument zur Messung von Stärke, Spannung und Leistung von Wechselströmen innerhalb weiter Grenzen zu erhalten, welches auch ausserhalb des Laboratoriums sich bequem verwenden lässt, hat der Verfasser das in Fig. 115 dargestellte Instrument konstruiert. Der Körper desselben besteht aus einem bei ca. 120° mit Paraffin vollständig getränkten, rechteckigen Holzklotz, welcher in einer zylindrischen Bohrung die beiden feststehenden Spulen aufnimmt. Dieselben enthalten je zwei Windungssysteme, eins mit je 15·5 Windungen aus 0·4 mm dickem, 12 mm breitem Manganinband, von 2 cm mittlerem Windungshalbmesser (Widerstand zusammen ca. 0·4 Ω), und darüber ein zweites mit je 1820 Windungen aus 0·2 mm starkem Kupferdraht von 6·3 cm mittlerem Windungshalbmesser (Widerstand zusammen ca. 400 Ω). Die Mittelebenen der Spulen sind 2 cm voneinander entfernt, besitzen also für die dicken Windungen die günstigste Entfernung zur Er-

zeugung eines möglichst ausgedehnten homogenen Feldes (§ 52). Die bewegliche Spule ist ebenfalls aus Hartgummi hergestellt und enthält 140·5 Windungen aus 0·2 mm starkem Manganindraht, welcher zweifach parallel geschaltet ist (mittlerer Durchmesser 1·4 cm, Widerstand ca. 37 Ω); dieselbe wird von zwei 12 cm langen, 0·1 mm dicken Phosphorbronzedrähten oben und unten gehalten. Der untere Suspensionsdraht ist an einer die Spannung regulierenden Spiralfeder aus hart gezogenem Messingdraht befestigt, während der obere an einem durch Schnecke und Schneckenrad fein einstellbaren Torsionskopf sitzt. Die messingenen Suspensionsrohre sind mittels Flanschen auf den Holzkörper aufgeschraubt und vermitteln gleichzeitig die Stromleitung. Das untere Suspensionsrohr ist seitlich durchbrochen, und über dasselbe wird ein zweites Rohr geschoben und mit Bajonettverschluss daran

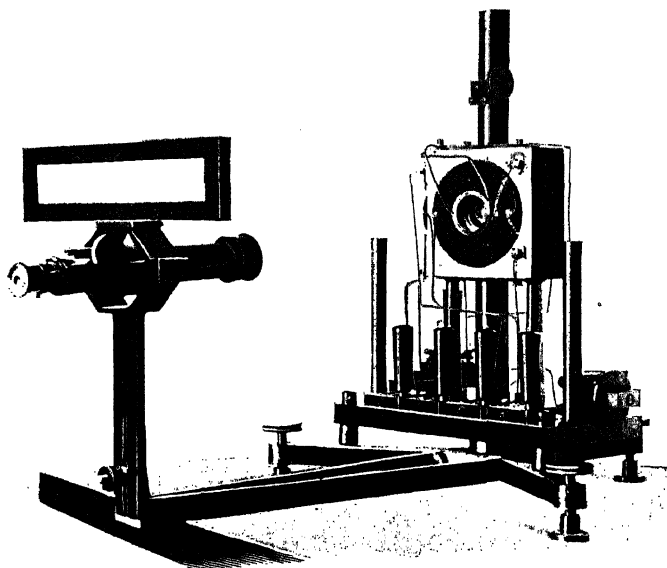



Fig. 115.

befestigt, welches mit Paraffinöl gefüllt ist. In letzteres tauchen zwei an der beweglichen Spule befestigte Dämpferflügel ein. Von den beiden feststehenden Spulen trägt die hintere eine Arretierungsvorrichtung für die bewegliche Spule, die vordere, auf der Spiegelseite befindliche ein schräg gestelltes Fenster aus einer planparallelen Glasplatte. — Der Holzkörper ruht mittels zweier Säulen zunächst auf einer Grundplatte aus Hartgummi, welche ihrerseits mittels dreier Schrauben auf einem Messingdreifuss sich befestigen lässt. Beim Transport wird dieselbe losgeschraubt und das Instrument in einem besonderen Transportkasten untergebracht. Am Dreifuss ist ein Arm angeschraubt, der am anderen Ende Fernrohr und Skala trägt; ein Gegengewicht auf dem gegenüberstehenden Arm des Dreifusses dient zur Herstellung des stabilen Gleichgewichts; eine auf demselben Arm angebrachte Dosenlibelle dient zum Einstellen des Instruments. Der Fernrohrträger lässt sich ebenfalls leicht abschrauben und nebst dem Dreifuss, dem Fernrohr und der Skala, sowie einem für Drehstrommessungen zu benutzenden Umschalter in einem besonderen Transportkasten verpacken. An letzteren lassen sich

drei hölzerne Füsse anschrauben, so dass dieser Kasten gleichzeitig als Tisch für das Instrument benutzt werden kann. — Der Skalenabstand beträgt etwa 40 cm. Die Skala ist eine Hartmann & Braunsche Milchglasskala und von der Mitte aus jederseits mit 200 Teilstrichen von $^1/_2$ mm Intervall versehen. Danach beträgt der grösste noch messbare Ablenkungswinkel etwa 6^0 nach jeder Seite. Die Vergrösserung des Fernrohrs ist etwa eine sechsfache, so dass die Skalenteile ungefähr in der Grösse eines Millimeters erscheinen. —

Auf der Grundplatte befinden sich ausser dem Dynamometer die drei Klemmen K_1, K_2 und K_3 (Fig. 116), ein Ersatzwiderstand für die dickdrähtigen, feststehenden Windungen und ein bifilar gewickelter Zusatzwiderstand für die bewegliche Spule, welcher den Widerstand derselben auf 1000 Ω ergänzt; ferner ein Kommutator[1]) für die bewegliche Spule, und endlich ein Stöpselumschalter mit vier Stöpseln. Ein fünfter Stöpsel dient zum Kurzschliessen der Klemmen K_1 und K_2. Die Verbindungen sind in Fig. 116 angedeutet und gestatten folgende Messungen:

S t r o m s t ä r k e: die vier Stöpsel stecken in den mit *St* bezeichneten Löchern. Die bewegliche Spule liegt parallel zu den 31 Windungen der fest-

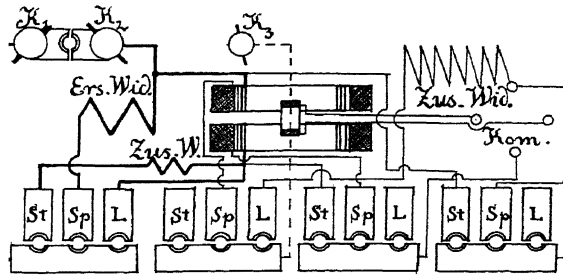



Fig. 116.

stehenden, ein Zusatzwiderstand bewirkt, dass der Widerstand zwischen den Klemmen K_1 und K_2 derselbe bleibt, wie ohne Parallelschaltung der beweglichen Spule. Die zweite Gruppe von feststehenden Windungen ist unterbrochen.

S p a n n u n g: die vier Stöpsel stecken in den mit *Sp* bezeichneten Löchern. Die bewegliche Spule ist hinter die feststehenden von 3640 Windungen geschaltet, die Enden beider liegen an den Klemmen K_1 und K_3. Zwischen K_1 und K_2 liegt anstatt der feststehenden Spule von 31 Windungen, welche unterbrochen ist, der Ersatzwiderstand.

L e i s t u n g: die vier Stöpsel stecken in den mit *L* bezeichneten Löchern. Zwischen den Klemmen K_1 und K_2 liegen die beiden feststehenden Spulen von 31 Windungen, während die bewegliche Spule mit davorgeschaltetem Widerstand zwischen K_1 und K_3 liegt. Die feststehenden Spulen von 3640 Windungen sind unterbrochen. Eine von zwei Hartgummisäulen getragene Glas-

1) Was die Konstruktion dieses Kommutators betrifft, so sei hier besonders darauf aufmerksam gemacht, dass derselbe immer so eingerichtet sein muss, dass e r s t die Verbindung mit Klemme K_3, d. h. mit dem Vorschaltwiderstand, dann erst die Verbindung mit Klemme K_1 gelöst wird, da andernfalls bei Messungen an Hochspannungsanlagen, wie leicht zu ersehen, hohe Spannungsunterschiede im Instrument entstehen würden, was leicht zu Beschädigungen desselben führen könnte.

platte verhindert die unbeabsichtigte Berührung der Verbindungsdrähte bei Messungen an Hochspannungsanlagen.

Der Messbereich des Instruments erstreckt sich unmittelbar bis etwa 2·5 A und 30 V; derselbe kann für die Stromstärke durch Nebenschlüsse aus Manganinblech von $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{19}$, $\frac{1}{49}$, $\frac{1}{99}$ und $\frac{1}{199}$ des Widerstandes zwischen den Klemmen K_1 und K_2 (nebst den Zuleitungen) bis 500 A, für die Spannung durch Vorschaltwiderstände (vor Klemme K_3 anzusetzen) dem Bedarf entsprechend erweitert werden.

Die Eichung dieser Spiegel-Elektrodynamometer geschieht immer mit Gleichstrom (§ 88); dabei eicht man ein Wattmeter am besten so, dass man durch die feststehenden Spulen den maximalen Strom schickt und die Stromstärke in der beweglichen Spule ändert, weil so äussere magnetische Störungen den geringsten Einfluss besitzen. Bei Messungen an Starkstromanlagen muss man darauf achten, dass das Feld der feststehenden Spulen nicht durch andere Felder störend beeinflusst werde. Ob dies der Fall ist, erkennt man, wenn man bei der Schaltung für Leistungsmessung den Stromkreis durch den Stöpsel zwischen K_1 und K_2 kurz schliesst. Ein fremdes, störendes Feld äussert sich alsdann dadurch, dass beim Schliessen der beweglichen Spule Ausschläge derselben entstehen.

18. Die Torsions- und Zeiger-Elektrodynamometer.

91. Theorie und Eichung der Torsions-Elektrodynamometer.

Bei den zuerst von SIEMENS & HALSKE gebauten Torsions-Elektrodynamometern wird der bewegliche Stromkreis durch Torsion einer Feder stets wieder in dieselbe Lage gegen den feststehenden gebracht, so dass also das Drehungsmoment der beiden Stromkreise aufeinander durch $c\,J\,i$ dargestellt wird, wo c eine Konstante ist. Dieses Drehungsmoment der Ströme wird durch das entgegengesetzt wirkende der tordierten Feder ausgeglichen, welches dem Torsionswinkel α proportional ist. Für diese Art von Instrumenten ist somit:

$$J\,i = C\,\alpha,$$

wobei C den Reduktionsfaktor des Instruments bezeichnet.

Wie beim Torsionsgalvanometer (§ 56) kann die Torsion der Feder immer nur nach einer Richtung erfolgen, und die entgegengesetzte Drehung des Torsionskopfes wird durch einen Stift verhindert, an welchen sich der Zeiger anlegt. Man muss deshalb bei der Eichung solcher Instrumente, welche ebenfalls, wie bei den Spiegel-Elektrodynamometern, mit Gleichstrom ausgeführt wird, immer gleichzeitig den Strom in beiden Spulen umkehren.

Richtet man es so ein, dass in der Gleichgewichtslage die magnetische Achse des beweglichen Systems genau in den magnetischen Meridian fällt, so hat der Erdmagnetismus auf die Messung gar keinen Einfluss. Ist aber in dieser Beziehung ein Orientierungsfehler δ vorhanden, so erhält man beim Kommutieren der Ströme J und i verschiedene Torsionswinkel α_1 und α_2, da man nach Fig. 117 jetzt die beiden Gleichgewichtsbedingungen erhält:

$$\mathfrak{D}\,\alpha_1 = (\mathfrak{H} - H \sin \delta)\,f\,i$$

und

$$\mathfrak{D}\,\alpha_2 = (\mathfrak{H} + H \sin \delta)\,f\,i,$$

wobei α_1 für die durch ausgezogene, α_2 für die durch punktierte Pfeile angedeuteten Richtungen von $\mathfrak{H}$ und $f\,i$ gilt. Aus beiden aber folgt schliesslich, wenn wir $\mathfrak{H} = \gamma J$ und für $\frac{\mathfrak{T}}{\gamma f}$ wieder den Reduktionsfaktor C setzen:

$$J\,i = C\,\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}.$$

Grosse Vorsicht ist bei diesen Instrumenten auch bei Wechselstrommessungen, wo der Erdmagnetismus keine Störungen verursacht, darauf zu verwenden, dass nicht das bewegliche System ausser vom Felde $\mathfrak{H}$ der feststehenden Spule noch von anderen Feldern beeinflusst werde, wie solche namentlich bei grösserer Stärke des Stromes J leicht durch die Zuleitungen dieses Stromes verursacht werden können. Man muss deshalb die letzteren stets so anordnen, dass das von ihnen erzeugte Feld keine Komponente in der Richtung des Feldes $\mathfrak{H}$ der feststehenden Spulen besitzt, was unter Umständen sehr schwierig ist. Ist eine Beseitigung des Einflusses der Zuleitungen überhaupt nicht zu ermöglichen, so muss man bei der Eichung des Instruments dieselben möglichst genau so legen, wie später bei der Ausführung der eigentlichen Messungen.

Fig. 117.

92. Die Torsions-Elektrodynamometer von Siemens & Halske.

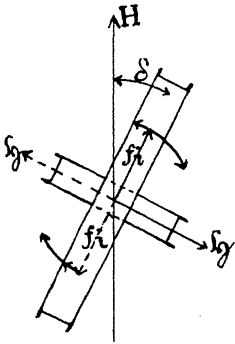



Fig. 118 stellt das für schwache Ströme (unter 0·1 A) bestimmte Torsionsdynamometer der Firma Siemens & Halske dar, bei welchem die beiden beweglichen Spulen zu einem astatischen System verbunden sind, das von fremden Feldern, sofern sie nur homogen sind, nicht beeinflusst wird. Jede der kreisförmigen, beweglichen Spulen umschliesst eine feststehende von länglicher Form; diese feststehenden Spulen werden von zwei Messingsäulen getragen und sind so geschaltet, dass sich die auf das drehbare System ausgeübten Drehungsmomente addieren. Die Zuleitung für das letztere wird oben durch die Torsionsfeder, unten durch eine ähnliche Spirale gebildet. Das ganze Instrument ist auf einer mit drei Stellschrauben und einer Dosenlibelle versehenen Grundplatte aufgebaut und von einem Glasgehäuse umschlossen, durch welches störende Luftströmungen abgehalten werden. Eine Dämpfung der Schwingungen des beweglichen Systems ist leider nicht vorhanden; man muss diese deshalb durch Gegendrehungen des Torsionskopfes beruhigen, wozu einige Übung erforderlich ist.

Fig. 118.

Da bei diesem Instrument der Strom i nicht bloss die beweglichen, sondern auch die feststehenden Spulen durchfliesst, also $J = i$ ist, so ist:

$$i^2 = C\,\alpha \text{ oder } i = \sqrt{C}\,\sqrt{\alpha} = C'\,\sqrt{\alpha}.$$

Um die Ausrechnung der Wurzeln zu ersparen, ist die auf der gläsernen Deckplatte eingeätzte Skala quadratisch geteilt. Dieselbe giebt ferner nicht

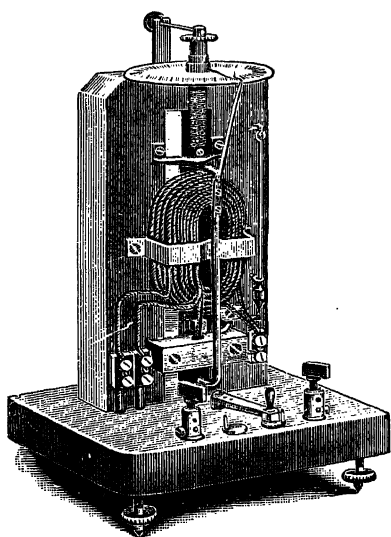



Fig. 119.

die Stromstärken in Ampere, sondern die entsprechenden Spannungen in Volt an, welche an den Klemmen des Instruments vorhanden sein müssen, um die der betreffenden Torsion entsprechende Stromstärke zu erzeugen. Es ist deshalb der Widerstand des Instruments passend justiert und beträgt z. B. bei Spannungen bis 90 *V* ca. 1000 Ohm. Ein bifilar gewickelter Zusatzwiderstand gleicher Grösse ist in der Grundplatte untergebracht und lässt sich durch Ziehen des in der Figur sichtbaren Stöpsels vor das Instrument schalten, wodurch der Messbereich auf das Doppelte (also z. B. bis 180 *V*) erhöht wird. Da die Spulen aus Kupferdraht hergestellt sind und daher ihr Widerstand von der Temperatur stark beeinflusst wird, ist zur Ermittelung der letzteren an einer der beiden Messingsäulen ein Thermometer befestigt.

Diese Instrumente werden mit drei verschiedenen Spulensystemen geliefert, so dass die beiden Messbereiche bezw. 15—45 und 30—90, 30—90 und 60—180, endlich 120—360 und 240—720 *V* betragen.

Auch bei den für die Messung stärkerer Ströme bestimmten Torsions-Elektrodynamometern der Firma Siemens & Halske ist das feststehende und das bewegliche System hintereinander geschaltet; beide werden somit ebenfalls von demselben Strom J durchflossen, es gilt also auch für sie die Beziehung:

$$J^2 = C\alpha, \text{ oder } J = \sqrt{C}\,\sqrt{\alpha} = C'\,\sqrt{\alpha}.$$

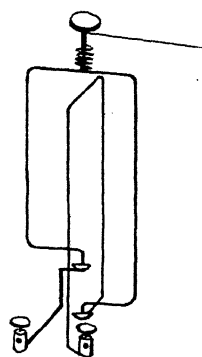
Um die Wurzelberechnung zu sparen, sind auch hier die Skalen quadratisch geteilt.

Wie Fig. 119 erkennen lässt, wird das feststehende Spulensystem von einem Holzgestell getragen, welches auf einer hölzernen, mit Fussschrauben versehenen Grundplatte ruht; die Ausrichtung erfolgt nach einem Senkel. Die feststehende Spule besteht aus zwei Windungssystemen, einem aus dünnerem Draht und einem aus stärkerem mit nur ungefähr ein Viertel der Windungen. Ein auf der Grundplatte angebrachter Umschalter gestattet, entweder das eine oder das andere derselben zu benutzen, wobei der Messbereich für die dicken Windungen immer ungefähr das Doppelte desjenigen für die dünnen beträgt. — Das bewegliche System besteht nur aus einer einzigen, rechteckigen Windung aus starkem, blanken Kupferdraht, dessen Enden in der Drehungsachse liegen und amalgamiert sind. Dieselben tauchen in zwei vertikal übereinander angeordnete Quecksilbernäpfe, von denen der eine mit der einen Klemme, der andere mit den miteinander verbundenen Enden der beiden feststehenden Spulen verbunden ist (vgl. das Schaltschema Fig. 120); die anderen Enden der letzteren führen zu den beiden Kontaktknöpfen des Umschalters, während die Achse der Kurbel des letzteren mit der zweiten Klemme verbunden ist.

In dieser Form wird das Instrument mit drei verschiedenen, festen Spulensystemen ausgeführt; die Messbereiche der drei Instrumente liegen

bezw. zwischen 2—8 und 4—20, 5—20 und 10—50, endlich 10—40 und 20—100 Amp. Ein viertes Instrument, welches die Messbereiche 40—150 und 100—400 Amp. besitzt, hat keinen Umschalter, sondern für jede Spule gesonderte Klemmen. Endlich dienen noch fünf, in der Bauart ebenfalls von dem für mittlere Ströme bestimmten Typus Fig. 119 etwas abweichende Instrumente für die Messbereiche zwischen 0·05 und 10 Amp.

Fig. 120.

Bei den Elektrodynamometern für starke Ströme kann die Einstellung unter Umständen durch eine unreine Quecksilberoberfläche störend beeinflusst werden. Es ist deshalb vor dem Gebrauch die auf dem Quecksilber befindliche Oxydhaut mittels Fliesspapiers zu entfernen, und von Zeit zu Zeit das Quecksilber durch neues zu ersetzen.

Das Torsions-Elektrodynamometer für Leistungsmessungen endlich, welches in Fig. 121 abgebildet ist, enthält wiederum zwei feststehende Spulen, welche vom Strom J durchflossen werden, wobei je nach der Stärke desselben die eine oder die andere zu benutzen ist. Die Enden der beiden feststehenden Spulen führen zu je zwei Klemmen; das dritte Klemmenpaar führt zu den Enden der beweglichen Spule. Letztere besteht aus einer grösseren Zahl von Windungen aus dünnem Kupferdraht und ist auf einen rechteckigen Rahmen gewickelt, welcher die feststehenden Spulen umschliesst. Die Stromzuführung wird oben durch die Torsionsfeder, unten durch eine dieser ähnliche Spirale vermittelt. An dem beweglichen System sind unten zwei Flügel angebracht, welche in zwei kommunizierende Tröge mit Wasser tauchen; hierdurch wird eine sehr gute Dämpfung erzielt.

Die Stromstärke in der dünndrähtigen Spule, welche bei der Leistungsmessung der jeweiligen Spannung proportional ist, soll 0·03 Amp. nicht übersteigen; bei höheren Spannungen sind deshalb entsprechende Widerstände vorzuschalten. Die Messbereiche der feststehenden Spulen für die Ströme liegen zwischen 0—5 und 0—250 Amp. und sind ebenfalls auf eine Anzahl von Instrumenten zu je zweien verteilt.

Fig. 121.

93. Präzisions-Elektrodynamometer von Siemens & Halske.

Es liegt nahe, das Elektrodynamometer für technische Zwecke, ähnlich dem Spulengalvanometer, in ein Zeigerinstrument umzuwandeln; indessen giebt alsdann die gewöhnliche Anordnung, wo das vom feststehenden System erzeugte Feld nahezu homogen ist, keine vorteilhafte Skala. Denn alsdann ergiebt sich, wenn wieder das gegenwirkende Drehungsmoment durch Spiralfedern erzeugt wird, welche gleichzeitig die Strom-

zuführung zum beweglichen System vermitteln, aus der Gleichgewichtsbedingung, wie beim Spiegelinstrument (§ 87), die Beziehung:

$$Ji \qquad \cos \alpha$$

und hieraus folgt:

$$\delta\,(Ji) = C \left(\frac{1}{\cos\,\alpha} + \frac{\alpha \sin\,\alpha}{\cos^2 \alpha}\right) \delta\,\alpha,$$

woraus für $\delta\,\alpha$ folgt:

$$\alpha = \frac{\delta\,(Ji)}{C} \qquad \frac{\cos\,\alpha}{1 + \alpha \tan\,\alpha}$$

Es ist aber für:

$\alpha =$	0^0	15^0	30^0	45^0	60^0	75^0	90^0
$\frac{\cos\,\alpha}{1 + \alpha \tan\,\alpha} =$	1	0·9025	0·665	0·386	0·177	0·044	0.

Für wachsende Ausschläge nimmt also die Empfindlichkeit sehr rasch ab, und die gleichen Werte von $\delta(Ji)$ entsprechenden Intervalle nähern sich sehr rasch dem Werte Null. Dagegen wird die Genauigkeit der Messung bei gleichmässig geteilter Skala (§ 49)

$$\frac{\delta\,Ji}{Ji} = \left(\frac{1}{\alpha} + \tan\,\alpha\right) \delta\,\alpha;$$

der Klammerausdruck aber hat für

$\alpha =$	0^0	15^0	30^0	45^0	60^0	75^0	90^0
die Werte	∞	4·09	2·49	2·27	2·69	4·50	∞.

Wäre also z. B. $\delta\,\alpha = {}^1/_{20}{}^0$, so wäre die Genauigkeit der Messung zwischen 15^0 und 75^0 eine genügende.

Die Ungleichförmigkeit der Skala bei Teilung nach gleichen Intervallen $\delta\,(Ji)$ ist bei den neuen Zeiger-Elektrodynamometern der Firma Siemens & Halske, welche von Raps konstruiert worden sind, durch einen Kunstgriff in sehr geschickter Weise vermieden. Die Anordnung und Form der Spulen dieser Instrumente ist in Fig. 122 schematisch dargestellt, und zwar ist a die Ansicht von oben, b der Längsschnitt, c der Querschnitt durch die Drehungsachse A der beweglichen Spule. Die feststehende Spule besitzt rechteckige Windungen, welche auf den beiden Langseiten sich in der Mitte teilen und kreisförmig erweitern. Hierdurch entsteht unterhalb dieser Ausbuchtungen ein radial gerichtetes Feld, wie es die

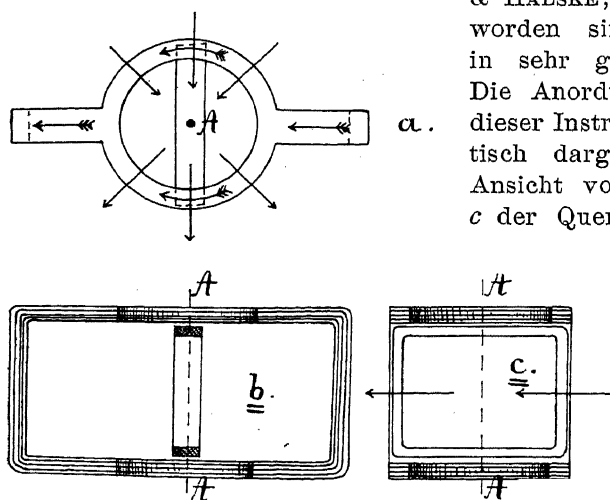



Fig. 122.

eingezeichneten Pfeile darstellen, und infolgedessen ist das von den feststehenden Spulen auf die vertikalen Seiten der beweglichen Spule ausgeübte Drehungsmoment innerhalb eines Winkelraumes von ungefähr 90^0 vom Drehungswinkel fast ganz unabhängig. Infolgedessen wird innerhalb dieses Bereichs $Ji = C\alpha$, d. h. die Teilung der Skala für das Produkt Ji eine gleichförmige.

Bei dem nach diesem System gebauten Instrument für schwache Ströme, welches als Ersatz des astatischen Elektrodynamometers (§ 92) für Spannungsmessungen dienen soll, sind die beiden Spulen hintereinander geschaltet, werden also vom gleichen Strom i durchflossen; beim Strommesser dagegen liegt, wie bei dem in § 90 beschriebenen Spiegel-Elektrodynamometer, die bewegliche Spule parallel zur feststehenden. Man würde somit bei vom Ausschlag unabhängigen Drehungsmoment i^2 bezw. J^2 proportional α erhalten, d. h. die Teilung für i bezw. J würde, wie bei den entsprechenden Torsionsinstrumenten, eine quadratische. Für diese Instrumente würde eine genau gleichmässige Skala für i bezw. J erzielt werden, wenn das Drehungsmoment der Spulen umgekehrt proportional α wäre, und schon das homogene Feld, wo statt $\frac{1}{\alpha}$ die Funktion $\cos \alpha$ steht, liefert eine gleichmässigere Teilung, als das radiale Feld; durch eine Anordnung, bei welcher in der Anfangsstellung die vom Feld beeinflussten Teile der beweglichen Spule in einem dichteren Feld sich befinden, als bei der Endstellung, lässt sich eine weitere Verbesserung der Skala dieser Instrumente erzielen; die Skalen der Zeiger-Elektrodynamometer für Spannungs- und Strommessung, wie sie die Firma Siemens & Halske gegenwärtig liefert, sind tatsächlich so weit gleichmässig, dass sich die Instrumente innerhalb eines Messbereichs von 1 bis 5 gebrauchen lassen.

94. Präzisions-Elektrodynamometer von Hartmann & Braun.

Um für derartige Zeiger-Elektrodynamometer eine möglichst gleichmässige Skala zu erhalten, geht Bruger (ETZ 1904, S. 822) auf den Ausdruck für die potentielle Energie eines Systems von zwei Stromleitern zurück, welche sich in der Form $JJ'G$ darstellen lässt, wo G eine Funktion der Form und gegenseitigen Lage ist und als das elektrodynamische Potential der beiden Leiter aufeinander bezeichnet wird. Sind diese nun zwei ebene, rechteckige Spulen, von denen die eine feststeht, während die andere um eine dem einen Seitenpaar der feststehenden Spule parallele Achse drehbar ist, so kann man G als Funktion des Winkels α darstellen, den die Ebenen der beiden Spulen miteinander bilden. Das Drehungsmoment der beiden Ströme ist dann $JJ' \frac{dG}{d\alpha}$. Ist nun $J = J'$, und wird das Drehungsmoment der Ströme durch eine Spiralfeder balanciert, so erhält man $J^2 \frac{dG}{d\alpha} = D\alpha$, d. h. wenn $J = c\alpha$ werden soll, so muss

$$\frac{dG}{d\alpha} = \frac{C'}{\alpha} \text{ oder } G = C' \ln \alpha + C''$$

werden. Bruger weist nun durch Rechnung nach, wie man diese Bedingung durch flache, rechteckige Spulen erfüllen kann, indem man die feststehende in der aus Fig. 123 ersichtlichen Weise umbiegt. Die Ströme laufen so, dass die bewegliche Spule von der feststehenden abgestossen wird. Wird der Winkel α dann grösser, so nimmt die Abstossung zwischen den

Fig. 123.

gekreuzten Seiten rascher ab als $\frac{1}{\alpha}$; dann tritt aber die Anziehung der umgebogenen Seite der feststehenden auf die sich ihr nähernde vertikale, parallele Seite der beweglichen Spule hinzu und verstärkt die Wirkung um

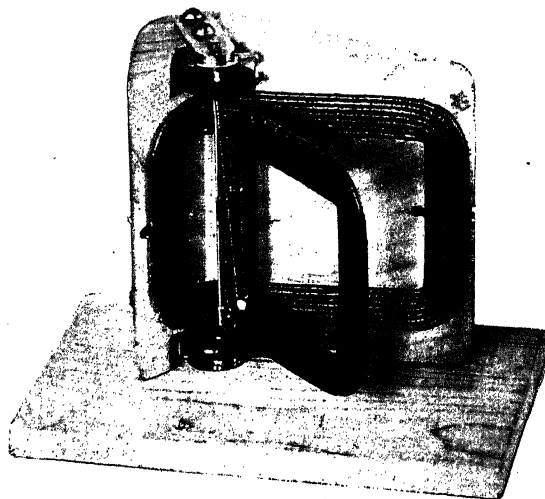



Fig. 124.

einen Betrag, der sich durch die Grösse der Umbiegung regulieren lässt, so dass das Gesamtdrehungsmoment $\frac{1}{\alpha}$ proportional wird. Fig. 124 stellt das Spulensystem eines nach diesen Grundsätzen gebauten Präzisions-Elektrodynamometers der Firma HARTMANN & BRAUN dar.

19. Die Stromwagen.

95. Einrichtung und Theorie der Stromwagen.

Die namentlich in England als Normalinstrumente für die Messung der Stromstärke benutzten Stromwagen beruhen auf den anziehenden und abstossenden Wirkungen, welche parallele Stromkreise aufeinander ausüben. — Bei der Konstruktion der Stromwage wird eine zuerst von Lord RAYLEIGH (Phil. Trans. 1884, 2, S. 411) zu absoluten Messungen benutzte Anordnung verwendet, welcher die Tatsache zugrunde liegt, dass die anziehende bezw. abstossende Wirkung paralleler Kreisströme von verschiedenem Radius bei einem bestimmten Abstande der Mittelebenen derselben ein Maximum ist, und dass in dieser Stellung diese Wirkung ausser vom Produkt der Stromstärken nur noch von einem Zahlenfaktor abhängt, welcher lediglich eine Funktion des Verhältnisses der mittleren Radien der beiden Spulen ist.

Die Anordnung und Schaltung der Spulen ist die in Fig. 125 im Vertikalschnitt und Grundriss schematisch dargestellte. Hiernach sind zwei kleinere Spulen an den Enden eines horizontalen Wagbalkens befestigt. Die Stromzuführung erfolgt durch kurze Bänder von feinen Kupferdrähten oder -Bändern, welche zwischen starke Kupferbacken geklemmt sind; letztere leiten die in den Bändern entwickelte Stromwärme so vollkommen ab, dass die Bänder bei geringem Querschnitt sehr starke Ströme ohne schädliche Er-

wärmung aufnehmen können. Um kein störendes Drehungsmoment durch die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus zu erhalten, sind diese beiden Spulen so geschaltet, dass die Ströme in ihnen entgegengesetzt fliessen. Oberhalb und unterhalb der beiden beweglichen sind je zwei feststehende Spulen von etwa dem doppelten Radius angeordnet, und zwar so, dass ihr gegenseitiger Abstand doppelt so gross wie diejenige Entfernung ist, in welcher die Wirkung jeder feststehenden auf die benachbarte bewegliche Spule ein Maximum ist. Die beweglichen Spulen stehen indessen in der horizontalen Gleichgewichtslage des Wagbalkens nicht genau in der Mitte zwischen den festen, sondern jede liegt der abstossend wirkenden, festen Spule etwas näher, um nicht eine indifferente Gleichgewichtslage zu erhalten. Denn nehmen wir an, das Drehungsmoment der Spulen in Fig. 125 werde durch ein im Abstande l von der Achse rechts aufgesetztes Gewicht P gerade ausbalanciert, so hätten wir die Gleichgewichtsbedingung $cJ^2 = Pl$. Wäre nun das bewegliche System in der genauen Maximalstellung, so würde bei einer kleinen Verschiebung von P nach links um den Betrag δ nicht nur Pl um $P\delta$ abnehmen, sondern es würde auch das Drehungsmoment der Ströme abnehmen; sonach würde die Gleichgewichtslage unbestimmt werden. Befinden sich aber die beweglichen Spulen in der oben angegebenen, etwas unsymmetrischen Stellung, so nimmt bei einer Verschiebung von P nach links das Drehungsmoment von P ab, dasjenige des Stromes zu, während bei Vermehrung des Drehungsmoments von P durch Verschieben nach rechts das Drehungsmoment des Stromes gleichzeitig abnimmt, somit immer eine scharf ausgeprägte Gleichgewichtslage für P vorhanden ist.

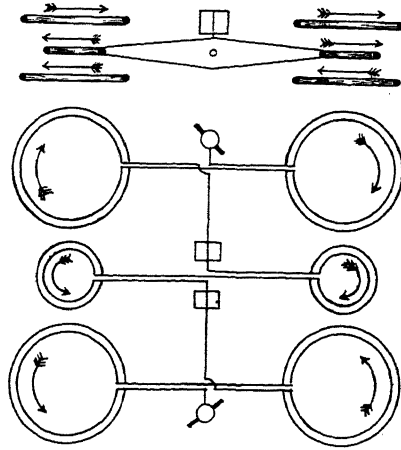



Fig. 125.

Gleichzeitig ergiebt sich aus obiger Gleichgewichtsbedingung, dass

$$J = C\sqrt{Pl}$$

ist, wobei C eine lediglich von den Dimensionen und Abständen der Spulen abhängige Konstante ist und als **Reduktionsfaktor** des Apparats bezeichnet werden kann.

96. Die Stromwagen von Lord Kelvin.

Die von der Firma Kelvin & James White in Glasgow gebauten, von Lord Kelvin konstruierten **Stromwagen** werden für gewöhnlich in 5 Grössen geliefert, welche als Centi-, Deci-, Deka-, Hekto- und **Kilo-Amperewage** bezeichnet werden und innerhalb der Grenzen $\frac{1}{40}$ bis 1, $\frac{1}{4}$ bis 10, 5 bis 100, 30 bis 600 und 100 bis 2500 Amp. die Stromstärken mit genügender Genauigkeit zu messen gestatten. Fig. 126 lässt die Einrichtung der Centi- und Deci-Amperewage erkennen. Mit dem Wagbalken ist eine Millimeterskala verbunden, längs deren das Laufgewicht P sich mittels zweier Schnuren hin- und herschieben lässt. Der Wagbalken ist bei stromlosen Spulen im Gleichgewicht, wenn der Schlitten auf dem Nullpunkt der Skala steht; dieses Gleichgewicht kann mittels einer am Wagbalken angebrachten Fahne, wie

bei der gewöhnlichen Wage, genau hergestellt werden. Zur raschen Ablesung der Stromstärken befindet sich hinter dieser Millimeterskala eine feststehende, auf welcher die Werte $2\sqrt{l}$ aufgetragen sind, wenn mit l die Stellung des Schlittens bezeichnet wird; zur genauen Ausmittelung dieser Wurzeln dient eine jedem Apparat beigegebene Tabelle. Jeder Wage werden vier Gewichte P beigegeben, die sich wie 1:4:16:64 verhalten; dabei wird das Gewicht 1 durch den Schlitten allein gebildet, während die übrigen durch Zulagegewichte von der Grösse 3, 15 und 63 hergestellt werden. Behufs Herstellung des Gleichgewichts im stromlosen Zustande werden dann in eine am rechten Ende des Wagbalkens angebrachte Schale gleich grosse Gegengewichte gelegt. Mit diesen vier Gewichten würden z. B. die

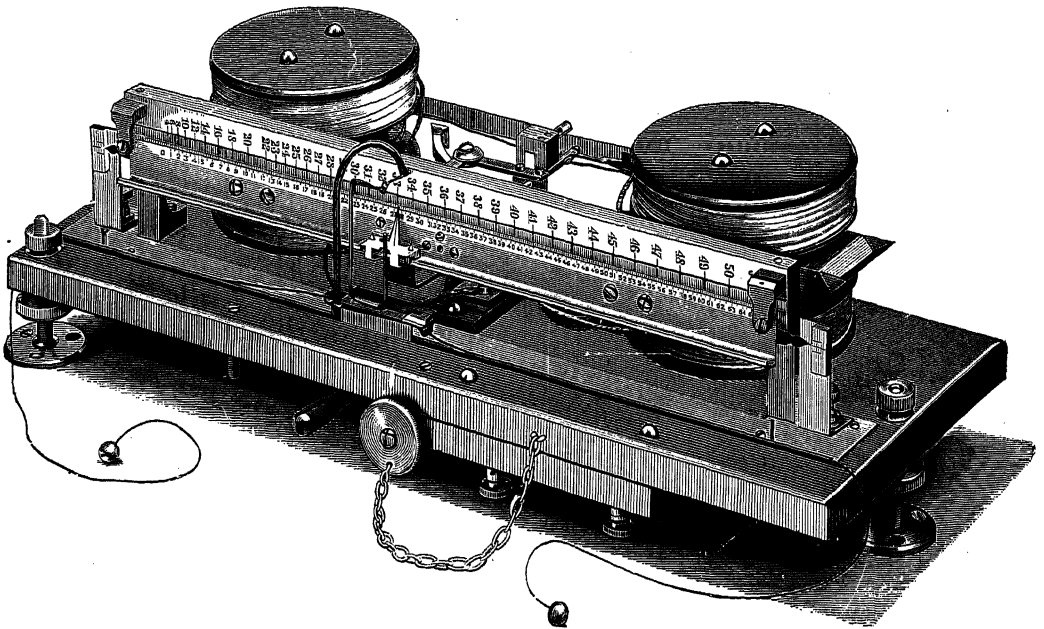



Fig. 126.

Messbereiche für die Centi-Amperewage sein: 0·025 bis 0·125, 0·05 bis 0·25, 0·1 bis 0·5 und 0·2 bis 1 Amp., wobei immer für die kleinste dieser Stromstärken $l = 26$ Skalenteile wäre, also die Messung bei 0·1 Skalenteil Ablesefehler mindestens auf $\sqrt{26\,(1 \pm 0{\cdot}1)} = \sqrt{26}\,(1 \pm \frac{1}{520})$, d. h. etwa auf 0·2 $^0/_0$, genau sich ausführen liesse, während der Fehler bei gleicher Genauigkeit der Ablesung an der oberen Grenze nur etwa 0·01 $^0/_0$ erreichen würde, also jedenfalls kleiner wäre, als der durch ungenaue Einstellung des Wagbalkens in die horizontale Gleichgewichtslage hervorgerufene.

Ausser den eigentlichen Stromwagen werden zu Leistungsmessungen Instrumente geliefert, bei welchen der bewegliche Stromkreis vom feststehenden getrennt ist; ersterer besteht alsdann aus zwei dünndrähtigen Spulen, welche von einem dem Spannungsunterschied zwischen den beiden Hauptleitungen proportionalen Strom i durchflossen werden, während durch die feststehenden Spulen der Hauptstrom J hindurchgeht. Diese Wagen werden

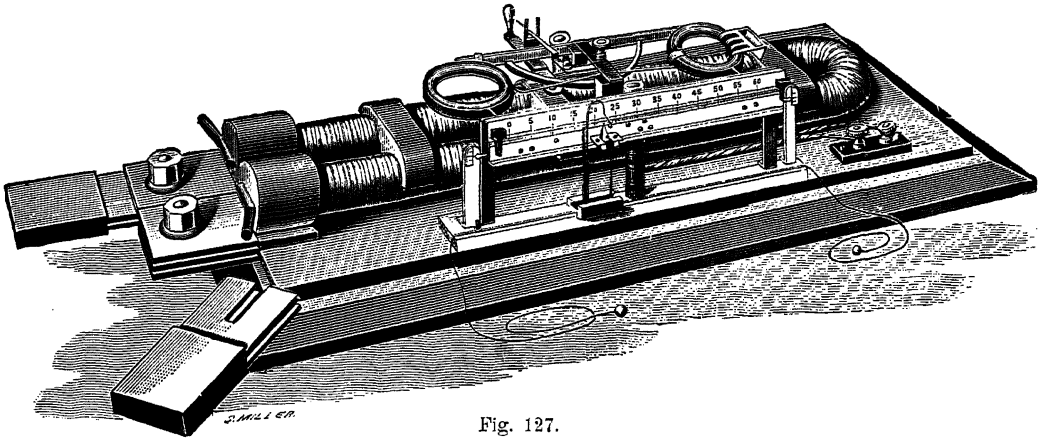



Fig. 127.

in vier Grössen gebaut, nämlich als Deci-, Deka-, Hekto- und Kilowattwage mit Strombereichen zwischen bezw. 0·25 und 25, 1 und 100, 6 und 600, endlich 20 und 2000 Amp. Fig. 127 giebt ein Bild der Kilowattwage, bei welcher die feststehenden Spulen durch eine einzige Schleife eines Kabels aus lauter isolierten, dünnen Drähten ersetzt sind; die feststehende Skala mit $2\sqrt{l}$ fällt hier natürlich weg. Die Unterteilung des Querschnitts des Stromleiters, welche auch bei den Stromwagen für stärkere Ströme angewendet wird, hat den Zweck, bei Wechselströmen eine ungleichförmige Verteilung des Stroms über den Querschnitt des Leiters zu verhüten.

Eine dritte Form endlich, welche als Universalwage bezeichnet werden kann, lässt sich sowohl für Stromstärken zwischen 0·2 und 500 Amp., als für Spannungsmessungen, als auch endlich für die Bestimmung der Stromleistung verwenden.

Zweites Kapitel.

Die direkte Messung von Spannungsunterschieden und elektromotorischen Kräften.

20. Die absoluten Elektrometer.

Fast immer kann man zwischen zwei verschiedenen Punkten eines Leiters, in welchem infolge der Wirkung elektromotorischer Kräfte ein dauernder, elektrischer Strom fliesst, Unterschiede des elektrostatischen Potentials beobachten, welche nach dem Ohmschen Gesetz dem Produkt aus Stromstärke und Widerstand des zwischen den beiden Punkten gelegenen Leiterstücks proportional sind. Ein solcher messbarer, elektrostatischer Potentialunterschied tritt nur dann nicht auf, wenn, wie bei gewissen Bewegungen geschlossener Leiter in magnetischen Feldern, in jedem Element des Leiters dieselbe EMK entwickelt und gleichzeitig, dem Ohmschen Gesetz ent-

97. Vergleich zwischen den Einheiten des absoluten elektromagnetischen und elektrostatischen Masssystems.

sprechend, zur Unterhaltung des Stromes in diesem Element selbst aufgebraucht wird (vgl. TEEGE, ETZ 1899, S. 856).

In allen Fällen, wo dem OHMschen Gesetz entsprechende elektrostatische Potentialunterschiede auftreten, müssen an der Oberfläche der stromführenden Leiter auch elektrostatische Ladungen und damit elektrostatische Kraftwirkungen auftreten, welche sich mittels der elektrostatischen Messinstrumente oder Elektrometer bestimmen lassen.

Sind diese Elektrometer nun so konstruiert, dass sich aus den Dimensionen der aufeinander wirkenden Teile und den Ladungen, bezw. Potentialunterschieden derselben die Kraftwirkungen berechnen lassen, so kann man natürlich auch umgekehrt die ausgeübten Kräfte messen und daraus die Ladungen bezw. Potentialunterschiede berechnen. Solche Elektrometer nennt man absolute.

Die absoluten Elektrometer geben stets die gemessenen Grössen in den Einheiten des absoluten elektrostatischen Masssystems. Um dieselben in die in der Technik verwendeten, absoluten elektromagnetischen Einheiten umzurechnen, bedarf es demnach noch der Kenntnis des Verhältnisses der Einheiten beider Masssysteme; etwaige Unsicherheiten in der Bestimmung dieser Verhältniszahlen müssen sich dann natürlich auch ohne weiteres auf die in technische Einheiten umgerechneten Resultate übertragen.

Von den absoluten elektrostatischen Einheiten ist zunächst diejenige der Elektrizitätsmenge durch das COULOMBsche Gesetz in der Weise definiert, dass man eine auf einer sehr kleinen Kugel konzentriert gedachte Elektrizitätsmenge = 1 setzt, welche auf eine ihr gleiche, in 1 cm Abstand von ihr befindliche, eine Anziehungs- oder Abstossungskraft von 1 Dyn (CGS^{-2}) ausübt. Man erhält so für diese Einheit der Elektrizitätsmenge den Wert $1\ C^{\frac{3}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}$.

Denkt man sich nun eine in diesen Einheiten gemessene Elektrizitätsmenge $\mathfrak{E}$ auf einer Kugeloberfläche vom Radius r gleichmässig ausgebreitet, so ist die Wirkung dieser Kugel auf eine sehr kleine, punktförmige Elektrizitätsmenge $d\,\mathfrak{E}$, welche sich im Mittelpunktsabstande R befindet, nach dem COULOMBschen Gesetz dargestellt durch $\frac{\mathfrak{E}}{R^2}\,d\mathfrak{E}$ und fällt der Richtung nach mit R zusammen. Soll diese Elektrizitätsmenge $d\mathfrak{E}$ der Kugel um den Betrag dR genähert werden, so ist die den elektrischen Kräften entsprechende Arbeit $d\,\mathfrak{A} = \frac{\mathfrak{E}}{R^2}\,d\mathfrak{E}\,dR$. Bringt man somit $d\mathfrak{E}$ aus dem Abstande $R = \infty$ in radialer Richtung bis dicht an die Kugeloberfläche (d. h. $R = r$) heran, so ist die gesamte Arbeit dargestellt durch

$$\mathfrak{A} = \int_{\infty}^{r} \frac{\mathfrak{E}}{R^2}\,d\mathfrak{E}\,dR = -\frac{\mathfrak{E}}{r}\cdot d\,\mathfrak{E};$$

dieselbe ist also bei gleichem Vorzeichen von $\mathfrak{E}$ und $d\mathfrak{E}$, d. h. bei abstossenden Wirkungen, negativ oder muss von äusseren Kräften geleistet werden, bei entgegengesetztem Vorzeichen beider, d. h. bei Anziehung, aber positiv und wird von den elektrischen Kräften geleistet. Den Quotienten $\frac{\mathfrak{E}}{r} = \mathfrak{B}$ nennt man das elektrostatische Potential der Kugel. Die

Einheit desselben ist 1 $C^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}$. Es ist auch $\mathfrak{E} = r\mathfrak{V}$, und man nennt r, welches in cm (C) gemessen wird, die Kapazität der Kugel.

Jedem Leiter entspricht eine gewisse Kapazität, welche durch eine gewisse Länge dargestellt wird und in einfachen Fällen durch Rechnung ermittelt werden kann. Nennen wir dieselbe $\mathfrak{C}$, so gilt für jeden Leiter die Beziehung $\mathfrak{E} = \mathfrak{C}\mathfrak{V}$, d. h. die Elektrizitätsmenge oder Ladung lässt sich bei bekanntem $\mathfrak{C}$ durch Messung des Potentials $\mathfrak{V}$ ermitteln.

Im absoluten elektromagnetischen Masssystem ist die Elektrizitätsmenge gleich dem Produkt Stromstärke $\times$ Zeit (§ 32), die Einheit ist also 1 $C^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}}$, im technischen System 1 Coulomb $= 0{\cdot}1\ C^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}}$. Um nun die beiden Einheiten der Elektrizitätsmenge zu vergleichen, ladet man einen Leiter von bekannter, elektrostatischer Kapazität $\mathfrak{C}$ und misst sein Potential $\mathfrak{V}$ mit einem absoluten Elektrometer. Die so in elektrostatischen Einheiten gemessene Ladung $\mathfrak{E} = \mathfrak{C}\mathfrak{V}$ dieses Leiters entladet man alsdann durch ein ballistisches Galvanometer und misst sie so in elektromagnetischen Einheiten. Derartige Versuche haben ergeben, dass die absolute elektromagnetische Einheit $3 \cdot 10^{10}$ mal so gross ist, als die elektrostatische. Ausserdem ist die Benennung der elektrostatischen Einheit um den Faktor CS^{-1}, d. h. um die Benennung der Geschwindigkeit, von der elektromagnetischen verschieden. Man muss also, um elektromagnetisch gemessene Elektrizitätsmengen in elektrostatisches Mass umzurechnen, im ganzen mit der Geschwindigkeit $3 \cdot 10^{10}\ CS^{-1}$, d. h. mit der Lichtgeschwindigkeit im leeren Raum, multiplizieren. Für Coulomb beträgt der Faktor nur $3 \cdot 10^{9}\ CS^{-1}$.

Die Einheit der EMK ist im elektromagnetischen Masssystem mittels des Gesetzes der elektromagnetischen Induktion definiert, nach welchem bei der gleichförmigen Bewegung eines geraden Leiterstücks von der Länge l cm mit einer Geschwindigkeit von $v\ CS^{-1}$ in einem homogenen, magnetischen Felde von der Intensität $\mathfrak{H}\ C^{-\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}$ unter der Voraussetzung, dass die Richtungen von l, v und $\mathfrak{H}$ aufeinander rechtwinklig sind, in diesem Leiter eine EMK von der Grösse $\mathfrak{H} l v$ induziert wird; $\mathfrak{H} = 1$, $l = 1$ und $v = 1$ giebt alsdann als Einheit die EMK im absoluten elektromagnetischen Masssystem 1 $C^{\frac{3}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-2}$. Die praktische Einheit oder das Volt ist $= 10^{8}\ C^{\frac{3}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-2}$.

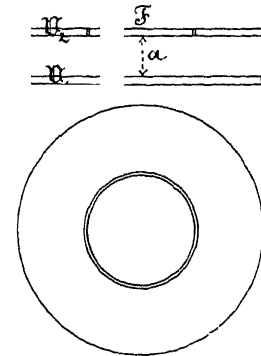
Nach dem Ohmschen Gesetz ist nun diese Einheit der EMK identisch mit dem elektrostatischen Potentialunterschied zwischen den Enden eines Leiterstücks vom Widerstand *1*, in welchem ein Strom von der Stärke 1 $C^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}$ fliesst, woraus einesteils für die absolute elektromagnetische Einheit des Leitungswiderstandes sich 1 CS^{-1} ergiebt, andererseits aber es ermöglicht wird, einen gewissen Potentialunterschied zwischen den Enden eines Leiterstücks von bekanntem Widerstand einmal elektromagnetisch durch das Produkt aus Stromstärke $\times$ Widerstand und gleichzeitig mit einem Elektrometer elektrostatisch zu messen. Solche Messungen haben ergeben, dass die absolute elektromagnetische Einheit des Potentialunterschieds nur der $3 \cdot 10^{10}$. Teil der elektrostatischen ist; da sich auch die Benennung der elektromagnetischen Einheit um den Faktor CS^{-1} von derjenigen der elektrostatischen unterscheidet, so folgt, dass man einen elektromagnetisch gemessenen Potentialunterschied insgesamt mit $3 \cdot 10^{10}\ CS^{-1}$ dividieren muss, um denselben in elektrostatischen Einheiten ausgedrückt zu erhalten. Weiter ergiebt sich, dass für Volt dieser Divisor nur 300 CS^{-1} beträgt, oder

dass eine absolute elektrostatische Potentialeinheit einem elektromagnetischen Spannungsunterschied von 300 Volt äquivalent ist.

Die Kapazität $\mathfrak{C}$ endlich wird im elektrostatischen System, wie sich aus der Gleichung $\mathfrak{E} = \mathfrak{C}\mathfrak{V}$ ergiebt, in C gemessen, während ihre Masseinheit im elektromagnetischen System die Benennung $C^{-1} S^2$ besitzt. Dabei ist die letztere Einheit $9 \cdot 10^{20}$ mal so gross, wie die elektrostatische Einheit, d. h. man rechnet eine in C gemessene Kapazität in elektromagnetische Einheiten um, indem man sie durch das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit dividiert. Da das Volt das 10^8fache, das Coulomb das 0·1 fache der betreffenden absoluten Einheit ist, so ist die technische Einheit der Kapazität, das Farad ($1 F$) nur noch $9 \cdot 10^{11}$ mal so gross, wie die elektrostatische Einheit. Da aber auch das Farad noch eine zu grosse Einheit ist, gebraucht man in der Technik meist das Mikrofarad, $1 \mu F = 10^{-6} F$. Eine Kapazität, die in C gemessen ist, rechnet man demnach durch Division mit $10^5 C^2 S^{-2}$ in μF um.

Fig. 128.

98. Absolutes Scheiben-elektrometer.

Das einzige für genaue Messungen geeignete absolute Elektrometer ist das Scheibenelektrometer von Lord KELVIN. Dasselbe beruht auf der Anziehungswirkung, welche zwischen der unteren Scheibe in Fig. 128, welche auf das Potential $\mathfrak{V}_1$ geladen ist, und einem aus der oberen, ihr parallelen und auf das Potential $\mathfrak{V}_2$ geladenen, ausgeschnittenen Stück von der Fläche F cm² stattfindet, und welche, wenn a der Abstand der beiden zugewandten Flächen ist, die Grösse

$$P = \frac{F}{8\pi} \frac{(\mathfrak{V}_1 - \mathfrak{V}_2)^2}{a^2} \, C G S^{-2}$$

besitzt. Den F umgebenden, ringförmigen Teil der oberen Scheibe, welcher mit F leitend verbunden ist und daher auf gleichem Potential mit diesem sein muss, nennt man den Schutzring. Derselbe bewirkt, dass zwischen F und der unteren Scheibe das elektrostatische Feld homogen ist, unter welcher Voraussetzung für die Kraft obige einfache Beziehung sich ergiebt. Eine geringe Störung bewirkt allerdings der zwischen F und dem Schutzring vorhandene Zwischenraum, welcher da sein muss, wenn F, um P messen zu können, beweglich sein soll; bei nicht zu kleinem F und möglichst engem Spalt genügt es indessen für praktische Zwecke, für F den Mittelwert der Flächen des ausgeschnittenen Stückes und des Ausschnittes im Schutzring zu setzen.

Umgekehrt folgt aus obiger Formel:

$$\mathfrak{V}_1 - \mathfrak{V}_2 = \sqrt{\frac{8\pi}{F}} \cdot a \cdot \sqrt{P} = c\, a \sqrt{P},$$

d. h., da $c\,a$ einen Zahlenfaktor darstellt, so wird der Potentialunterschied $\mathfrak{V}_1 - \mathfrak{V}_2$ zwischen den beiden Platten durch $\sqrt{P}$ gemessen. P muss dabei in Dyn gegeben sein, d. h., wenn dasselbe etwa durch das Gewicht eines Messingstücks von der Masse M Gramm dargestellt würde, so wäre $P = Mg$

CGS^{-2}, wenn g die Schwerebeschleunigung des Beobachtungsortes in CS^{-2} (genügend genau $= 981\ CS^{-2}$) bedeutet; der Gewichtsverlust, den M in der Luft erleidet, und der eigentlich noch abzuziehen wäre, kann hierbei immer vernachlässigt werden.

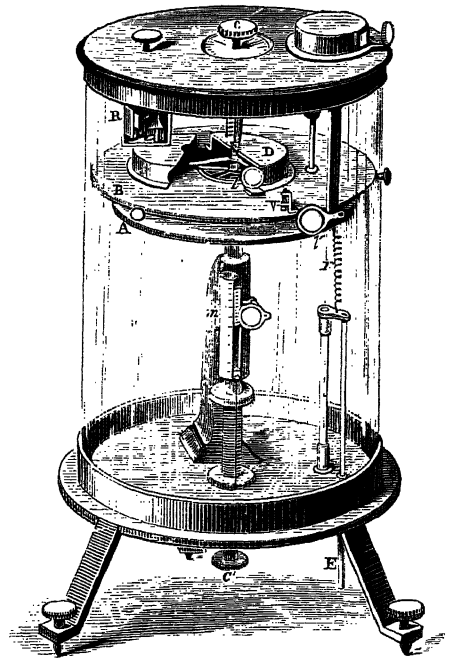
Das Lord Kelvinsche Instrument selbst stellt Fig. 129 dar Die untere, ungeteilte Scheibe A ist mittels einer Glassäule auf einem Schlitten befestigt, welcher an dem Ständer m gleitet. A lässt sich mittels einer Mikrometerschraube heben und senken, und dadurch kann man den Abstand a zwischen den beiden Scheiben so lange ändern, bis die zwischen ihnen ausgeübte Anziehungskraft einen bestimmten Wert P erreicht hat; a wird alsdann an einer vertikalen Skala mittels Nonius und Lupe abgelesen; zum Drehen der Mikrometerschraube dient der Knopf C'. Die Scheibe A wird mittels der Spirale r und des die metallene Grundplatte isoliert durchsetzenden Stabes E mit dem Körper verbunden, dessen Potentialunterschied gegen die bewegliche Scheibe gemessen werden soll. An dem das zylindrische Glasgehäuse verschliessenden Metalldeckel ist der Schutzring B und die bewegliche Scheibe befestigt; letztere hängt an einer Feder, deren Spannung mittels der Schraube C so reguliert wird, dass durch eine bestimmte Zugkraft P die bewegliche Scheibe gerade so weit nach unten gezogen wird, dass ihre untere Fläche mit derjenigen des Schutzringes in eine horizontale Ebene fällt; die richtige Einstellung erkennt man mittels der aus den beiden Linsen l und l' und der Visiereinrichtung V bestehenden Vorrichtung. Die Dose D dient zur Dämpfung der Schwingungen der beweglichen Scheibe. Die Kraft P, welche zur richtigen Einstellung der beweglichen Scheibe erforderlich ist, wird durch auf dieselbe aufgesetzte Gewichtsstücke kontrolliert.

Fig. 129.

Bei den Messungen wird zunächst die bewegliche Scheibe nebst dem Schutzring auf das Potential Null gebracht, d. h. zur Erde abgeleitet; in diesem Falle ist das Potential der unteren Scheibe durch die Formel

$$\mathfrak{V} = c\, a \sqrt{P}$$

gegeben; es muss also a genau bekannt sein; dazu gehört aber vor allen Dingen, dass der Teilstrich der Skala bekannt ist, welchem der Wert $a = 0$ entspricht. Will man diese Schwierigkeit umgehen, so ladet man nach Lord Kelvin zunächst das obere System auf ein dem zu messenden entgegengesetztes Potential $\mathfrak{V}_0$ und stellt die untere Scheibe ein, während sie selbst zur Erde abgeleitet ist. Die Einstellung sei a_0; es ist alsdann, falls ein Nullpunktsfehler a vorhanden wäre,

$$\mathfrak{V}_0 = c\,(a_0 + a) \sqrt{P}.$$

Hierauf ladet man die untere Scheibe auf das zu messende Potential $\mathfrak{V}$, während die obere das konstante Potential $\mathfrak{V}_0$ behält. Die zur Herstellung des Gleichgewichts erforderliche Einstellung sei jetzt a; dann ist:

$$\mathfrak{V} + \mathfrak{V}_0 = c\,(a + \alpha)\,\sqrt{P}.$$

Durch Subtraktion erhält man aus beiden:

$$\mathfrak{V} = c\,(a - a_0)\,\sqrt{P};$$

die Differenz $a - a_0$ ist aber vom Nullpunktsfehler unabhängig.

Zur Herstellung des konstanten Potentials $\mathfrak{V}_0$ dient eine geladene Leydener Flasche, mit deren innerer Belegung man den Deckel des Elektrometers verbindet; die Konstanz der Ladung wird mittels eines auf dem Deckel angebrachten (in der Figur rechts gezeichneten) kleinen Scheibenelektrometers kontrolliert und mittels einer kleinen Influenzmaschine R, dem sogenannten replenisher, nach Bedarf korrigiert.

Hat man übrigens in dieser Weise einen bestimmten Potentialunterschied $\mathfrak{V}$, etwa denjenigen zwischen den Polen einer vielplattigen Batterie kleiner galvanischer Elemente, einer sogenannten Spannungsbatterie (s. d.), genau gemessen, so kann man umgekehrt denselben zur Bestimmung des Nullpunktsfehlers α benutzen, indem man zwischen beiden Scheiben den Potentialunterschied $\mathfrak{V}$ herstellt und die Einstellung a der unteren Scheibe abliest. Dann ist:

$$\alpha = \frac{\mathfrak{V}}{c\sqrt{P}} - a$$

und

$$\mathfrak{V} = c\,(a + \alpha)\,\sqrt{P}.$$

Das absolute Elektrometer eignet sich nur zur Messung hoher Potentialunterschiede. Denn nehmen wir etwa $F = 50\ C^2$ (entsprechend einem Kreis von etwa 8 cm Durchmesser), $a = 1\ C$ und $\mathfrak{V} = 10\ C^{\frac{1}{2}}\ G^{\frac{1}{2}}\ S^{-1}$, entsprechend etwa 3000 V, so wird $P = 199{\cdot}0\ C\,G\,S^{-2}$, entsprechend etwa 195·1 mg-Gewicht; d. h. selbst bei dem hohen Potentialunterschied von 3000 V und dem geringen Abstand $a = 1$ cm ist die Kraft P ziemlich gering.

Für die Stabilität des Gleichgewichts ist die Änderung von P massgebend, welche einer gewissen geringen Änderung von a um $\pm \varDelta a$ entspricht; dieselbe ist

$$= \mp\, c\, \mathfrak{V}^2 \frac{2 \varDelta a}{a^3} = \mp\, 2\, P \frac{\varDelta a}{a}.$$

Da die Gegenkraft durch die Spannung einer Feder geliefert wird, deren P entsprechende Dehnung $= s$ sein möge, so ist $P = Ks$ und $\varDelta P = K \varDelta s$, und es ist wieder Gleichgewicht, wenn

$$K \varDelta s = 2\, P \frac{\varDelta a}{a},\ \text{d. h. wenn}\ \varDelta s = 2 \frac{s}{a} \varDelta a$$

wird. Darin ist s konstant; es wird also $\varDelta s$ bei gegebenem $\varDelta a$ um so grösser, je kleiner a wird, so dass schliesslich bei sehr kleinem a es dahin kommen kann, dass bei einer geringen weiteren Verkleinerung von a

die bewegliche Scheibe an die feststehende herangezogen wird, wodurch unter Umständen ein für das Instrument verhängnisvoller Kurzschluss entstehen könnte. Man darf aber andererseits auch a im Interesse der Genauigkeit der Messungen nicht zu klein werden lassen, da die dem Einstellungsfehler Δa entsprechende Unsicherheit von $\mathfrak{V}$ durch die Gleichung gegeben ist:

$$\Delta \mathfrak{V} = c\sqrt{P}\Delta a.$$

Somit ist der relative Fehler der Messung (§ 49):

$$\frac{\Delta \mathfrak{V}}{\mathfrak{V}} \quad \frac{\Delta a}{a},$$

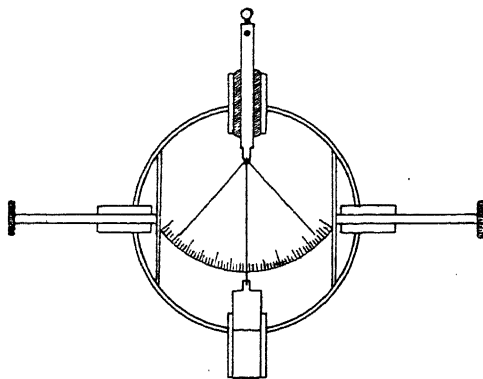
oder bei gegebenem Δa nimmt die Genauigkeit der Messung mit abnehmendem a diesem proportional ab. Das absolute Elektrometer kann daher nur zur Messung hoher Potentialunterschiede verwendet werden, und zwar sowohl für solche von konstanter Grösse und Richtung, als auch für Wechselstromspannungen; im letzteren Falle hat man den einen Pol der Stromquelle, den man dabei womöglich an Erde legt, mit dem System B (Fig. 129) zu verbinden, während man den anderen mit A verbindet. Die Kraft ist alsdann von der Richtung von $\mathfrak{V}$ unabhängig, und das Elektrometer giebt die Wurzel aus dem Mittelwert von $\mathfrak{V}^2$ oder den sogenannten Effektivwert von $\mathfrak{V}$.

21. Elektrometer zur Vergleichung von Potentialunterschieden.

99. Die Blattelektrometer.

Bei den meisten Elektrometern lässt sich die Kraft aus den Dimensionen der Apparate nicht berechnen; diese sind deshalb nur zur Vergleichung von elektrostatischen Potentialunterschieden oder zu relativen Messungen zu gebrauchen. — Zu dieser Klasse von Instrumenten gehören zunächst die verschiedenen Arten von Gold- und Aluminiumblatt-Elektrometern, bei welchen die Abstossung dünner Metallblättchen als Mass für das elektrostatische Potential verwendet wird, und von denen für wirkliche Messungen brauchbare Formen von Exner, Kolbe, Lord Kelvin, Braun und Hankel konstruiert worden sind.

Fig. 130.

Bei dem Exnerschen Instrument (Sitz.-Ber. d. Wiener Akad., Jahrg. 1887), welches Fig. 130 im Schnitt darstellt, werden die zwei Gold- oder Aluminiumblättchen von einem dazwischen geschobenen Blechstreifen abgestossen und die Divergenz der Blättchen wird an einer dahinter angebrachten Skala abgelesen. Beiderseits sind zwei Messingscheiben angebracht, welche beim Transport des Instruments bis dicht an die Blättchen herangeschoben werden können. Das Ganze ist von einem

zylindrischen Messinggehäuse umgeben, welches vorn und hinten durch Glasplatten geschlossen ist, auf deren hinterer sich die Skala befindet. Um parallaktische Fehler bei der Ablesung zu vermeiden, ist die Rückseite der die Skala tragenden Glasscheibe mit Spiegelfolie belegt. Der Messbereich liegt zwischen etwa 50 und 200 V.

Bei den Elektrometern von Kolbe und Lord Kelvin wird ein Metallblättchen verwendet, das von einem vertikalen Stab abgestossen wird, während

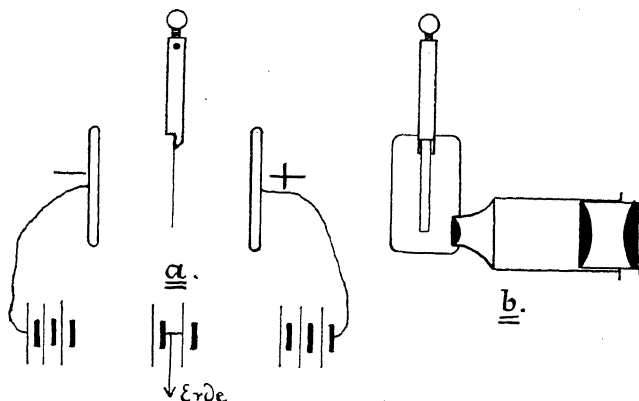
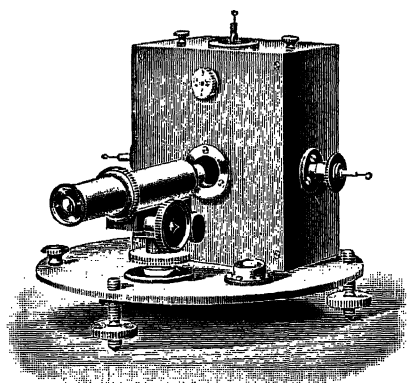



Fig. 131.

bei der ähnlichen Konstruktion von Braun ein Streifen aus dünnem Aluminiumblech, der durch ein Gegengewicht nahezu ausbalanciert ist, anstatt des Blättchens verwendet wird.

Während die eben genannten Instrumente für höhere Potentialwerte, bis zu etwa 5000 V herauf, brauchbar sind, kann man zur Messung sehr kleiner Potentialunterschiede, bis etwa zu 0·01 V herab, das Goldblattelektrometer von Hankel verwenden, welches aus dem bekannten Bohnenbergerschen Säulenelektroskop entstanden ist. Bei dem in Fig. 131 a, b in Vorder- und Seitenschnitt schematisch dargestellten Instrument hängt ein schmaler Streifen Blattgold zwischen zwei Messingplatten, die mit den beiden Polen einer Spannungsbatterie verbunden sind. Um auf diesen beiden Platten genau entgegengesetzt gleiche Potentialwerte zu haben, leitet man die Mitte der Batterie zur Erde ab.

Fig. 132.

Fig. 133.

Verbindet man nun das Goldblatt zunächst mit der Erde (Potential Null), dann mit dem Körper, dessen Potential gemessen werden soll, so bewegt sich dasselbe bei positivem Potential zur negativen Platte und umgekehrt, und diese kleinen Lagenänderungen sind den dem Blättchen mitgeteilten Potentialwerten nahezu proportional; dieselben werden mittels eines mit Okularskala versehenen Mikroskops von etwa 40facher Vergrösserung gemessen, welches auf die unterste Spitze des Goldblattes eingestellt wird. —

Das Instrument zeichnet sich vor allen gleich empfindlichen Elektrometern durch seine geringe elektrostatische Kapazität aus und kann bei Messungen, wo diese möglichst klein sein muss, durch kein anderes ersetzt werden.

Dem HANKELschen sehr ähnlich ist das neuerdings von SIEMENS & HALSKE gebaute Elektrometer von BEGGEROW (Fig. 132), nur sind bei diesem die Platten durch kleine Kugeln, das Goldblatt durch einen WOLLASTONschen Platindraht (den übrigens auch schon HANKEL selbst angewendet hat) ersetzt. Alle elektrische Spannungen führenden Teile sind durch Bernstein vorzüglich isoliert; die Luft im Innern wird durch ein Stück metallisches Natrium getrocknet.

100. Elektrometer nach dem Prinzip der Drehwage.

Wenn auch von HANKEL schon um die Mitte des vorigen Jahrhunderts die COULOMBsche Drehwage zu absoluten elektrostatischen Messungen verwendet worden ist, so ist dieselbe für diese Zwecke wegen der umständlichen Korrektionsrechnungen erheblich unbequemer als das später von Lord KELVIN konstruierte Scheibenelektrometer (§ 98). Dagegen sind die von DELLMANN und R. KOHLRAUSCH herrührenden Modifikationen der COULOMB-Drehwage für relative elektrostatische Messungen sehr gut zu verwenden. Bei beiden Instrumenten dient die Abstossung zwischen einem horizontalen, um eine vertikale Achse drehbaren Wagbalken und einem feststehenden Bügel, die beide auf gleiches Potential geladen werden (Fig. 133), zur Messung des letzteren. Beim DELLMANNschen Instrument wird das gegenwirkende Drehungsmoment, wie bei der ursprünglichen COULOMBschen Drehwage, durch Tordieren des Aufhängedrahtes erzeugt, während bei KOHLRAUSCHs Elektrometer der Wagbalken durch einen auf einer Spitze schwebenden Magnetstab gebildet wird. Bei gleicher gegenseitiger Lage des feststehenden Bügels und des Wagbalkens sind diese gegenwirkenden Drehungsmomente direkt ein Mass für $\mathfrak{V}^2$. Beim DELLMANNschen Instrument ist demnach $\mathfrak{V}^2$ proportional dem Torsionswinkel des Aufhängedrahtes, der an einem Torsionskreis abgelesen wird, beim KOHLRAUSCHschen aber dem Sinus des Ablenkungswinkels des Magnetstabes aus dem magnetischen Meridian (Sinuselektrometer).

Fig. 134.

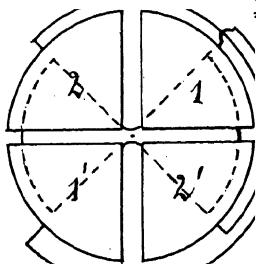
Das auf einen horizontalen Arm ausgeübte Drehungsmoment dient auch bei dem von EBERT und HOFFMANN angegebenen, von der Firma Prof. Dr. EDELMANN gebauten, sogenannten Plattenvoltmeter, Fig. 134, welches für Potentialunterschiede bis 10000 Volt verwendet werden kann. Mit den Polen der Elektrizitätsquelle werden die beiden Messingplatten *p p* verbunden, welche auf den Hartgummisäulen *C C* befestigt sind. Mitten zwischen denselben hängt horizontal an zwei dünnen Drähten (bifilar) ein verlängertes Rotationsellipsoid aus Aluminium, mit seiner Achse gegen die Ebenen der Platten unter 45° geneigt, welches, wenn infolge eines Potentialunterschieds

zwischen den Platten $p\,p$ ein elektrostatisches Feld entsteht, sich mit seiner Längsachse den Kraftlinien dieses Feldes parallel zu richten sucht. Das ausgeübte Drehungsmoment soll dem Quadrat des Potentialunterschiedes zwischen $p\,p$ proportional sein. Infolgedessen dreht sich das Ellipsoid, bis das gegenwirkende Drehungsmoment der Bifilaraufhängung, welches bei kleinen Drehungen dem Sinus des Drehungswinkels proportional ist, dem von seiten des Feldes ausgeübten Drehungsmoment das Gleichgewicht hält. Die Messung des Drehungswinkels erfolgt mittels Spiegelablesung, wobei der (in der Figur weggelassene) Spiegel unterhalb des Schutzringes w angebracht ist; das (in der Figur ebenfalls fehlende) Schutzgehäuse besitzt dem Spiegel gegenüber ein planparalleles Fenster. Unterhalb der Grundplatte ist an einem mit dem beweglichen System verbundenen Stift ein hohler Kupferzylinder befestigt, welcher im Felde eines Magnets M schwingt und von diesem eine starke Dämpfung erfährt. Sowohl durch Änderung des Abstandes der oberen Aufhängepunkte der Drähte innerhalb des Torsionskopfes T als auch durch Änderung des Plattenabstandes kann die Empfindlichkeit des Instruments geändert werden. — Untersuchungen über das Instrument sind bis jetzt veröffentlicht worden von Bäumler (ETZ 1900, S. 1015), welcher findet, dass Konstante $C = \frac{\mathfrak{B}}{\sqrt{S}}$ mit wachsenden Ausschlägen a b n i m m t, und Schwartz (ETZ 1900, S. 1076). Nach den Untersuchungen des letzteren sind die Schwankungen der Konstanten bei verschiedenen Ablenkungen unregelmässig; die Konstante selbst wurde ferner bei Plattenabständen zwischen 45 und 71 mm sehr genau p r o p o r t i o n a l diesem Abstand gefunden.

Fig. 135.

101. Quadrantelektrometer.

Das wichtigste und empfindlichste der nicht absoluten Elektrometer ist das zuerst von Lord Kelvin konstruierte Q u a d r a n t e l e k t r o m e t e r. Der Hauptteil dieses Instruments wird gebildet von einer flachen, zylindrischen Dose aus Messingblech, welche in vier Quadranten 1, 1′, 2 und 2′ (Fig. 135 a, b) zerschnitten ist. Dieselben sind gut isoliert, und die diametral gegenüberstehenden sind leitend miteinander verbunden. Innerhalb dieser Quadranten ist ein Doppelquadrant N aus dünnem Aluminiumblech oder auch aus Silberpapier so aufgehängt, dass er durch die Aufhängung in der in Fig. 135 a gezeichneten symmetrischen Lage gehalten wird, die sogenannte N a d e l. Wenn alsdann die beiden Quadrantenpaare und die Nadel auf die Potentiale $\mathfrak{Q}_1$, $\mathfrak{Q}_2$ und $\mathfrak{N}$ gebracht werden, so erfährt die letztere ein Drehungsmoment nach demjenigen Quadrantenpaare hin, mit welchem sie den grössten Potentialunterschied besitzt, und wird infolgedessen aus ihrer Anfangsstellung so weit abgelenkt, bis das Drehungsmoment der Aufhängung demjenigen der elektrischen Kräfte das Gleichgewicht hält; diese Ablenkung wird mittels des Spiegels S beobachtet. D ist ein Flügel aus dünnem Platinblech, welcher an einem Platin-

draht sitzt und mit der Nadel in leitender Verbindung steht. Derselbe taucht in ein Gefäss mit Schwefelsäure und dient einerseits zur Dämpfung der Schwingungen der Nadel, andererseits zur leitenden Verbindung derselben mit einer Elektrizitätsquelle.

Die von Lord KELVIN (vgl. MAXWELL, Lehrb. d. Elektr. u. d. Magn. Bd. 1) und, unter Berücksichtigung der Kontaktpotentiale, in allgemeinster Form von HALLWACHS (WIEDEM. Ann. Bd. 29, 1886, S. 1) entwickelte Theorie des Quadrantelektrometers zeigte noch Abweichungen von der Erfahrung, auf welche zuerst 1885 HOPKINSON aufmerksam machte, und deren richtige Erklärung 1888 von GOUY gefunden wurde. Eine vollständige und mit der Erfahrung genügend in Einklang stehende Theorie des Instruments hat auf Grund der GOUYschen Anschauungen ORLICH entwickelt (Zeitschr. f. Instrk. 1903, S. 97), wobei derselbe, wie HALLWACHS, von der allgemeinen Form der potentiellen Energie des aus den beiden Quadrantenpaaren, der Nadel und dem Gehäuse (Erde) bestehenden Systems ausgeht:

$$\mathfrak{A} = A\,\mathfrak{N}^2 + A_1\,\mathfrak{Q}_1{}^2 + A_2\,\mathfrak{Q}_2{}^2 + B\,\mathfrak{Q}_1\,\mathfrak{Q}_2 + B_1\,\mathfrak{N}\,\mathfrak{Q}_1 + B_2\,\mathfrak{N}\,\mathfrak{Q}_2.$$

Hierin bedeuten $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{Q}_1$ und $\mathfrak{Q}_2$ die Potentialunterschiede zwischen den einzelnen Teilen und dem Gehäuse. Sind $\mathfrak{V}$, $\mathfrak{V}_1$ und $\mathfrak{V}_2$ die zugeführten Potentiale, $\mathfrak{p}$, $\mathfrak{p}_1$ und $\mathfrak{p}_2$ die Kontaktpotentialunterschiede zwischen der Nadel und den Quadrantenpaaren einer- und dem Gehäuse andererseits, so ist auch:

$$\mathfrak{A} = A\,\mathfrak{V}^2 + A_1\,\mathfrak{V}_1{}^2 + A_2\,\mathfrak{V}_2{}^2 + B\,\mathfrak{V}_1\,\mathfrak{V}_2 + B_1\,\mathfrak{V}\,\mathfrak{V}_1 + B_2\,\mathfrak{V}\,\mathfrak{V}_2 + C\,\mathfrak{V} + C_1\,\mathfrak{V}_1 + C_2\,\mathfrak{V}_2 + H,$$

worin

$$\begin{aligned} C &= 2A\,\mathfrak{p} + B_1\,\mathfrak{p}_1 + B_2\,\mathfrak{p}_2 \\ C_1 &= B_1\,\mathfrak{p} + 2A_1\,\mathfrak{p}_1 + B\,\mathfrak{p}_2 \\ C_2 &= B_2\,\mathfrak{p} + B\,\mathfrak{p}_1 + 2A_2\,\mathfrak{p}_2 \end{aligned}$$

gesetzt ist, und H von den Werten $\mathfrak{V}$, $\mathfrak{V}_1$ und $\mathfrak{V}_2$ gar nicht abhängt. Drehen wir nun die Nadel um den kleinen Winkel α, so ist die Arbeit, welche die elektrischen Kräfte dabei leisten, gleich dem negativen Betrage der hierbei eintretenden Änderung der potentiellen Energie des Systems, d. h. $= -\alpha\,\frac{\partial\mathfrak{A}}{\partial\alpha}$, und $\frac{\partial\mathfrak{A}}{\partial\alpha}$ ist das dabei auftretende Drehungsmoment der elektrostatischen Kräfte. Indem man nun in diesem Ausdruck die Differentialquotienten $\frac{\partial A}{\partial\alpha} \ldots \frac{\partial C_2}{\partial\alpha}$ gleich Konstanten setzt, gelangt man nach HALLWACHS zu der mit der Erfahrung nicht genügend in Einklang stehenden MAXWELLschen Formel, während man nach GOUY diese Differentialquotienten als von α abhängig aufzufassen hat, wobei es nach ORLICHs Untersuchungen genügt, zu setzen:

$$\frac{\partial A}{\partial\alpha} = a + a'\,\alpha,\ \frac{\partial A_1}{\partial\alpha} = a_1 + a_1{}'\,\alpha,\ \ldots,\ \frac{\partial C_2}{\partial\alpha} = c_2 + c_2{}'\,\alpha.$$

Hierin sind a', $a_1{}'$ ... $c_2{}'$ kleine Grössen; ferner ist $H = 0$, wenn der den Werten $\mathfrak{V} = \mathfrak{V}_1 = \mathfrak{V}_2 = 0$ entsprechende Wert von $\alpha = 0$ gesetzt wird. Ist somit $\mathfrak{D}$ das Torsionsmoment des Aufhängedrahtes, so ergiebt sich als Gleichgewichtsbedingung für die Nadel:

$$\mathfrak{D}\,\alpha = a\,\mathfrak{B}^2 + a_1\,\mathfrak{B}_1{}^2 + a_2\,\mathfrak{B}_2{}^2 + b\,\mathfrak{B}_1\,\mathfrak{B}_2 + b_1\,\mathfrak{B}\,\mathfrak{B}_1 + b_2\,\mathfrak{B}\,\mathfrak{B}_2 + c\,\mathfrak{B} + c_1\,\mathfrak{B}_1 + c_2\,\mathfrak{B}_2 + \alpha\,[a'\,\mathfrak{B}^2 + a_1{}'\,\mathfrak{B}_1{}^2 + a_2{}'\,\mathfrak{B}_2{}^2 + b'\,\mathfrak{B}_1\,\mathfrak{B}_2 + b_1{}'\,\mathfrak{B}\,\mathfrak{B}_1 + b_2{}'\,\mathfrak{B}\,\mathfrak{B}_2 + c'\,\mathfrak{B} + c_1{}'\,\mathfrak{B}_1 + c_2{}'\,\mathfrak{B}_2].$$

Macht man nun nach ORLICH die plausible Annahme, dass der von α abhängige Teil des Drehungsmomentes der elektrostatischen Kräfte, d. h. der Klammerausdruck rechts, für $\mathfrak{B}_1$ und $\mathfrak{B}_2$ symmetrisch ist, und dass, der Kleinheit der Koeffizienten c', $c_1{}'$ und $c_2{}'$ wegen, die Glieder ersten Grades vernachlässigt werden können, dividiert man endlich die Gleichung durch $\mathfrak{D}$ und führt die neuen Konstanten A, B, Γ, Δ ein, so geht obige Gleichung über in:

$$\alpha\,(1 + A\,\mathfrak{B}^2 + B\,(\mathfrak{B}_1{}^2 + \mathfrak{B}_2{}^2) + \Gamma\,\mathfrak{B}\,(\mathfrak{B}_1 + \mathfrak{B}_2) + \Delta\,\mathfrak{B}_1\,\mathfrak{B}_2) = a\,\mathfrak{B}^2 + a_1\,\mathfrak{B}_1{}^2 + a_2\,\mathfrak{B}_2{}^2 + b\,\mathfrak{B}_1\,\mathfrak{B}_2 + b_1\,\mathfrak{B}\,\mathfrak{B}_1 + b_2\,\mathfrak{B}\,\mathfrak{B}_2 + c\,\mathfrak{B} + c_1\,\mathfrak{B}_1 + c_2\,\mathfrak{B}_2.$$

Orientiert man das Instrument durch Heben oder Senken der Nadel und durch radiales Verschieben des einen Quadranten so, dass für $\mathfrak{B}_1 = \mathfrak{B}_2 = 0$ und für einen grossen positiven oder negativen Wert von $\mathfrak{B}$ die Nadel beim Kommutieren des Potentials $\mathfrak{B}$ entgegengesetzt gleiche Ablenkungen erfährt, so reduziert sich nach HALLWACHS die rechte Seite obiger Gleichung auf:

$$a\,(\mathfrak{B}_1 - \mathfrak{B}_2 + \mathfrak{p}_{1,2})\left(\mathfrak{B} - \frac{\mathfrak{B}_1 + \mathfrak{B}_2}{2} + \mathfrak{p}\right);$$

indessen ist es nach ORLICH nicht nötig, bei den Messungen diesen Zustand herzustellen, indem man immer die durch Kommutieren erhaltenen Beobachtungen so kombinieren kann, dass sich das zu messende Potential daraus finden lässt.

102. Bestimmung der Konstanten und Schaltungsweisen des Quadrantelektrometers.

Zur Ermittelung der Konstanten kann man nun zunächst, nachdem man die Dämpfung genügend herabgemindert hat, die Schwingungen der Nadel verwenden. Macht man hierbei:

1. $\mathfrak{B}_1 = \mathfrak{B}_2 = 0$ und $\mathfrak{B} = P$, wo P einen genügend hohen positiven oder negativen Potentialwert bezeichnet, den man passend verändert (z. B. $P = 200$, 400 und 600 Volt), so ergiebt sich aus der allgemeinen Gleichung:

$$\alpha\,(1 + A\,P^2) = a\,P^2 + c\,P.$$

Hierin ist der mit α multiplizierte Ausdruck dem auf die Nadel wirkenden Drehungsmoment für $\alpha = 1$ oder der Richtkraft proportional, und es muss nach § 72 das Quadrat der Schwingungsdauer T^2 umgekehrt proportional $1 + A\,P^2$ sein. Setzt man also:

$$\frac{1}{T^2} = k\,(1 + A\,P^2),$$

so kann man aus einer Reihe von zusammengehörigen Wertepaaren P, T die Konstanten k und A ermitteln.

2. Macht man ferner $\mathfrak{B}_1 = \mathfrak{B}_2 = P$ und $\mathfrak{B} = P + Q$, wobei man Q konstant hält und P ändert (z. B. $P = \pm 200$, 100, 0 und $Q = 400$ Volt), so muss ebenso

$$\frac{1}{T^2} = k\,(1 + A\,Q^2 + 2\,(A + \Gamma)\,P\,Q + (A + 2\,B + 2\,\Gamma + \Delta)\,P^2)$$

sein. Da aber bei diesen Versuchen T sich als konstant ergab, so muss

$A + \Gamma = 0$ und $A + 2\,B + 2\,\Gamma + \Delta = 0$, d. h. $2\,B + \Delta = A$ sein.

Setzt man diese Werte in die allgemeine Gleichung ein, so wird

$$1 + A\,\mathfrak{V}^2 + B\,(\mathfrak{V}_1{}^2 + \mathfrak{V}_2{}^2) + \Gamma\,\mathfrak{V}\,(\mathfrak{V}_1 + \mathfrak{V}_2) + \Delta\,\mathfrak{V}_1\,\mathfrak{V}_2$$
$$= 1 + A\,(\mathfrak{V} - \mathfrak{V}_1)\,(\mathfrak{V} - \mathfrak{V}_2) + B\,(\mathfrak{V}_1 - \mathfrak{V}_2)^2,$$

d. h. die Richtkraft hängt nur ab von den Potentialunterschieden zwischen der Nadel und den Quadrantenpaaren.

3. $\mathfrak{V} = 0$ und $\mathfrak{V}_1 = \pm P$, $\mathfrak{V}_2 = \mp P$ giebt

$$\frac{1}{T^2} = k\,(1 + (2\,B - \Delta)\,P^2).$$

Da mit wachsendem P die Schwingungsdauer abnimmt, muss $2\,B - \Delta$ positiv sein. Aus einer Reihe von Wertepaaren P, T kann man k und $2\,B - \Delta$ ermitteln.

Die eigentlichen Messungen mittels des Quadrantelektrometers erfolgen durch Beobachtung der Winkelausschläge α bezw. der nach § 66 auf Winkel reduzierten Skalenausschläge s, welche man erhält, indem man die abgelesenen Skalenausschläge s_a mit $\left(1 - \frac{1}{3}\frac{s_a{}^2}{A^2} + \frac{1}{5}\frac{s_a{}^4}{A^4}\right)$ multipliziert (A bedeutet den Skalenabstand in Skalenteilen). Für ein gegebenes A berechnet man sich die Grösse der Korrektion $-s_a\left(\frac{1}{3}\frac{s_a{}^2}{A^2} - \frac{1}{5}\frac{s_a{}^4}{A^4}\right)$ für eine Reihe von s_a und trägt dieselbe als Funktion von s_a in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein, aus dem man dann mittels der durch die Endpunkte der Ordinaten hindurchgelegten Kurve zu jedem s_a die Korrektion entnimmt, welche von s_a abzuziehen ist. Noch bequemer ist die Verwendung einer kreisförmigen Skala mit dem Krümmungsradius A. Anstatt des Winkel α selbst kann alsdann in den oben abgeleiteten Formeln der auf Bogen reduzierte Skalenausschlag s gesetzt werden, wenn man anstatt der Konstanten a, $a_1 \ldots c_2$ das $2\,A$-fache derselben einführt.

Zur Messung kleiner Spannungen bis etwa herab zu 0·001 Volt dient die sogenannte Quadrantschaltung. Hierbei ist die Nadel auf ein hohes positives oder negatives Potential $\pm P$ geladen, während eins der Quadrantenpaare am Gehäuse liegt, das andere das zu messende niedere Potential $\pm p$ zugeführt erhält.

Ist also z. B. $\mathfrak{V}_2 = 0$, $\mathfrak{V}_1 = p$, so reduziert sich wegen der Kleinheit von p der Ausdruck für die Richtkraft auf $1 + A\,P^2$. Richtet man es ferner so ein, dass man sowohl p als P kommutieren kann, so wechseln in dem Ausdruck auf der rechten Seite, welcher sich auf $a\,P^2 + a_1\,p^2 + b_1\,P\,p + c\,P + c_1\,p$ reduziert, infolge der ersten Kommutierung die Glieder mit p, infolge der zweiten diejenigen mit P ihr Vorzeichen; man erhält somit die vier Gleichungen:

$$\alpha_1 (1 + A P^2) = a P^2 + a_1 p^2 + b_1 P p + c P + c_1 p; \; + p, \; + P$$
$$\alpha_2 (1 + A P^2) = a P^2 + a_1 p^2 - b_1 P p + c P - c_1 p; \; - p, \; + P$$
$$\alpha_3 (1 + A P^2) = a P^2 + a_1 p^2 + b_1 P p - c P - c_1 p; \; - p, \; - P$$
$$\alpha_4 (1 + A P^2) = a P^2 + a_1 p^2 - b_1 P p - c P + c_1 p; \; + p, \; - P.$$

Hieraus folgt:

$$(\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_4)(1 + A P^2) = 4 b_1 P p,$$

d. h.

$$\frac{\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_4}{4} = p \frac{b_1 P}{1 + A P^2}.$$

Links steht der mittlere einseitige Ausschlag; derselbe ist also proportional p, wächst aber mit P nicht unbegrenzt, weil der Faktor $\frac{P}{1 + A P^2}$ für $P = \sqrt{\frac{1}{A}}$ ein Maximum erreicht, welches $= \frac{1}{2\sqrt{A}}$ ist.

Bei bekanntem p und P kann man aus obiger Gleichung die Konstante b_1 ermitteln, während man für c die Gleichung erhält:

$$(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3 - \alpha_4)(1 + A P^2) = 4 c P.$$

Vertauscht man endlich die beiden Quadrantenpaare, d. h. macht man $\mathfrak{B}_1 = 0$ und $\mathfrak{B}_2 = \pm p$, so kann man ebenfalls vier Gleichungen erhalten, aus denen sich b_2 und c bestimmen lassen.

Wird P durch Verbindung der Nadel mit einer geladenen Leydener Flasche erzeugt, wie bei der ursprünglichen Lord KELVINschen Form des Instruments, so ist die Kommutierung von P nicht mehr möglich; man muss alsdann die Nadel nach dem oben beschriebenen HALLWACHSschen Verfahren justieren, so dass man die Gleichung erhält:

$$\alpha (1 + AP^2) = a (\mathfrak{B}_1 - \mathfrak{B}_2 + \mathfrak{p}_{1,2}) \left(P - \frac{\mathfrak{B}_1 + \mathfrak{B}_2}{2} + \mathfrak{p}\right).$$

Durch Kommutieren von p und Vertauschen der Quadrantenpaare erhält man alsdann ebenfalls vier Ausschläge, und es ist:

$$\alpha_1 (1 + AP^2) = a (p + \mathfrak{p}_{1,2}) \left(P - \frac{p}{2} + \mathfrak{p}\right); \; \mathfrak{B}_1 = + p, \; \mathfrak{B}_2 = o$$

$$\alpha_2 (1 + AP^2) = a (- p + \mathfrak{p}_{1,2}) \left(P + \frac{p}{2} + \mathfrak{p}\right); \; \mathfrak{B}_1 = - p, \; \mathfrak{B}_2 = o$$

$$\alpha_3 (1 + AP^2) = a (p + \mathfrak{p}_{1,2}) \left(P + \frac{p}{2} + \mathfrak{p}\right); \; \mathfrak{B}_1 = o, \; \mathfrak{B}_2 = - p$$

$$\alpha_4 (1 + AP^2) = a (- p + \mathfrak{p}_{1,2}) \left(P - \frac{p}{2} + \mathfrak{p}\right); \; \mathfrak{B}_1 = o, \; \mathfrak{B}_2 = + p.$$

Hieraus folgt:

$$(\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_4)(1 + AP^2) = 4 ap (P + \mathfrak{p}).$$

Es ist also

$$\frac{\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_4}{4} = p \frac{a (P + \mathfrak{p})}{1 + AP^2},$$

worin $\mathfrak{p}$ gegen P vernachlässigt werden kann. Bei konstant gehaltenem P folgt hieraus:

$$p = C \cdot \frac{\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_4}{4},$$

wo

$$C = \frac{1 + A P^2}{a (P + \mathfrak{p})}$$

eine Konstante ist. Auch hier ist die Empfindlichkeit am grössten, wenn $P = \sqrt{\frac{1}{A}}$ gemacht wird.

Ist übrigens der Kontaktpotentialunterschied zwischen den beiden Quadrantenpaaren $\mathfrak{p}_{1,2}$, wie meist, gleich 0, so genügt die Kommutierung von p und es ist:

$$p = C \cdot \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}.$$

Setzt man hierin anstatt der Winkel die reduzierten Skalenausschläge ein, so wird $\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} = \frac{s_1 - s_2}{2} / 2A$, d. h.

$$p = c \cdot \frac{s_1 - s_2}{2},$$

worin c umgekehrt proportional dem Skalenabstand ist.

Die ebenfalls zur Messung kleiner Potentialunterschiede verwendbare Nadelschaltung soll ihrer geringen praktischen Wichtigkeit wegen hier nicht genauer behandelt werden. Bei derselben macht man entweder den Potentialunterschied zwischen den beiden Quadrantenpaaren $\mathfrak{V}_1 - \mathfrak{V}_2 = \pm P$ und legt $\pm p$ zwischen die Nadel und das Gehäuse, oder man legt (siehe Orlich a. a. O.) die Nadel direkt an das Gehäuse und macht $\mathfrak{V}_1 = P \pm p$ und $\mathfrak{V}_2 = o$ oder umgekehrt.

Besonders wichtig für die Messung höherer Potentialunterschiede, besonders aber für Wechselstrommessungen, ist die dritte, die sogenannte Doppel- oder idiostatische Schaltung, bei welcher die Nadel mit dem einen Quadrantenpaar verbunden wird; es wird alsdann entweder das zu messende Potential $\pm P$ an diese, das andere Quadrantenpaar an Erde (= Gehäuse) gelegt, oder umgekehrt, d. h. es ist entweder

$$1.\ \mathfrak{V} = \mathfrak{V}_1 = \pm P \text{ und } \mathfrak{V}_2 = o,$$

oder umgekehrt

$$2.\ \mathfrak{V} = \mathfrak{V}_1 = o \quad \text{ und } \mathfrak{V}_2 = \pm P.$$

Dieselben Messungen kann man jedesmal mit vertauschten Quadrantenpaaren wiederholen.

Nennt man die Ausschläge, welche man für $\mathfrak{V} = \mathfrak{V}_1 = \pm P$ und $\mathfrak{V}_2 = o$ erhält, α_1 und α_2, so wird, wie sich leicht aus der allgemeinen Gleichung

$$a\,(1 + A\,(\mathfrak{V} - \mathfrak{V}_1)\,(\mathfrak{V} - \mathfrak{V}_2) + B\,(\mathfrak{V}_1 - \mathfrak{V}_2)^2) = a\,\mathfrak{V}^2 + a_1\,\mathfrak{V}_1^{\,2} + a_2\,\mathfrak{V}_2^{\,2} + b\,\mathfrak{V}_1\mathfrak{V}_2 + b_1\,\mathfrak{V}\mathfrak{V}_1 + b_2\,\mathfrak{V}\mathfrak{V}_2 + c\,\mathfrak{V} + c_1\,\mathfrak{V}_1 + c_2\,\mathfrak{V}_2$$

ergiebt:

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}\,(1 + BP^2) = (a + a_1 + b_1)\,P^2;$$

ebenso nach Vertauschung der Quadrantenpaare:

$$\frac{\alpha_3 + \alpha_4}{2} (1 + BP^2) = (a + a_2 + b_2) P^2.$$

Dabei sind α_3 und α_4 nach der entgegengesetzten Seite gerichtet, wie α_1 und α_2. Man kann dann auch beide kombinieren und erhält:

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3 - \alpha_4}{2} (1 + BP^2) = (a_1 - a_2 + b_1 - b_2) P^2.$$

Bei der Schaltung nach 2. erhält man ebenso:

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} (1 + BP^2) = a_2 P^2 \text{ und}$$

$$\frac{\alpha_3 + \alpha_4}{2} (1 + BP^2) = a_1 P^2.$$

Aus beiden zusammen folgt:

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3 - \alpha_4}{2} (1 + BP^2) = (a_2 - a_1) P^2.$$

Gleichviel also, wie man die Schaltung ausführt, erhält man bei der Doppelschaltung, wenn man mit α den mittleren Gesamtausschlag bezeichnet, wie man ihn durch Vertauschung der Quadrantenpaare erhält:

$$\alpha (1 + BP^2) = CP^2,$$

worin B und C Konstanten sind. Dabei ist B nur klein, so dass bei nicht zu grossem P das Produkt BP^2 gegen 1 verschwindet. Man hat also allgemein:

$$P^2 = \frac{\alpha}{C} \frac{1}{1 - \alpha \frac{B}{C}}.$$

Hierin ist immer $\alpha \frac{B}{C}$ so klein, dass ohne merklichen Fehler

$$P^2 = \frac{\alpha}{C} (1 + \alpha c)$$

gesetzt werden kann. Unter Umständen genügt auch schon die Formel

$$P^2 = \frac{\alpha}{C}.$$

Die Konstanten C und c bestimmt man aus einer Reihe von Wertepaaren P, α nach der Methode der kleinsten Quadrate.

103. Ausführungsformen des Quadrantelektrometers.

Das Quadrantelektrometer in der ursprünglichen Form ist vorwiegend für die Quadrantschaltung bestimmt und zu diesem Zwecke in eine Art Leydener Flasche eingebaut, deren innerer Belag mit der Nadel leitend verbunden ist. Hierzu ist die Flasche zum Teil mit konzentrierter Schwefelsäure gefüllt, in welche die mit der Nadel verbundene Platinfahne D (Fig. 135) eintaucht. Die Flasche erhält eine schwache Ladung, welche sich infolge der austrocknenden Wirkung der Schwefelsäure nur ganz langsam vermindert und, nach Bedarf, mittels eines Füllapparats (§ 98) wieder ergänzt werden kann. Die Nadel hängt entweder bifilar an einem Kokonfaden oder besser unifilar an einem Quarzfaden.

Das Quadrantelektrometer in dieser älteren Form hat verschiedene Mängel, indem einmal die Flüssigkeitsdämpfung sehr leicht zu Störungen Veranlassung giebt, andererseits das Instrument, namentlich für Wechselstrommessungen, also insbesondere bei Anwendung der Doppelschaltung, eine zu hohe Kapazität besitzt. Bei den neueren Formen des Quadrantelektrometers hängt man deshalb die Nadel meist an einem leitenden Faden auf, wozu man entweder dünne Phosphorbronzebänder, oder, nach HALLWACHS (WIED. Ann. 1895, Bd. 55, S. 170), sogenannte WOLLASTONsche Platindrähte von $^1/_{40}$ mm und weniger Durchmesser, oder, nach HIMSTEDT, versilberte Quarzfäden, welche an den Enden galvanisch verkupfert sind und mit den übrigen Teilen durch Löten verbunden werden, oder endlich, nach DOLEZALEK (Z. f. Instrk. 1901, S. 345) Quarzfäden verwenden kann, welche an der Oberfläche mit einer elektrolytisch leitenden Schicht überzogen sind, indem man sie erst in Kalilauge, dann in die Lösung irgend eines hygroskopischen Salzes, z. B. in $20^0/_0$ige Lösung von Chlorcalcium, eintaucht. Für Wechselstrommessungen eignen sich indessen nur Metallfäden oder versilberte Quarzfäden.

Eine sehr vollkommene Form eines modernen Quadrantelektrometers stellt die von HALLWACHS (WIED. Ann. 1895, Bd. 55, S. 170) beschriebene, von der Firma STIEBERITZ in Dresden ausgeführten Konstruktion dar; bei diesem Instrument hängt die Nadel an einem WOLLASTONschen Platindraht und ist mit einer regulierbaren TÖPLERschen Luftdämpfung (§ 73) versehen. — Einfacher und darum billiger und dabei ausserordentlich empfindlich ist das von DOLEZALEK (Z. f. Instrk. 1901, S. 345) beschriebene Quadrantelektrometer, welches zum Preise von nur 80 M. von BARTELS in Göttingen zu beziehen ist. Die Nadel besitzt die in Fig. 136 dargestellte Form. Dieselbe besteht aus zwei durchbrochenen Doppelquadranten von dünnem Silberpapier, welche an den Rändern zusammengeklebt sind und durch eine dünne Aluminiumfeder in der Mitte auseinander gehalten werden. Durch diese Form der Nadel wird einmal eine sehr grosse Leichtigkeit erzielt (das ganze System mit Aluminiumstab und Spiegel wiegt nur 0·2 g), andererseits ist die Luftreibung genügend, um eine vorzügliche Dämpfung zu erzielen ($k = 7$). Zur Aufhängung dient bei Gleichstrommessungen ein in der oben beschriebenen Weise elektrolytisch leitend gemachter Quarzfaden von etwa 0·01 mm Dicke und 60 mm Länge, welcher bei Wechselstrommessungen durch einen versilberten Faden zu ersetzen sein würde. Der Durchmesser der Quadrantendose beträgt 50 mm, ihre lichte Höhe 7·5 mm. Die Nadel wird bei Anwendung der Quadrantschaltung auf ein Potential von 100—200 Volt gebracht; höhere Werte zu nehmen, empfiehlt sich nicht, da dann leicht Störungen auftreten; die Ladung geschieht vermittels der Klemme K_3 (Fig. 137, welche das ganze Instrument darstellt). Die Quadrantenpaare sind auf einem Hartgummiring befestigt und mit den Klemmen K_1 und K_2 verbunden. — Das beschriebene Instrument besitzt bei einer Schwingungsdauer $T = 36$ sec und 1000 S.-T. Skalenabstand, wenn das Nadelpotential $\mathfrak{N} = 110$ Volt beträgt, bei Quadrantschaltung eine solche Empfindlichkeit, dass 0,001 Volt Potentialunterschied zwischen den beiden Quadrantenpaaren einen Ausschlag von 1·3 S.-T. erzeugt. Dabei ist bis 100 S.-T. die Proportionalität zwischen Potentialunterschied und Ausschlag eine sehr gute. Die elektrostatische Kapazität (§ 97) des Instruments beträgt $10^{-5} \mu F$.

Fig. 136.

Bei dem von Prof. Dr. Edelmann in München gebauten Zylinder-Quadrantelektrometer werden die Quadranten nicht aus einer flachen Dose, sondern aus einem in vier Teile zerschnittenen Zylindermantel hergestellt, wobei ebenfalls die diametral gegenüber liegenden Quadrantenpaare leitend verbunden werden. Die Nadel besteht ebenfalls aus zwei Zylindermantel-Quadranten, welche durch einen Querstab diametral miteinander verbunden sind.

104. Messung höherer Potentialunterschiede mit dem Quadrantelektrometer.

Das Quadrantelektrometer ist seiner Natur nach nur zur Messung geringer Potentialunterschiede geeignet, welche bei der Doppelschaltung höch-

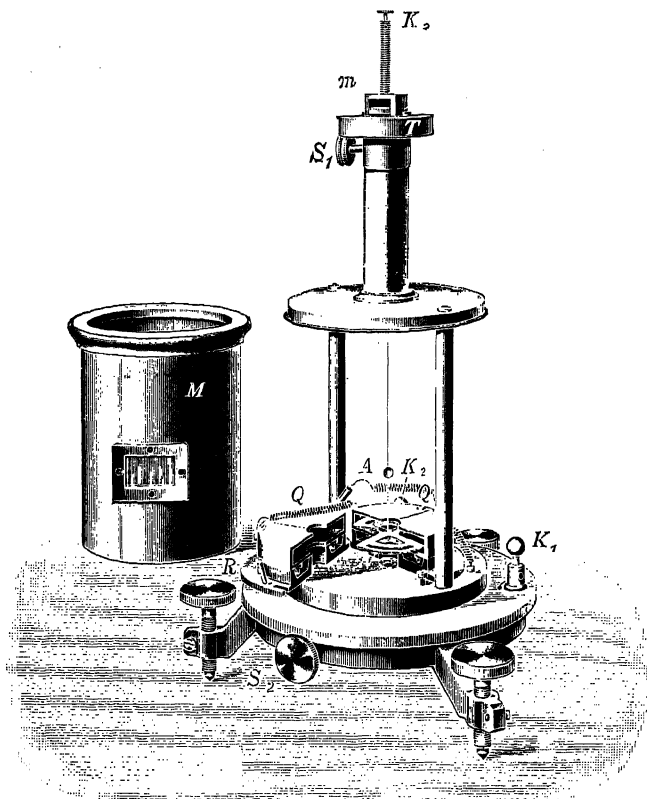



Fig. 137.

stens bis etwa 70 Volt heraufgehen. Liegt das Bedürfnis vor, höhere Potentialunterschiede damit zu messen, so kann man das Elektrometer entweder an einen passenden Bruchteil eines grossen Widerstandes anlegen, den man zwischen die Pole schaltet, deren Potentialunterschied man messen will. Besser aber bedient man sich für diesen Zweck nach Peuckert (ETZ 1898, S. 657) einer Reihe kleiner, genau gleicher Glimmerkondensatoren, welche man hintereinander oder in Kaskade zwischen die betreffenden Pole schaltet, während man das Elektrometer mit den beiden Belegungen eines derselben verbindet. Der gemessene Spannungsunterschied ist alsdann mit der Anzahl der hintereinander geschalteten Kondensatoren zu multiplizieren. — Zu demselben Zweck kann man, besonders für sehr hohe Spannungen, auch den

doppelten Luftkondensator von EDELMANN benutzen (Fig. 138). Bei diesem werden die beiden unteren, von Hartgummisäulen getragenen Kondensatorplatten B und D mit den Polen der Hochspannungsquelle verbunden, während die an der Hartgummitraverse t befestigten, diesen gegenüberstehenden Platten A und C mit dem Elektrometer (in Doppelschaltung) verbunden werden. Es ist nämlich das Elektrometer, dessen Kapazität $\mathfrak{C}_2$ sein mag, in Kaskade zu den beiden Kondensatoren mit der Gesamtkapazität $\mathfrak{C}_1$ geschaltet; somit sind die Ladungen dieselben, also $\mathfrak{C}_1 \mathfrak{V}_1 = \mathfrak{C}_2 \mathfrak{V}_2$, wobei $\mathfrak{V} = \mathfrak{V}_1 + \mathfrak{V}_2$ die zu messende hohe Spannung bedeutet. Daraus folgt:

$$\mathfrak{V} = \mathfrak{V}_2 \left(1 + \frac{\mathfrak{C}_2}{\mathfrak{C}_1}\right),$$

wo $\mathfrak{V}_2$ die am Elektrometer abgelesene Spannung ist. Die Entfernungen zwischen den beiden Plattenpaaren werden so reguliert, dass man am Elektrometer ablesbare Ausschläge erhält. Die Eichung kann hier nur empirisch erfolgen, indem man z. B. die hohe Spannung gleichzeitig mit einem absoluten Elektrometer misst.

Fig. 138.

Fig. 139.

105. Quadrantelektrometer-Schlüssel.

Zum bequemen Gebrauch des Quadrantelektrometers gehört noch eine Vorrichtung, welche die verschiedenen Schaltungen rasch und sicher auszuführen gestattet, ein sogenannter Elektrometerschlüssel. Eine für alle möglichen Schaltungen zweckmässige Einrichtung dieses Apparats zeigt Fig. 139 schematisch im Grundriss. Auf einer Grundplatte aus Hartgummi sitzen 8 Klemmen E, Q_1, Q_2, N, B_1, B_2, C_1, C_2 und 6 Kontaktknöpfe 1 bis 6, welche in der aus der Figur ersichtlichen Weise miteinander verbunden sind. Bei der Quadrantschaltung werden die beiden Quadrantenpaare mit den Klemmen Q_1 und Q_2 verbunden, während E am Gehäuse liegt. Die Punkte, deren Potentialunterschied gemessen werden soll, z. B. die Pole eines galvanischen Elements, legt man an B_1 und B_2; der Kommutator K gestattet alsdann, nach Belieben B_1 oder B_2 mit einem der Quadranten zu verbinden, während der andere am Gehäuse liegt. Die Quadrantenpaare werden vertauscht durch Umlegen der beiden Kurbeln auf die Kontakte 2 und 3. Will man beide Quadranten an Erde oder Gehäuse legen, so stellt man die Kurbeln auf 1 und 3. Wird bei dieser Schaltungsweise zur Ladung der Nadel eine Spannungsbatterie benutzt, so kann man die Nadel mit der Klemme N verbinden und den nicht geerdeten Pol der Batterie an die mit dem Kontakt 6

verbundene Klemme legen; die Ladung der Nadel erfolgt alsdann durch Herüberdrehen der Kurbel auf Kontakt 6. Will man die vollständigen Messungen nach ORLICH ausführen, so ist es zweckmässig, für die Spannungsbatterie noch einen zweiten Kommutator anzuordnen, dessen einen Kontaktknopf man mit 6 verbindet, während man den diametral gegenüberliegenden an E anschliesst. — Bei der Nadelschaltung werden die Quadrantenpaare direkt mit den Polen der Spannungsbatterie verbunden; die Nadel wird an N gelegt, während die Kurbel auf Kontakt 4 steht. Die Klemmen Q_1 und Q_2 bleiben frei; E liegt an Erde. — Bei der Doppelschaltung endlich werden die Quadranten mit Q_1 und Q_2, die Nadel mit N verbunden, während die Kurbel auf Kontakt 4 gestellt wird. — Mit den Klemmen C_1, C_2 kann man zur steten Kontrolle der Empfindlichkeit ein Normalelement oder eine Batterie solcher verbinden und durch Herüberdrehen der Doppelkurbel U diese an das Elektrometer legen.

106. Kapillarelektrometer.

Für Potentialunterschiede, welche kleiner als 0·8 Volt sind, ist endlich, falls die etwas hohe Kapazität des Instruments nicht stört, ein sehr empfindliches und genaues Messinstrument das Kapillarelektrometer von LIPPMANN. Dasselbe beruht auf der Steigerung der Oberflächenspannung an einer

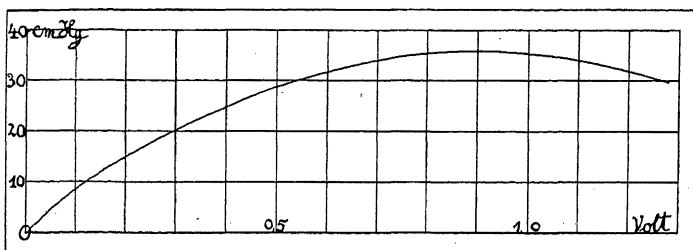



Fig. 140.

in einem Kapillarrohr mit verdünnter Schwefelsäure (25 %) sich berührenden Quecksilberkuppe, wenn an derselben eine Polarisation durch Wasserstoff erzeugt wird. Diese Drucksteigerung ist eine Funktion des die Wasserstoffpolarisation hervorrufenden Potentialunterschiedes und hat z. B. für eine Kuppe, welche normal einer Quecksilbersäule von 75 cm Länge das Gleichgewicht hält (Rohrweite ca. 0·02 mm) den in Fig. 140 graphisch dargestellten Verlauf (MASCART und JOUBERT, Lehrb. d. El. u. d. Magn., deutsche Ausg., Bd. 2, S. 191). Der Überdruck steigt also anfangs rascher, später langsamer, und erreicht bei 0·9 Volt ein Maximum, um hierauf wieder zu fallen. — Fig. 141 stellt das Instrument selbst schematisch dar. Das Glasrohr R ist unten in eine sehr feine Kapillare ausgezogen, welche in das Glas G eintaucht. Letzteres enthält unten Quecksilber, darüber die verdünnte Schwefelsäure; die eingeschmolzenen Platindrähte vermitteln die Verbindung mit der Elektrizitätsquelle. Die Quecksilberkuppe in der Kapillare wird durch ein Mikroskop F mit Okularmikrometer beobachtet und durch Steigerung des Druckes über der Quecksilbersäule im Rohr R immer wieder auf ihren alten Platz zurückgeführt. Die Drucksteigerung wird durch Pressen des Gummibeutels B mittels der Schraube S erzielt und am Manometer M abgelesen. Mit dem Quecksilber im Rohr R ist stets der negative Pol der Elektrizitätsquelle

zu verbinden; das Elektrometer eignet sich daher nur für Gleichstrommessungen. Nach der Messung sind die Quecksilbermassen in R und G leitend miteinander zu verbinden, um die Polarisation wieder zum Verschwinden zu bringen.

Bei einer anderen, wesentlich einfacheren Form dieses Instruments, welche in der in Fig. 142 abgebildeten Ausführung von WEINHOLD herrührt

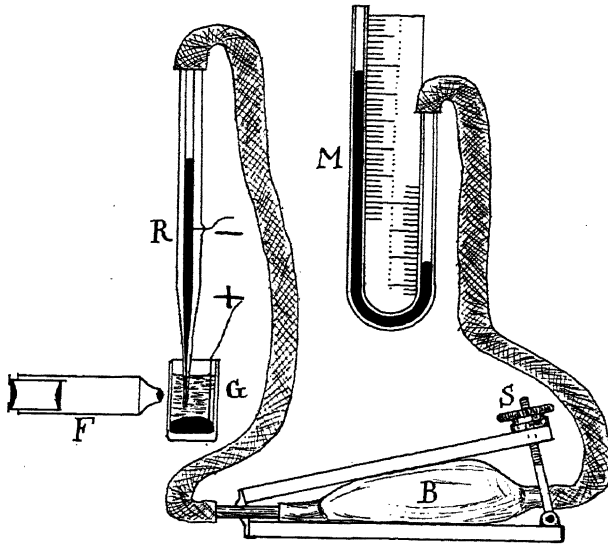



Fig. 141.

(s. dessen phys. Demonstr. S. 750), misst man den Potentialunterschied durch Verschiebung der Quecksilberkuppe in einem horizontalen Kapillarrohr von etwa 0·5 mm Weite, an welches beiderseits weitere Rohre angesetzt sind; letztere sowie der grössere Teil der Kapillare bis auf das kleine Stück-

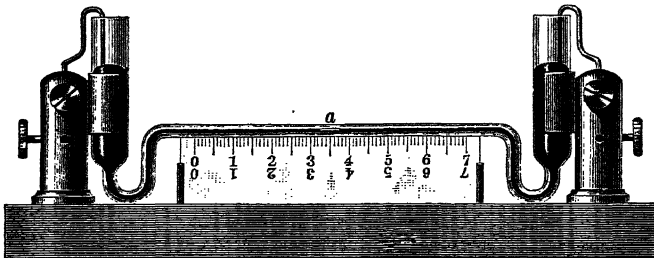



Fig. 142.

chen a in der Mitte sind mit reinem Quecksilber gefüllt; bei a befindet sich ein kurzer Faden von verdünnter Schwefelsäure. Für geringe Potentialunterschiede (unterhalb 1 Volt) sind dieselben den Verschiebungen proportional, welche a vom positiven nach dem negativen Pol hin erfährt, und welche entweder an der in Millimeter geteilten Glasskala direkt oder an dem auf einen Schirm projizierten Bilde abgelesen wird. Man kann zur Ablesung auch ein Mikroskop mit Okularmikrometer benutzen.

22. Die Normalelemente und Spannungsbatterien.

107. Anforderungen, denen Normalelemente entsprechen müssen.

Für die Bestimmung der Konstanten der im letzten Abschnitt beschriebenen Elektrometer sind zuverlässige Spannungsetalons oder Normalelemente erforderlich, deren Klemmenspannung bei sachgemässer Behandlung bei derselben Temperatur immer genau denselben Wert besitzen muss.

Es soll aber nicht bloss die Klemmenspannung des einzelnen Elements im Laufe der Zeit konstant bleiben, sondern an ein solches Normalelement ist die weitere Anforderung zu stellen, dass die Klemmenspannungen verschiedener solcher Elemente, wenn dieselben nach erprobten Vorschriften mit chemisch reinen Substanzen zusammengesetzt werden, untereinander gleich ausfallen, dass also das Element sich überall leicht und sicher reproduzieren lässt.

Da alle Elemente mit flüssigen Depolarisatoren allmählich durch Diffusion der Flüssigkeiten Veränderungen erleiden, können als Normalelemente entweder nur solche mit festen Depolarisatoren in Frage kommen, welche in der Flüssigkeit des Elements unlöslich sind, oder mit solchen löslichen Depolarisatoren, welche das Metall des negativen Pols nicht chemisch verändern. Da die festen Depolarisatoren eine durch Stromlieferung eingetretene Polarisation gewöhnlich nicht so rasch wieder beseitigen, wie die flüssigen, so dürfen solchen Elementen keine oder höchstens ganz schwache Ströme (einige hunderttausendel Amp.) entnommen werden.

108. Das Clarksche Normalelement.

Von den zahlreichen, im Laufe der Zeit von verschiedenen Seiten als Normalelemente vorgeschlagenen Kombinationen haben nur zwei sich als allen praktischen Anforderungen genügend entsprechend erwiesen, nämlich das 1874 von Latimer Clark angegebene Quecksilber-Zink-Element mit schwefelsaurem Quecksilberoxydul (Mercurosulfat, Hg_2SO_4) als Depolarisator und Zinksulfatlösung als Erregerflüssigkeit, und das 1892 zuerst von Weston vorgeschlagene und diesem patentierte Quecksilber-Cadmium-Element mit demselben Depolarisator, wie das Clarksche, und Cadmiumsulfatlösung als Erreger.

Besonders das Verhalten des Clarkschen Normalelements ist seit mehr als zehn Jahren von der physikalisch-technischen Reichsanstalt auf das eingehendste untersucht worden, wobei namentlich reiche Erfahrungen in bezug auf die Konstanz der einzelnen Elemente, die Abhängigkeit der EMK von der Temperatur, von der Konzentration und chemischen Reinheit der verwendeten Lösungen und von der Reinheit der Metallelektroden gesammelt worden sind. Als Normalform des Clarkschen Elements hat sich bei diesen Untersuchungen besonders die in Fig. 143 dargestellte bewährt, welche ohne Veränderung versandtfähig ist und von der physikalisch-technischen Reichsanstalt beglaubigt wird. Dieses Element ist in folgender Weise zusammengesetzt: Als positiver Pol dient ein Platinblech, welches mit Königswasser angeätzt und dann mit einer Quecksilberschicht überzogen wird (durch Verwendung als Kathode bei der Elektrolyse von Quecksilbernitrat). Dasselbe ist an einen Platindraht angeschweisst, welcher in ein Glasrohr eingeschmolzen ist, und an welchen eine die Verbindung mit der positiven Klemme vermittelnde Kupferdrahtspirale angelötet ist; das Glasrohr ist mit Paraffin ausgegossen und mittels eines Paraffinstöpsels in eine poröse Thonzelle eingesetzt. Das Platinblech wird von einem steifen Teig oder einer Paste aus Mercurosulfat, Quecksilber und konzentrierter Lösung von chemisch

reinem, neutralen Zinksulfat umgeben, welche durch inniges Zusammenreiben dieser Substanzen hergestellt wird. Diese Thonzelle steht in einem zylindrischen Glasgefäss, das unten eine Schicht von Zinksulfatkrystallen enthält, über welche eine konzentrierte Lösung dieses Salzes gegossen wird. Mitten im Krystallbrei befindet sich das gut amalgamierte Ende eines Stäbchens aus chemisch reinem Zink, das oben ebenfalls mittels Paraffin in ein Glasrohr eingegossen ist und durch eine angelötete Kupferdrahtspirale mit der negativen Klemme verbunden wird. Das Glas ist oben durch eine auf die Flüssigkeit aufgegossene Paraffinscheibe verschlossen, während die beiden Glasrohre mit ihren erweiterten Enden in einer Korkscheibe sitzen. Zur besseren Dichtung ist oben noch eine Schicht Harzkitt (sogen. Marineleim) aufgegossen. Das ganze Element steht in einem Schutzgehäuse aus vernickeltem Messingrohr, welches mit einem Hartgummideckel verschlossen ist.

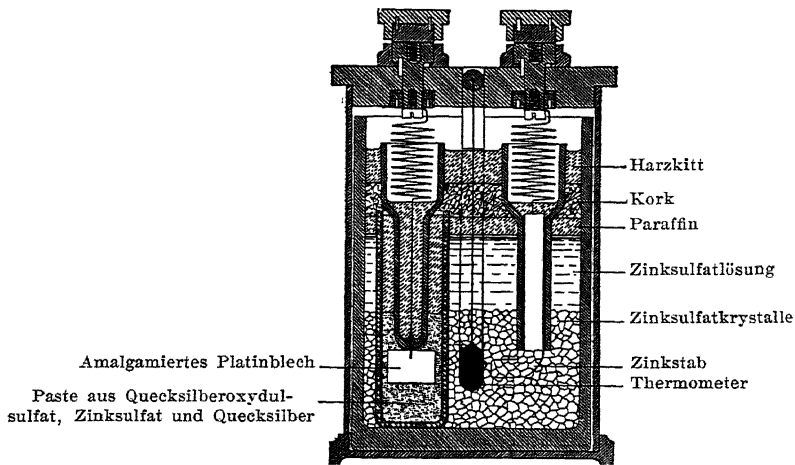



Fig. 143.

Letzterer trägt ausser den beiden Klemmen ein rechtwinklig umgebogenes Thermometer, dessen Gefäss in der Krystallschicht dicht neben dem Zinkende sich befindet. Die Angaben dieses Thermometers müssen bis auf $0{\cdot}1^0$ richtig sein.

Die EMK dieses Elements wurde im stromlosen Zustand gemessen, indem man unter Zwischenschaltung eines empfindlichen Galvanometers seine Pole an die Enden eines Widerstandes von 3 Ω anlegte und durch letzteren einen Strom von solcher Stärke und Richtung schickte, dass durch die von demselben nach dem Ohmschen Gesetz erzeugte Spannungsdifferenz die EMK des Elements gerade kompensiert wurde (vgl. Kahle, ETZ 1892, S. 407); die Stärke dieses Stromes wurde mittels zweier in den Stromkreis eingeschalteter Silbervoltameter gemessen.

Das Endergebnis dieser Messungen ist folgendes (vgl. Kahle, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1899, S. 229 und 267):

EMK bei $15^0 = 1{\cdot}43285$ Volt,

„ „ $t^0 = 1{\cdot}43285 - 0{\cdot}00119\,(t - 15) - 0{\cdot}000007\,(t - 15)^2$.

Die EMK nimmt also, und zwar infolge der mit steigender Temperatur beträchtlich zunehmenden Konzentration der Salzlösung, mit der Temperatur

ziemlich stark ab, so dass, wenn die mit diesem Element erreichbare Genauigkeit von 0·0001 Volt wirklich verbürgt sein soll, die Temperatur auf 0·1^0 genau bestimmt werden muss. Da aber die Konzentrationsänderungen der Lösung bei stärkeren Temperaturänderungen den letzteren nur sehr langsam folgen, muss man ausserdem das Element vor raschen, stärkeren Temperaturänderungen sorgfältig schützen. Am sichersten ist es natürlich, das Element bei den Messungen durch ein Bad von schmelzemdem Eis auf 0^0 zu halten.

109. Das Westonsche Normalelement.

Das Westonsche Normalelement erhält eine Form, welche für das Clarksche schon früher von Lord Rayleigh angewendet worden ist, nämlich die in Fig. 144 dargestellte H-Form. Zwei weite Glasrohre sind durch ein engeres zu einem H-förmigen Gefäss verbunden. In die Böden derselben sind Platindrähte eingeschmolzen, von denen der eine mit einem

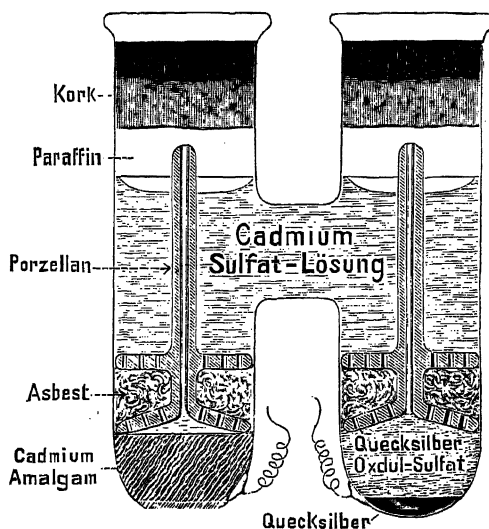



Fig. 144.

bei etwa 60^0 schmelzenden Kadmiumamalgam umgossen ist (1 Cd auf 6 Hg). An den anderen ist ein Platinblech angeschweisst, welches an Ort und Stelle vor der Fertigstellung des Elements durch Elektrolyse von salpetersaurem Quecksilber gut amalgamiert wird, oder derselbe ist von flüssigem Quecksilber umgeben, welches durch die steife Paste an Ort und Stelle gehalten wird, wie in Fig. 144. Bei dem von der physikalisch-technischen Reichsanstalt benutzten Kadmiumelement wird das Amalgam ebenfalls von Krystallen von neutralem[1]) Kadmiumsulfat bedeckt, während das übrige Gefäss mit einer konzentrierten Lösung dieses Salzes angefüllt ist. Bei den transportablen Elementen ist alsdann der ganze übrige Raum mit der Mercurosulfatpaste ausgefüllt, durch deren Berührung mit der negativen Elektrode die EMK nicht im geringsten beeinflusst wird, oder die Paste sowie das Kadmiumamalgam werden, wie in der Figur, durch perforierte

1) Käufliches, chemisch reines Zink- und Kadmiumsulfat reagieren stets sauer, was man durch Blaufärbung von Congorot erkennt. Um die Säure zu neutralisieren, digeriert man die Lösungen mit den (durch Natronlauge gefüllten) Hydroxyden und schüttelt die filtrierten Lösungen, um die dabei entstehenden basischen Salze zu zerstören, mit Mercurosulfat. Die filtrierten Lösungen lässt man auskrystallisieren.

Porzellankolben mit Asbestdichtungen festgehalten. Diese Elemente werden ebenfalls in ein Metallgehäuse eingeschlossen, dessen Hartgummideckel die beiden Klemmen trägt. Die EMK eines so zusammengesetzten Elements beträgt nach KAHLE mit konzentrierter Lösung (a. a. O.):

EMK bei 20^0: 1·0186 Volt,

„ „ t^0: $1{\cdot}0186 - 0{\cdot}000038\,(t - 20) - 0{\cdot}00000065\,(t - 20)^2$.

Der Temperaturkoeffizient ist demnach hier nur $\frac{1}{40}$ von demjenigen des CLARK-Elements, so dass der Temperatureinfluss immer vernachlässigt werden kann.

In noch höherem Grade von der Temperatur unabhängig ist das in Fig. 144 abgebildete Element der EUROPEAN WESTON COMPANY in Berlin, bei welchem zur Füllung eine bei 4^0 gesättigte Lösung von Kadmiumsulfat verwendet wird. Die EMK dieser Elemente ist etwas höher, nämlich 1·0190 Volt, der Temperaturkoeffizient = 0. Dieselben sind nach den Untersuchungen in der physikalisch-technischen Reichsanstalt zwischen 0^0 und 30^0 von der Temperatur fast unabhängig und durchaus stabil und konstant, so dass sie für Präzisionsmessungen in noch höherem Grade geeignet sind, als die CLARK-Elemente. Diese Elemente werden seitens der physikalisch-technischen Reichsanstalt beglaubigt.

110. Spannungsbatterien.

Braucht man, wie z. B. zur Bestimmung der Konstanten von Quadrantelektrometern bei der Doppelschaltung (§ 102), ferner zur Eichung von Elektrometern für höhere Spannung u. s. w., grössere Potentialunterschiede, so würden die hierzu erforderlichen vielpaarigen Batterien, wenn man dieselben aus Normalelementen herstellen wollte, viel zu kostspielig werden. Für solche Zwecke empfehlen sich besonders Batterien von kleinen Akkumulatoren (FEUSSNER, ETZ 1899, S. 632) von etwa 0·2 Amp. maximaler Entladestromstärke und 1 Amp.-Stunde Kapazität. Als Gefässe können zweckmässig Pulvergläser von 50 cm^3 Inhalt verwendet werden, in welche die Elektroden mittels eines aus Kolophonium mit etwas Leinöl und Kopal bestehenden Kittes eingegossen werden; ein mit eingeschmolzenes Glasrohr gestattet dem bei der Ladung entwickelten Knallgas den Austritt, während ein Überkriechen der Säure über den Rand der Gläser, welches die Isolation der Batterie stark beeinträchtigen würde, verhindert ist. Diese Elemente werden in Gruppen zu so vielen hintereinander geschaltet, als man mit den vorhandenen, anderweiten Gleichstromquellen eben noch bequem laden kann (z. B. bei 110 Volt verfügbarer Spannung je 40 u. s. w.); diese einzelnen Batterien kommen auf besondere Tragbretter, auf denen sie mittels Paraffins festgegossen werden. Die Batterien werden einzeln oder parallel geschaltet geladen; durch Hintereinanderschalten der gehörigen Anzahl solcher Gruppen lassen sich alsdann beliebig hohe Potentialunterschiede bis zu 10000 Volt und mehr erzielen.

Batterien von dieser Art, wie dieselben zuerst von der physikalisch-technischen Reichsanstalt benutzt worden sind, liefert der Mechaniker BORNHÄUSER in Charlottenburg.

Erreicht die durch Hintereinanderschalten solcher Akkumulatoren erzeugte Spannung höhere Beträge, so muss für eine möglichst gute Isolation der einzelnen Gruppen gesorgt werden, da andernfalls durch die dauernde Entladung der Batterie dieselbe bald zu Grunde gerichtet werden würde (vgl. FEUSSNER a. a. O.).

Durch die Akkumulatoren sind die früher für solche Zwecke benutzten Batterien von Chlorsilber-, Chromsäure- und anderen, mehr oder weniger konstanten Primärelementen, welche kostspieliger, unbequemer und weniger ausdauernd sind, überflüssig geworden. Vielfache Verwendung finden dagegen, namentlich wenn die leichte Transportfähigkeit in Frage kommt, Batterien aus kleinen Trockenelementen, die von verschiedenen Firmen, z. B. von Hartmann & Braun, in Kästen eingebaut geliefert werden. Eine Batterie von 84 Elementen, einschliesslich Kasten, wie sie letztgenannte Firma anfertigt, wiegt nur 16 kg und liefert etwa 125 Volt Spannung.

Wenn die Elemente nur für elektrometrische Messungen bestimmt sind, und denselben niemals wirkliche Ströme entnommen werden, und wenn es auf absolute Konstanz des Potentialunterschiedes zwischen ihren Polenden nicht so sehr ankommt, wie bei den Batterien, welche man zur Ladung der Nadel oder der Quadrantenpaare von Quadrantelektrometern, oder der Platten des Hankelschen Elektrometers anwendet, kann man einfachere und billigere Säulen aus Primärelementen aufbauen. Bereits Bohnenberger verwendete bei seinem Elektroskop hierzu die trockene, Zambonische Säule, welche aus übereinander geschichteten Scheiben von mit der Papierseite mittels Kleisters aneinander geklebtem Gold- und Silberpapier bestand. Diese Säule ist sehr unzuverlässig, lässt sich aber (nach Elster und Geitel) erheblich verbessern, wenn man nur Silberpapier benutzt, das man auf der Rückseite mit Braunstein oder (nach Dolezalek) noch besser mit Bleisuperoxyd überzieht.

Fig. 145.

Sicherer in der Wirkung sind aber die nassen Säulen, welche zuerst von Hankel für sein Elektrometer benutzt wurden. Dieselben bestanden aus kleinen Gläschen, welche mit Wasser gefüllt und auf einen Harzkuchen gestellt wurden; in dieselben wurden U-förmige Doppelbügel aus Kupfer und Zink eingesetzt. Noch einfacher lässt man (nach Rowland) die Gläschen ganz weg und befestigt die aus 2·5 mm dicken Drähten hergestellten Doppelbügel in der aus Fig. 145 ersichtlichen Weise so in einer Hartgummiplatte, dass immer die Kupfer- und Zinkstäbchen eines Paares nur etwa 1 mm voneinander abstehen. Taucht man alsdann die unteren Enden etwa 2 cm tief in einen Trog mit Wasser, so bleibt durch Kapillarwirkung zwischen den einzelnen Paaren genügend Flüssigkeit hängen, welche beim Nichtgebrauch durch Aufsetzen auf eine Schicht Fliesspapier leicht wieder entfernt werden kann.

Sehr konstant sind endlich für obige Zwecke auch die von Gouy vorgeschlagenen Quecksilber-Zinkelemente, bei welchen als Depolarisator gefälltes Quecksilberoxyd dient. Da letzteres vom Licht allmählich zersetzt wird, sind solche Batterien vor diesem zu schützen. Die EMK der Gouyschen Elemente beträgt fast genau 1·4 Volt, während diejenige der Zink-Kupferelemente mit Wasser nur etwa halb so gross ist.

23. Die Eichung der Elektrometer.

111. Eichung eines Quadrantelektrometers.

Die Eichung eines Quadrantelektrometers, d. h. die Ermittelung der Konstanten C, welche bei einem und demselben Instrument dem Skalenabstand umgekehrt proportional ist, geschieht mittels der Doppelschaltung,

indem man das Elektrometer mit den Polen einer Spannungsbatterie von bekannter EMK verbindet; man verwendet zu diesem Zwecke entweder eine solche aus Normalelementen oder einfacher eine Batterie kleiner Akkumulatoren, in welchem Falle man natürlich $\mathfrak{B}$ auf irgend eine andere Weise messen muss. Letzteres kann entweder durch Vergleichung der Spannungen der einzelnen Elemente der Batterie mit derjenigen eines Normalelements mittels eines Quadrantelektrometers in Quadrantschaltung geschehen, oder mittels der Kompensationsmethode (§ 169), oder endlich mittels eines Spannungsgalvanometers (§§ 165—167); in letzteren beiden Fällen muss man während der Elektrometermessung den zur Spannungsmessung der Batterie dienenden Stromkreis geschlossen halten, da die Klemmenspannung der geschlossenen Batterie kleiner ist als die der offenen. Man nimmt alsdann aus den vier, von der Ruhelage aus gerechneten, einseitigen Ausschlägen das Mittel, korrigiert dasselbe nach § 102 und berechnet alsdann C, indem man $\mathfrak{B}^2$ durch das Doppelte des korrigierten s-Wertes dividiert.

Beispiel:

Skalenabstand $A = 840$ Skalenteile.

$\mathfrak{B}$ V	s (Mittel)	$s \cdot \frac{1}{3} \frac{s^2}{A^2}$	s_k	$\mathfrak{B}^2$	$C = \frac{\mathfrak{B}^2}{2 s_k}$ 1)
26·09	20·85	0·0	20·85	681	16·32
38·94	46·7	0·0	46·7	1516	16·24
51·86	83·1	0·2	82·9	2689	16·21
64·75	129·8	1·0	128·8	4193	16·27
77·58	188·2	3·2	185·0	6019	16·27

Mittel $C = 16{\cdot}26$

Benutzt man das Elektrometer immer mit demselben Skalenabstand, so ist es am bequemsten, die Korrektion von s graphisch auszuführen, indem man in ein rechtwinkliges Koordinatensystem eine unter 45° geneigte Gerade durch den Anfangspunkt legt und deren Ordinaten um die Werte $s \cdot \frac{1}{3} \frac{s^2}{A^2}$ vermindert. Die Ordinaten der so erhaltenen Kurve sind alsdann die zu den betreffenden Abscissen s gehörigen s_k. Am bequemsten verwendet man dazu Millimeterpapier.

112. Empirische Korrektion einer gleichmässig geteilten Skala.

Ist der Zusammenhang zwischen dem Skalenausschlag und der zu messenden Grösse von vornherein nicht bekannt, so dass man die Korrektionen der Skalenablesungen nicht berechnen kann, wie z. B. bei den in § 99 besprochenen Blattelektrometern, so kann man folgende empirische Methode verwenden: man beobachtet eine Anzahl von Werten der zu messenden Grösse (entweder nur die relativen oder auch die absoluten Werte) und die entsprechenden Skalenausschläge s, und trägt diese Wertepaare als Ordinaten und Abscissen in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein. Dies ist z. B. in Fig. 146 mit den an einem Kolbeschen Elektrometer beobachteten Wertepaaren $\mathfrak{B}$, s geschehen, wobei als Mass für die Ordinaten $\mathfrak{B}$ einfach

1) Bei diesem Elektrometer ist bis zu den benutzten Potentialunterschieden $P = \pm 77{,}6$ V die Grösse BP^2 (siehe § 102) gegen 1 zu vernachlässigen.

die Anzahl der zur Ladung benutzten Akkumulatorenelemente gedient hat. Man erhält so eine Kurve OC, welche bis zum Punkt C_1 vollständig mit der Geraden OE zusammenfällt; bis dahin ist $\mathfrak{B}$ proportional s, weiterhin wächst es rascher als letzteres. Alsdann zieht man die unter 45^0 geneigte Gerade OF, deren Ordinaten bis zum Punkt D_1 ebenfalls den entsprechenden Ordinaten $\mathfrak{B}$ proportional sind. Um nun aber über D_1 hinaus diese Linie so fortzusetzen, dass die Ordinaten der so erhaltenen Kurve OD den betreffenden, den gleichen Abscissen s entsprechenden $\mathfrak{B}$ proportional sind, projiziert man die Punkte C_2 . . . der Kurve C horizontal auf die Gerade OE, die Projektionen E_2 . . . projiziert man dann vertikal auf die Ge-

Fig. 146.

rade OF und bringt endlich die durch diese letzteren Projektionen $F_2{}'$ . . . gezogenen Horizontalen mit den Ordinaten $A_2 C_2$ zum Schnitt. Die Schnittpunkte D_2 sind Punkte der gesuchten Kurve OD; denn es ist $A_2 C_2 : A_2 D_2 = A_2{}' E_2 : A_2{}' F_2{}' = A_1 C_1 : A_1 D_1 = c$, oder $\mathfrak{B} : s_k = c$, wenn wir $A_2 D_2 = s_k$ in Skalenteilen messen; wir nennen s_k den korrigierten Skalenausschlag. Auf diese Weise ist in Fig. 146 die ganze Kurve OD konstruiert worden. Die Ordinaten der bis zum Punkte A_1 mit der Abscissenachse zusammenfallenden Kurve OG endlich geben die Differenzen $FD = s_k - s$, d. h. die Korrektionen, welche an den zugehörigen Abscissen s anzubringen sind, um das korrigierte s dem zu messenden Wert proportional zu machen.

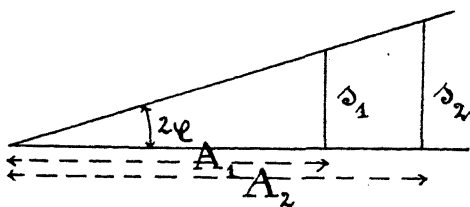
Wenn die Linie OC keinen geradlinigen Teil besitzt, würde als Gerade OE die Tangente der Kurve im Koordinatenanfang zu gelten haben; da sich diese aber nicht genau ziehen lässt, würde das Verfahren dann ein

sehr unsicheres werden. Es bleibt bei solchen Instrumenten nichts übrig, als die empirisch ermittelte Eichungskurve direkt zur Ableitung der zu messenden Grösse aus dem beobachteten Skalenausschlag zu verwenden.

Fig. 147.

Hat man in oben beschriebener Weise die Korrektionen δ_1 der Skalenausschläge s_1 für ein Spiegelinstrument beim Skalenabstand A_1 ermittelt, so sind diejenigen der entsprechenden Skalenausschläge s_2 bei einem grösseren Skalenabstand A_2 bezw. $\delta_2 = \delta_1 \cdot \frac{A_2}{A_1}$. Denn es ist bei demselben Drehungswinkel φ des Spiegels $s_2 : s_1 = A_2 : A_1$ (Fig. 147). Ferner ist aber, wenn X die zu messende Grösse bedeutet:

$$X = C_1 (s_1 + \delta_1) = C_2 (s_2 + \delta_2),$$

worin $C_1 : C_2 \quad A_2 : A_1$ ist. Aus beiden Gleichungen aber folgt die obige Beziehung für δ_2.

B. Indirekte Methoden.

Drittes Kapitel.

Die Messung des Leitungswiderstandes.

a) Einheiten und Rheostaten.

24. Widerstandseinheiten und Widerstandsmaterialien.

113. Absolute und technische Widerstandseinheit.

Nach Festlegung der Einheiten für die Stromstärke (§ 43) und die elektromotorische Kraft (§ 97) ist die Einheit des Widerstandes bestimmt als derjenige Widerstand, in welchem die EMK 1 die Stromstärke 1 hervorruft. Der Widerstand eines Stromkreises ist alsdann nach dem Ohmschen Gesetz zu berechnen, wird also indirekt gefunden. In dieser Weise definierte zuerst Wilh. Weber (1852) die absolute Widerstandseinheit und verglich dieselbe mit der 1846 von Jacobi eingeführten willkürlichen Einheit, welche durch eine Länge von 7·62 m eines etwa $^2/_3$ mm starken Kupferdrahtes dargestellt war.

Man kann bei der Bestimmung der Widerstandseinheit auch vom Jouleschen Gesetz (§ 30) ausgehen und denjenigen Widerstand als Einheit nehmen, in welchem der Strom 1 die der mechanischen Arbeitseinheit (1 Erg $= 1\ C^2\ G\ S^{-2}$) äquivalente Wärmemenge entwickelt; hierzu muss aber das mechanische Wärmeäquivalent bekannt sein, und alle dieser Grösse anhaftenden Unsicherheiten übertragen sich auf die Widerstands-

einheit. Deshalb ist dieser Weg zur Ermittelung der letzteren nicht zu empfehlen.

Die technische Widerstandseinheit oder das Ohm können wir nach vorstehendem einmal definieren als den Widerstand eines Leiters, an dessen Enden ein Potential oder Spannungsunterschied von 1 Volt herrscht, wenn er von einem Strom von 1 Amp. durchflossen wird, oder als den Widerstand eines Leiters, in welchem ein Strom von 1 Amp. in jeder Sekunde die der Arbeit 1 Joule = 10^7 Erg äquivalente Wärmemenge entwickelt, welche nach den besten Messungen des mechanischen Wärmeäquivalents gleich 0·239 Gramm-Kalorien (von 15^0) gesetzt werden kann.

114. Die Quecksilbereinheit und die Einheit der British Association.

Wegen der Veränderlichkeit des Widerstandes starrer Leiter erwies sich die JACOBIsche Einheit als unbrauchbar. Dieselbe wurde von WERNER SIEMENS (1860) durch die nach ihm benannte Siemens-Einheit (S. E.) ersetzt, welche definiert ist als der Widerstand einer Quecksilbersäule von 1 m Länge und überall 1 mm^2 Querschnitt bei 0^0. Diese Einheit war, da reines Quecksilber überall zu beschaffen ist, genau zu reproduzieren und fand daher namentlich in Deutschland eine rasche Verbreitung, so dass hier der WEBERschen absoluten Einheit zunächst keine weitere Beachtung geschenkt wurde. Letztere wurde zu derselben Zeit in England als Normaleinheit eingeführt, nur dass statt der GAUSSschen mm, mg, sec-Einheiten cm, g, sec-Einheiten gewählt wurden. Diese Einheit wird als diejenige der British Association bezeichnet.

Die Quecksilbernormale bestehen aus geraden, gut zylindrischen Glasröhren von $^1/_2$ bis 3 mm^2 lichtem Querschnitt, mit parallelen, eben abgeschliffenen Enden, welche mittels Korken in weitere, seitlich tubulierte, zylindrische Glasgefässe eingesetzt werden. Das horizontal gelagerte Glasrohr und die Endgefässe werden mit sorgfältig gereinigtem Quecksilber gefüllt und zur Regulierung und Messung der Temperatur in ein Flüssigkeitsbad gesetzt. In die Endgefässe tauchen amalgamierte Platinelektroden, durch welche die leitende Verbindung mit den später zu beschreibenden Messvorrichtungen vermittelt wird (das Nähere über die Ausmessung und Auswertung der Quecksilbernormale s. in KOHLRAUSCHs „Lehrbuch der Experimentalphysik“ sowie in DORN, „Bestimmungen über elektrische Masseinheiten“). — Bei einem für den Laboratoriumsgebrauch bestimmten Quecksilbernormal der Firma SIEMENS & HALSKE sind die Endgefässe mit der Kapillare verschmolzen und letztere zu einer flachen Spirale aufgewickelt; derartige Gefässe müssen mit solchen von der oben beschriebenen Konstruktion verglichen werden, wenn man ihre Widerstandskapazität ermitteln will.

Die Quecksilbereinheit, direkt durch eine Quecksilbersäule dargestellt, war für die praktische Verwendung ziemlich unbequem. Es war daher ein weiterer, grosser Fortschritt, dass im Neusilber ein Material gefunden wurde, welches sich in dreifacher Hinsicht als erheblich besser zur Herstellung von Widerstandseinheiten und Vielfachen derselben geeignet erwies, als das von JACOBI verwendete Kupfer: dasselbe hatte nämlich erstens einen grösseren spezifischen Widerstand als letzteres, so dass viel weniger davon gebraucht wurde und die Widerstände dadurch kompendiöser ausfielen; zweitens betrug die Widerstandszunahme durch Temperaturerhöhung bei diesem Material nur etwa den zehnten Teil soviel als beim Kupfer (0·04 % anstatt 0·4 % für 1^0 C.); drittens waren die aus Neusilber hergestellten Widerstände weniger veränderlich als die aus Kupfer. Aus diesem

Material wurden daher von der Firma SIEMENS & HALSKE Widerstandseinheiten und Sätze von solchen, sogenannte Widerstandskästen oder Rheostaten, in vorzüglicher Ausführung hergestellt und fanden vielfache Verbreitung.

115. Legales und internationales Ohm.

Die rasch fortschreitende technische Verwendung des elektrischen Stromes seit Mitte der siebziger Jahre des vorigen Jahrhunderts führte im Jahre 1881 zu einer internationalen Regelung der Frage in betreff der bei technischen Messungen zu verwendenden Einheiten auf einem Kongress in Paris, woselbst die jetzigen technischen Einheiten, das Ampere, Volt und Ohm, vorgeschlagen und auf einem zweiten, 1884 in Paris abgehaltenen Kongress definitiv angenommen wurden. Durch Vergleich mit der Quecksilbereinheit hatte sich zunächst der Näherungswert 1 Ohm = 1·06 Siemens-Einheiten ergeben, und diese Grösse wurde 1884 als legales Ohm für die technische Einheit des Leitungswiderstandes festgesetzt. — Genauere Messungen des Verhältnisses zwischen Ohm und Siemens-Einheit, welche in der Folgezeit von deutschen, englischen, französischen und italienischen Physikern ausgeführt wurden, und deren Resultate von DORN („Über den wahrscheinlichen Wert des Ohm nach den bisherigen Messungen", Berlin, J. SPRINGER, 1893) kritisch zusammengestellt wurden, führten zu einem neuen Entwurf der gesetzlichen Bestimmungen für die elektrischen Masseinheiten seitens eines hierzu ernannten Kuratoriums der physikalisch-technischen Reichsanstalt (1892), welche am 1. Juni 1898 in Deutschland Gesetzeskraft erlangten. Danach ist 1 Ohm = 1·063 Siemens-Einheiten zu setzen; dieses Ohm nennt man auch zum Unterschied von dem alten, legalen das internationale Ohm (1 Ωi).

116. Absolute Widerstandsmessungen (Ohmbestimmungen).

Ausser der schon in § 113 erwähnten kalorimetrischen Methode zur Bestimmung des Ohm, welche zu genauen Messungen nicht brauchbar ist, existieren eine Anzahl Methoden, welche auf dem Grundgesetz der induzierten Ströme beruhen (s. Hdb. I, 1, § 97ff.), wonach die bei einer Bewegung eines Leiters in einem magnetischen Felde in ihm induzierte EMK den Wert besitzt:

$$e = 10^{-8} \frac{dN}{dt} \text{ Volt;}$$

hierin bedeutet für ein begrenztes Stück eines Leiters dN die während der Zeit dt geschnittene Kraftlinienmenge, für einen geschlossenen Leiter aber die Änderung der Kraftlinienzahl, welche die vom Leiter umspannte Fläche durchsetzt, während der Zeit dt.

Bezeichnet man alsdann mit r den Widerstand des geschlossenen Leiters, so ist die momentane Stromstärke

$$i = \frac{e}{r} = 10^{-8} \frac{1}{r} \frac{dN}{dt} \text{ oder } i\,dt \quad 10^{-8}\, dN$$

woraus man durch Integration für die gesamte bei einem solchen Bewegungsvorgang induzierte Elektrizitätsmenge erhält:[1])

1) Infolge der Selbstinduktion wird im Leiterkreis eine Elektrizitätsmenge in Umlauf gesetzt, die beim Anwachsen von i entgegengesetzt Q beim Abnehmen in der Richtung von Q verläuft. Die Summe dieser durch Selbstinduktion entwickelten Elektrizitätsmengen ist gleich Null; darum ist oben auf dieselben keine Rücksicht genommen worden.

$$\int i\,dt = Q = 10^{-8}\frac{N}{r},$$

oder:

$$r = 10^{-8}\frac{N}{Q}.$$

Dabei ergiebt sich r in Ohm, wenn man N in $C^{\frac{3}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}$ und Q in Coulomb misst. Die Bestimmung von Q erfolgt mittels des ballistischen oder Schwingungsgalvanometers (s. sechste Abt. d. Bd.).

N ergiebt sich bei der ersten Methode von WILH. WEBER, bei welcher die Induktion durch die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus in einer kreisförmigen Spule von grossem Durchmesser benutzt wird, aus der Windungsfläche F der Spule und dem Werte der nach dem GAUSS schen Verfahren (s. Hdb. II, „Wechselstrom- und magnetische Messungen“) ermittelten Horizontalkomponente H. Die Spule ist um eine vertikale Achse drehbar aufgestellt und so orientiert, dass ihre Windungsebene senkrecht zum magnetischen Meridian ist; dann ist $N = HF$. Aus dieser Lage wird sie rasch um 180° gedreht, wobei die ihre Windungsfläche durchsetzende Kraftlinienmenge erst von $+HF$ in 0, dann von 0 in $-HF$ übergeht, im ganzen sich also um $2\,HF$ ändert. Die hierbei induzierte Elektrizitätsmenge wird mittels eines mit den Enden der Spule verbundenen ballistischen Galvanometers gemessen. Eine derartige Spule nennt man nach W. WEBER einen Erdinduktor.

Anstatt des magnetischen Feldes der Erde verwendet KIRCHHOFF das von einer kreisförmigen Drahtspule, die von einem Strom J durchflossen wird, erzeugte magnetische Feld, in welchem, parallel zur primären, eine genau ausgemessene sekundäre Spule aufgestellt ist, deren Enden wiederum mit einem ballistischen Galvanometer verbunden sind. Der Kraftlinienwechsel erfolgt durch Umkehr des primären Stromes J, und es ist $N = MJ$, wo M ein aus den Dimensionen und dem Abstand der beiden Spulen zu berechnender Faktor, der sogenannte Koeffizient der gegenseitigen Induktion ist, der die Benennung einer Länge hat und im technischen Masssystem in Erdmeridianquadranten oder Henry zu messen ist.

Bei der dritten WEBER schen Methode ergiebt sich der Widerstand der Multiplikatorwindungen eines Galvanometers aus der elektromagnetischen Dämpfung (s. § 72), welche die geschlossenen Windungen auf die schwingende Magnetnadel, die man in diesem Falle möglichst schwer und kräftig zu nehmen hat, ausüben.

Bei der Methode von LORENZ endlich erzeugt man entweder mittels eines sorgfältig gewickelten, langen Solenoids (LORENZ) oder besser mittels zweier wie beim GAUGAIN-HELMHOLTZ schen Tangentengalvanometer (§ 52) aufgestellten Spulen (RAYLEIGH und SIDGWICK) ein möglichst homogenes Feld, in welchem man eine auf einem Messingrohr als Achse sitzende Kupferscheibe rasch rotieren lässt (Fig. 148). Auf dem Rohr und auf der Peripherie der Scheibe schleifen Federn, zwischen denen bei gleichförmiger Rotation der Scheibe mit u Umdrehungen pro Minute eine konstante EMK induziert wird von der Grösse

$$e_1 = 10^{-8}\,C\,J \cdot \frac{2\pi u}{60} \cdot \frac{\varrho_2^2 - \varrho_1^2}{2};$$

hierin bedeutet J die das Feld erzeugende Stromstärke, C einen aus den Dimensionen der Spulen und ihrem Abstand zu berechnenden Faktor, ϱ_1 und ϱ_2

die Halbmesser des Messingrohrs und der Scheibe. Diese EMK e_1 kompensiert man nun durch den Spannungsunterschied, den der Strom J an einem von ihm durchflossenen Widerstand R erzeugt und der $= e_2 = RJ$ ist. Wenn $e_1 = e_2$ ist, zeigt das eingeschaltete Galvanometer G keinen Strom mehr an; alsdann ist aber:

$$R = 10^{-8}\, C\, \frac{2\pi u}{60}\, \varrho_2^2 - \varrho_1^2$$

Sämtliche Methoden der Ohmbestimmung erfordern zu ihrer Ausführung grosse und vollkommene experimentelle Hilfsmittel, sorgsames Fernhalten bezw. Berücksichtigen magnetischer und anderer Störungen und eine genaue Berechnung zahlreicher Korrektionen. Dieselben gehören mit zu den schwierigsten physikalischen Messungen und sind deshalb hier nur ganz knapp behandelt worden.

117. Konstantan und Manganin.

Von grösstem praktischen Werte für die Herstellung zuverlässiger und dauerhafter Widerstandsnormale aus starren Metallen war die seit 1891

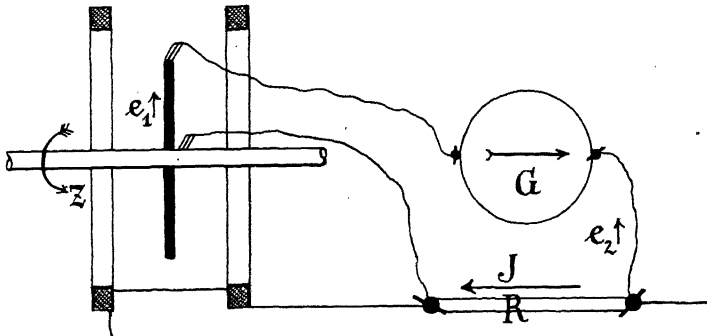



Fig. 148.

erfolgte Einführung neuer Legierungen für das bis dahin ausschliesslich verwendete Neusilber, welche sich durch höheren spezifischen Widerstand und erheblich geringeren Temperaturkoeffizienten, dessen Wert praktisch $= 0$ gesetzt werden kann, auszeichnen, nämlich des von Basse & Selve in Altena hergestellten Konstantan (40 % Ni und 60 % Cu) und des von der Isabellenhütte in Dillenburg gelieferten Manganin (12 % Mn, 84 % Cu, 4 % Ni). Zur Entdeckung dieser wichtigen Legierungen gaben vor allen die umfassenden Untersuchungen der physikalisch-technischen Reichsanstalt Veranlassung, welche, nachdem die Ursache für die Unbeständigkeit der Neusilberlegierungen im Zinkgehalt der letzteren gefunden worden war, eine systematische Untersuchung der elektrischen Eigenschaften der Kupfer-Nickel- und Kupfer-Mangan-Legierungen vornahm (vgl. Feussner in einem auf dem internationalen Elektrotechniker-Kongress in Frankfurt a. M. 1891 gehaltenen Vortrag, abgedruckt in ETZ 1892, S. 99).

Das Konstantan erwies sich als eine sehr dauerhafte Legierung, welche ohne Anlaufen bis 200° und, ohne Strukturänderungen zu erleiden, sogar bis 600° dauernd erhitzt werden darf. Der spezifische Widerstand ist nahe doppelt so hoch als derjenige des Neusilbers, nämlich fast 0·5 Ohm für 1 m bei 1 mm² Querschnitt, und sein Temperaturkoeffi-

zient liegt zwischen — 0·003 und + 0·003 %. Das Material lässt sich zu den feinsten Drähten, bis herab zu 0·04 mm Durchmesser direkt ausziehen. Leider eignet sich diese sonst so vorzügliche Legierung weniger gut zu Präzisionswiderständen, namentlich wenn dieselben in mehrfach verzweigten Stromkreisen verwendet werden sollen, weil dasselbe gegen Kupfer und Messing eine ziemlich hohe thermoelektromotorische Kraft besitzt, welche schon bei geringen Temperaturunterschieden zwischen den verschiedenen Anschlussstellen zur Entstehung von Thermoströmen Veranlassung giebt, durch die die Genauigkeit der Messungen sehr ungünstig beeinflusst werden kann.

Das Manganin hat einen spezifischen Widerstand von ungefähr 0·4 Ohm $\frac{mm^2}{m}$; der Temperaturkoeffizient liegt bei Blechen zwischen 0 und — 0·003 %, bei Drähten zwischen 0 und + 0·003 %, ist also so klein, dass die Veränderungen der Widerstände durch mässige Temperaturänderungen auch bei sehr genauen Messungen unberücksichtigt bleiben können. Das Material ist an der Luft, namentlich beim Erwärmen, leichter oxydierbar, als das Konstantan und darf daher nicht stärker erhitzt werden. Ausserdem ist es zweckmässig, dasselbe durch Firnissen gegen den Einfluss der Luft zu schützen. Das Manganin besitzt aber gegen Kupfer eine viel geringere thermoelektromotorische Kraft, so dass es als das für Präzionswiderstände geeignetste Material anerkannt und gegenwärtig auch allgemein angewandt wird. (Näheres hierüber s. Hdb. I, 2, § 220.)

25. Widerstandsnormale und Rheostaten.

118. Normalwiderstände über 0,1 Ω.

Bereits seit dem Jahre 1860 lieferte die Firma Siemens & Halske für die praktische Verwendung genaue Reproduktionen der Quecksilbereinheit aus Neusilberdraht. Der doppelt mit Seide umsponnene, auf eine Rolle bifilar aufgewickelte Draht war zum Schutz in eine flache, hölzerne Dose eingeschlossen; die Enden waren mit zwei starken, quadratischen Kupferstäben verschraubt und verlötet, welche an den einen Enden Klemmschrauben, an den anderen amalgamierte Kupferzapfen zum Eintauchen in Quecksilbernäpfe besassen.

Eine wesentliche Verbesserung erfuhren diese Widerstandsnormale seitens der phys.-techn. Reichsanstalt (Feussner, ETZ 1891, S. 27), von denen zunächst diejenigen von 0·1 Ω aufwärts bis 10 000 Ω beschrieben werden sollen, welche aus Manganindraht hergestellt werden. Der durch mehrfache Umspinnung mit ungefärbter Seide gut isolierte Draht wird unter Vermeidung jeder Berührung mit den blossen Händen (um die Isolation der Seidenschicht nicht zu verschlechtern) auf eine aus Messingrohr von 40 mm äusserem Durchmesser hergestellte Spule so aufgewickelt, dass die Länge des Wicklungsraumes etwa 50 mm beträgt, wobei höchstens zwei Schichten übereinander gewickelt werden. Die Messingrohre werden vor dem Aufwickeln des Drahtes und dann auch die einzelnen Drahtschichten mit dicker Schellacklösung gefirnisst, die fertigen Spulen werden im Luftbad 10 Stunden lang auf etwa 120° erhitzt, wobei der Lack trocknet und erhärtet, und gleichzeitig die durch das Aufspulen veranlasste Widerstandsvergrösserung zum Verschwinden gebracht wird (künstliches Altern der Spulen). Hierauf wird der Draht auf die richtige Länge abgeglichen und die Enden stumpf

mit Silberlot an Kupferscheibchen angelötet, da Lötungen mit Weichlot an nickelhaltigen Legierungen zu unsicher sind. Die Messingbüchse ist etwa 2 cm länger als die Wicklung, und der freie Rand oben durchlöchert; mittels eines nach innen gerichteten Flansches ist sie an einen Hartgummideckel geschraubt, in welchem ausserdem zwei 8 mm dicke Bügel aus elektrolytischem Kupfer befestigt sind (s. Fig. 149). An diesen sind unten die Kupferscheibchen durch Kopfschrauben festgeklemmt und diese Verbindungsstellen alsdann zur grösseren Sicherheit noch weich verlötet, was mit einiger Vorsicht geschehen kann, ohne dass das Hartgummi dadurch Schaden leidet. Die mittlere Bohrung dient zum Einsetzen eines Thermometers. Die Spule wird von einem vernickelten Messingmantel umschlossen, welcher oben und am Boden ebenfalls durchlöchert ist. Beim Gebrauch kommt das Ganze in ein

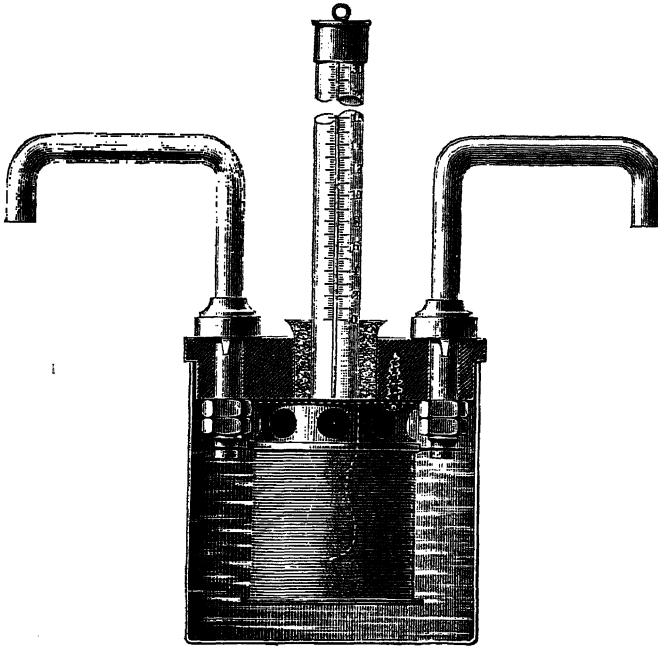



Fig. 149.

Bad von Petroleum, welches über die Löcherreihen hinaus reichen muss. Die Kupferbügel sind oben ∩-förmig umgebogen und vernickelt; die amalgamierten Enden derselben werden in Quecksilbernäpfe eingetaucht.

Bei einer verbesserten Konstruktion dieses Modells, welche von der Firma Siemens & Halske ausgeführt wird (Raps, ETZ 1896, S. 100), ist *jede* Weichlötung vermieden, indem die Enden des Widerstandsdrahtes direkt an die Kupferbügel hart angelötet werden, wobei letztere natürlich noch nicht im Hartgummideckel stecken dürfen. Die Spule wird vielmehr *nach* dem Anlöten der Drahtenden an der Hartgummischeibe P_2 (Fig. 150) befestigt. Hierauf werden die beiden Kupferbügel um 90^0 gedreht, so dass sie einander parallel werden; in dieser Stellung lässt sich der Schutzdeckel P_1 darüber fädeln. Hierauf wird dieser mit P_2 verschraubt, die Bügel werden in die richtige Lage gedreht und mittels der Kopfschrauben s_1, s_2 an P_2 befestigt.

In der Regel bestehen die Widerstände von 0·1 Ω aus zwei parallel geschalteten Drähten von je etwa 0·85 m Länge und von 1·5 mm Durchmesser; der Widerstand derselben wird auf 0·101 Ω abgeglichen und alsdann durch Parallelschalten von etwa 2·7 m Draht von 0·4 mm Durchmesser auf

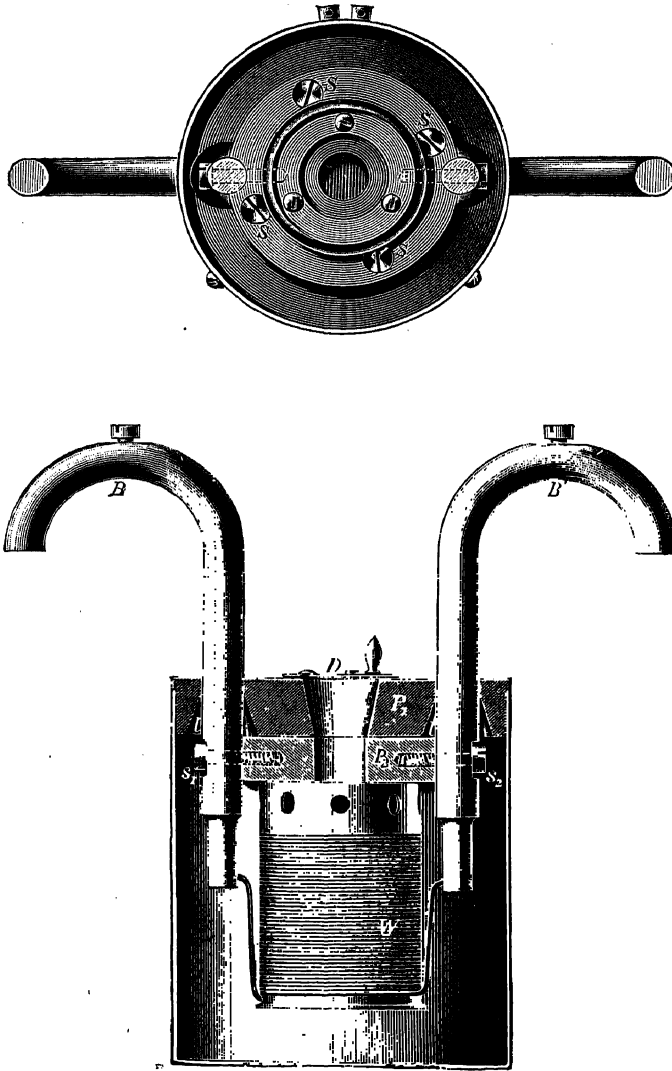



Fig. 150.

den richtigen Wert gebracht. — Der Widerstand von 1 Ω besteht aus etwa 1·7 m eines Drahtes von 1 mm Durchmesser; der Widerstand des Hauptdrahtes beträgt 1·01 Ω und wird durch Parallelschalten von etwa 4 m eines 0·15 mm dicken Drahtes auf 1 Ω reduziert. — Der Widerstand von 10 Ω besteht aus etwa 4·2 m Draht von 0·5 mm Durchmesser, an dessen eines Ende, um eine genauere Justierung zu ermöglichen, ein etwa 4·5 cm langes Stück Draht von 1·5 mm Durchmesser stumpf mit Silber angelötet ist. — Die

Widerstände von 100, 1000 und 10 000 Ω bestehen aus etwa 12 m von 0·25 mm Durchmesser, 42 m von 0·15 mm Durchmesser und 187 m von 0·1 mm Durchmesser. Diese Längen sind gross genug, um direkt eine genügend genaue Justierung zuzulassen.

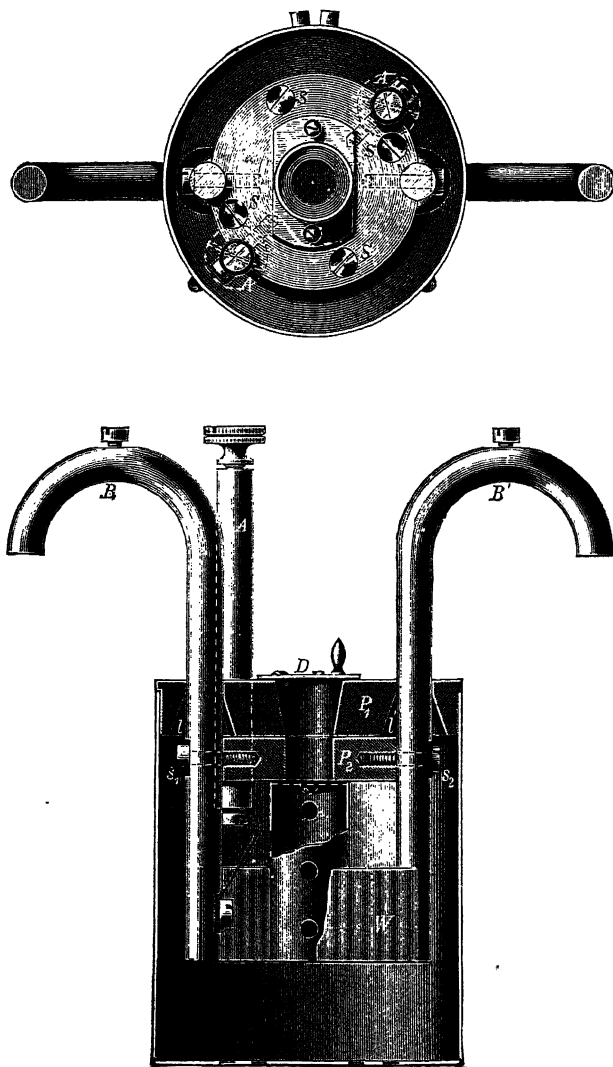



Fig. 151.

Die zulässige Strombelastung dieser Präzisionsnormale beträgt, wenn sie in Petroleumbädern verwendet werden, für:

0·1	10	100	1000	10 000 Ω
3	$^1/_3$	$/_{10}$	$^1/_{30}$	$/_{100}$ Amp.

119. Normalwiderstände unter 0,1 Ω.

Die Widerstände 0·01 und 0·001 Ω sind aus Manganinblech hergestellt, und zwar ersterer aus zwei parallel geschalteten Streifen von je

125 mm Länge, 0·1 mm Dicke und etwa 27 mm Breite, letzterer aus zwei dergleichen von je 10 cm Länge, 0·4 mm Dicke und etwa 54 mm Breite. Die Ränder sind mit Silberlot an die den Anschluss vermittelnden Kupferbügel gelötet. Die Widerstände werden von Haus aus etwas zu k l e i n gemacht und nachträglich durch Ausstanzen von Löchern mittels einer Lochzange justiert.

Fig. 151 stellt die Konstruktion des 0·01-Ohm-Widerstandes von Siemens & Halske dar. W sind die beiden, parallel geschalteten Blechstreifen, welche an die Kupferbügel B B' hart angelötet sind. A ist eine Messingklemme, die durch einen Kupferstreifen mit dem Bügel B verbunden ist; die Verschraubungen sind weich verlötet (eine zweite solche Messing-

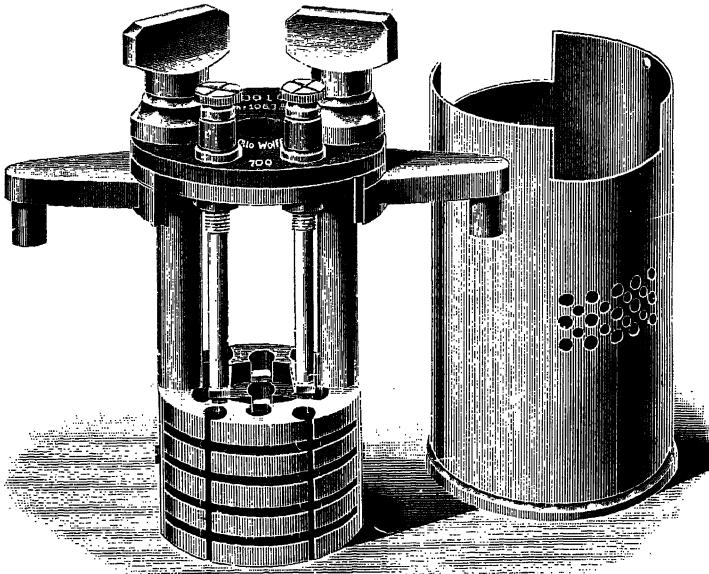



Fig. 152.

klemme A' ist ebenso mit B' verbunden und würde in der Figur vor B' liegen). An die Klemmen A und A' werden bei den Messungen die Galvanometer u. s. w. angeschlossen, so dass also der Widerstand selbst dazu im N e b e n s c h l u s s liegt (vgl. die Methoden zur Messung k l e i n e r Widerstände).

Das Präzisionsnormal von 0·0001 Ω bestand in der ursprünglichen Konstruktion der Reichsanstalt aus einem zylindrischen Ring aus Manganinguss (Fig. 152), in welchen einander diametral gegenüber die zur Stromzuleitung dienenden Kupferbügel parallel zur Achse mit Silber eingelötet waren. Die Justierung wurde durch Einbohren von Löchern parallel zur Achse bewerkstelligt. Zur besseren Abkühlung war der Ring durch eine Anzahl Einschnitte senkrecht zur Achse unterteilt. Die Leitungen zu den Abzweigklemmen sind dicht an den Lötstellen mit den Kupferbügeln verschraubt und weich verlötet.

Bei einer in Fig. 153 dargestellten neuen Konstruktion des Präzisionsnormals von 0·0001 Ω von Otto Wolff ist jede Weichlötung vermieden,

indem die rechteckigen Stäbe *s*, die Bügel *B* und die Abzweigleitungen *p* ein einziges Gussstück aus Kupfer bilden. Der Widerstand selbst besteht aus vier etwa 65 mm breiten Streifen aus 1·5 mm dickem Manganinblech *W*, welche in seichte Nuten der Kupferstäbe *s* hart eingelötet sind. Die Bügel *B* und die mit *p* verbundenen Klemmschrauben *P* sind an dem in der Mitte geteilten Hartgummideckel *D* durch Schrauben befestigt; dieser Deckel trägt ausserdem das Schutzrohr *T* für das Thermometer, welches für gewöhnlich durch den Hartgummistöpsel *V* verschlossen ist. Des besseren Haltes wegen sind die Stäbe *s* unten noch mit einem Querstück *h* aus Hartgummi verschraubt. — Die Stromzuleitung kann ausser durch die amalgamierten Kupferzapfen auch durch die starken Klemmen *S* vermittelt werden.

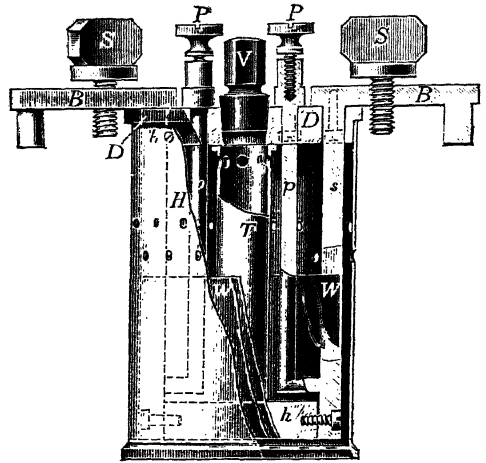



Fig. 153.

Fig. 154 stellt ein zum Einhängen von einer Anzahl solcher Präzionsnormale eingerichtetes Petroleumbad dar. Die Quecksilbernäpfe sind zu je zwei in starke Kupferklötze eingebohrt, welche auf Hartgummiunterlagen befestigt sind und sich in den Langseiten der Tröge parallelen Holzrinnen verschieben lassen. Für jeden Widerstand dienen zwei solcher Klötze; die Stromzuführung wird entweder durch die zweiten Quecksilbernäpfe vermittelt, oder die Zuleitungen werden unter die Kopfschrauben geklemmt. Zum Umrühren des Petroleums sind an den Schmalseiten kleine Turbinen angebracht, welche durch einen kleinen Wasser- oder Elektromotor bewegt werden.

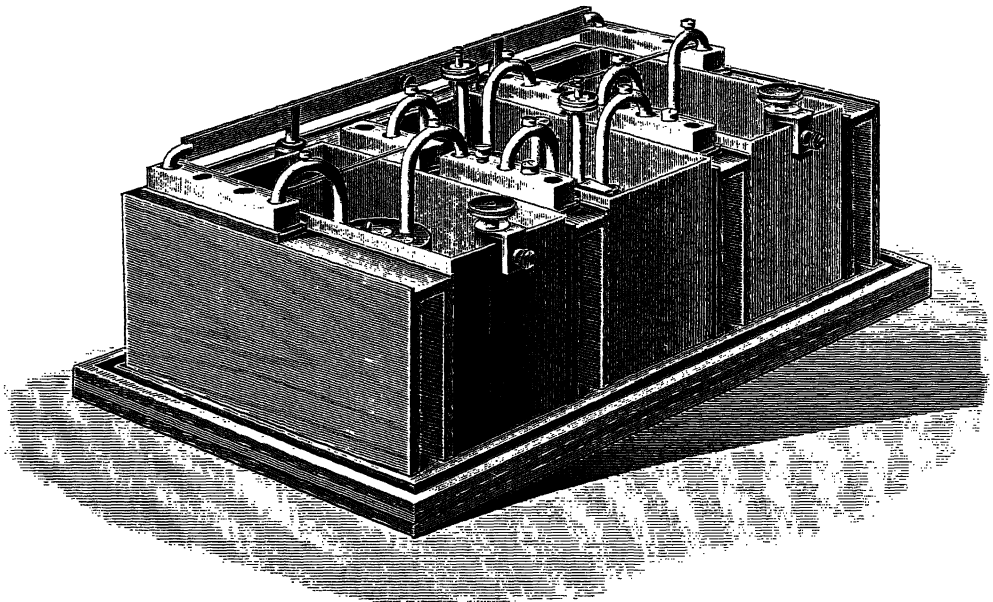



Fig. 154.

Die in § 118 und 119 besprochenen Normalwiderstände werden von der physikalisch-technischen Reichsanstalt als Präzisionsnormale beglaubigt und mit Prüfschein und Beglaubigungsstempel versehen, wenn ihr Wert von den entsprechenden Normalen der Reichsanstalt um weniger als $\pm$ 0·001 des Sollwertes abweicht.

120. Stöpselrheostaten. Oft ist es bequemer und zweckmässiger, statt der einzelnen Normale ganze Sätze von passend abgestuften Widerständen zu verwenden, mit Hilfe deren sich innerhalb gewisser Grenzen jeder beliebige Widerstandswert darstellen lässt. Solche Widerstandssätze nennt man auch Rheostaten.

Die erste, für Präzisionsmessungen brauchbare Form des Rheostaten ist der 1860 von WERNER SIEMENS konstruierte Stöpselrheostat. Einen solchen stellt Fig. 155 im Schnitt und Grundriss dar. Die Widerstände sind zwischen Messingklötze M geschaltet und lassen sich durch in die konischen Löcher eingesetzte Messingstöpsel S kurz schliessen und dadurch ausschalten. Diese Stöpsel sollen bei mässiger Stärke (Mittelstärke etwa 4 bis 5 mm) eine schlank konische Form haben, da andernfalls durch das Ziehen eines der Stöpsel die benachbarten sich leicht lockern (F. KOHLRAUSCH, WIED. Ann. 1897, Bd. 60, S. 333); dieselben sollen möglichst nur an den, meist aus Hartgummi hergestellten, Griffen angefasst und von Zeit zu Zeit mittels eines mit Petroleum befeuchteten Läppchens gereinigt werden. — Die einzelnen Widerstände eines solchen Rheostaten besitzen entweder die Werte 1, 1, 1, 2, 5, 10, 10, 20, 50, 100 u. s. w. oder auch 1, 1, 2, 3, 4, 10, 20, 30, 40, 100 u. s. w., und sind durch Vermittelung der Messingklötze alle hintereinander geschaltet. Vielfach enthalten diese Rheostaten vor den Einern noch eine Abteilung mit Zehnteln. — Durch Ziehen der entsprechenden Stöpsel lassen sich nun zwischen dem kleinsten Widerstand des Rheostaten und der Summe aller Widerstände desselben alle möglichen Widerstandswerte herstellen (z. B. in der Figur der Wert 178 Ω). — Die Klemmen K dienen zur Verbindung mit dem Stromkreis.

Fig. 155.

Die kleinste Einheit ist doppelt vorhanden, damit man den Rheostaten bequem auf seine Richtigkeit untersuchen kann (§ 149); zu demselben Zwecke und um auch von einzelnen der Widerstände Ströme abzweigen zu können, sind in die einzelnen Klötze konische Löcher eingebohrt, in welche man Stöpsel mit Klemmschrauben einsetzen kann. — Die Messingklötze sind mittels Schrauben von unten auf einer starken Hartgummiplatte befestigt; die Enden

der Widerstandsspulen werden unter die in die Köpfe dieser Befestigungsschrauben eingeschraubten Kopfschrauben K' geklemmt. — Die Hartgummiplatte bildet den Deckel eines Schutzkastens aus Mahagoni, dessen Seitenwände Löcher zur Ventilation und zur Einführung von Thermometern besitzen.

Die einzelnen Widerstände werden, und zwar um die magnetischen Wirkungen derselben möglichst zu verringern, bifilar auf Holz-, Papier- oder Messingspulen gewickelt; das Material des Drahtes ist jetzt fast ausschliesslich Manganin.

Eine zweckmässige Form von Messingspulen stellt Fig. 156 dar. An ein Stück Messingrohr von 1 mm Wandstärke und 10 mm äusserem Durchmesser, welches, um auch bei der Verwendung von Wechselströmen keine Störungen durch Induktion befürchten zu müssen, der Länge nach aufgeschlitzt ist, ist oben ein Flansch aus Hartgummi von etwa 10 mm Stärke und 25 mm Durchmesser angeschraubt. Auf diesen sind zwei Messinglamellen geschraubt, an welche die einen Enden der beiden, bifilar aufgewickelten Drähte, am besten stumpf mit Silberlot, angelötet werden, nachdem man den Draht annähernd auf die richtige Länge abgeglichen hat. Es genügt auch Weichlötung; allein dann empfiehlt es sich, die Drahtenden zu Ösen umzubiegen und diese unter Kopfschrauben zu klemmen. Die Enden der Lamellen werden alsdann unter die Kopfschrauben zweier aufeinander folgender Messingklötze geklemmt (Fig. 155). Die eigentliche, feinere Justierung erfolgt am oberen Ende der Spule, woselbst die blank geschabten anderen Enden der beiden Drähte zwischen zwei Messingbacken *MM* (Fig. 156) geklemmt werden, die mittels zweier Kopfschrauben aufeinander gepresst werden. Das Gewinde für letztere befindet sich in einem Hartgummiflansch, welcher auf das untere Ende des Rohres geschraubt ist.

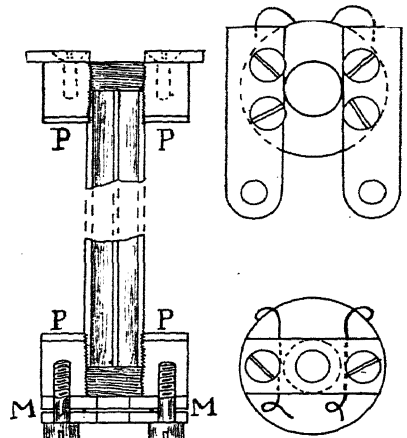



Fig. 156.

Die kleineren Widerstände, von 0·1 bis 5 Ω, stellt man aus einem stärkeren Hauptdraht her, den man um etwa 1 % zu gross nimmt und dann durch einen schwächeren Nebenschluss justiert. In diesem Falle werden die einen Enden dieses Nebenschlussdrahtes unter *MM* geklemmt, während die anderen ebenfalls an die Lamellen gelötet werden müssen. Widerstände mittlerer Grösse (bis 20 Ω) versieht man an den beiden Enden, an welchen justiert wird, mit kurzen, stärkeren Endstücken, während die grösseren Widerstände direkt justiert werden. Zweckmässige Drahtstärken für die Hauptdrähte sind für:

0·1	0·2	0·5	1	2	5	10	20	50	100 Ω
2 × 1·5	2	1·5	1·5	1	1	0·5	0·5	0·4	0·25 mm

200	500	1000	2000	5000	10 000 Ω
0·25	0·2	0·2	0·15	0·1	0·1 mm.

Bifilar gewickelte Widerstände über 1000 Ω haben den Nachteil, dass die Drahtenden, zwischen denen beim Gebrauch der grösste Spannungsunter-

schied herrscht, dicht aneinanderliegen, wodurch einerseits die Isolation erschwert, andererseits aber eine ziemlich beträchtliche elektrostatische Kapazität erzeugt wird, welche namentlich bei Wechselstrommessungen sehr stören kann. Solche Widerstände teilt man daher entweder in bifilar gewickelte, scheibenförmige Gruppen von je etwa 1000 Ω und schiebt immer zwischen je zwei solchen Gruppen eine Scheibe aus Pressspan oder Glimmer ein, oder man wickelt nach CHAPERON jede Schicht so lang, wie die ganze Spule, kehrt aber aber bei jeder folgenden Schicht die Wicklungsrichtung um. Ersterer Weg verdient schon der leichteren Herstellung wegen den Vorzug.

Die Isolation gegen das Messingrohr wird durch Umwickeln mit Schreibpapier erzielt, das man mit Schellacklösung oder Paraffin tränkt. Nach dem Aufwickeln des Drahtes muss vor dem Justieren durch mindestens zehnstündiges Erhitzen auf etwa 120^0 ein künstliches Altern der Spule bewerkstelligt werden, was bei den mit Schellack isolierten Spulen im Luftbad, bei den mit Paraffin isolierten in einem Paraffinbad geschieht. Hierbei müssen die Hartgummiflansche abgeschraubt werden; damit hierbei die Wicklung nicht auseinander geht, sind vor den Hartgummiflanschen noch solche aus 2 mm starkem, imprägnierten Pressspan (*PP* in Fig. 156) aufgeschraubt.

121. Dekadenrheostaten.

Bei diesen Stöpselrheostaten ist bei sorgfältiger Behandlung der Stöpsel und zweckmässiger, schlank konischer Form derselben bei mässiger Stärke nach KOHLRAUSCH der Widerstand des einzelnen Stöpsels immer kleiner als 0·0001 Ω. Hierzu müssen aber die Stöpsel durch öfteres Abreiben mit Petroleum gut gereinigt und vor mechanischen Verletzungen sorgfältig bewahrt werden. Von Zeit zu Zeit sind sie mit etwas Bimsstein und Öl neu einzuschleifen, eine Arbeit, die aber mit grosser Vorsicht ausgeführt werden muss!

Immerhin repräsentieren die sämtlichen Stöpsel eines Rheostaten, dessen Widerstände z. B. von 0·1 bis 4000 Ω reichen, wobei die Zahl derselben 21 beträgt, einen nicht unbeträchtlichen und dabei mehr oder weniger variabeln Widerstand, so dass kleinere Widerstände, etwa unter 1 Ω, kaum genügend sicher damit zu erhalten sind. Dieser Übelstand wird auch dadurch nicht beseitigt, dass, wie bei den EDELMANNschen Rheostaten, der Stöpsel- und Lamellenwiderstand durch einen dicken Manganindraht auf einen bestimmten Betrag (0·005 Ω) abgeglichen wird, wenn auch diese Einrichtung unter Umständen grosse Annehmlichkeiten bieten kann.

Fig. 157.

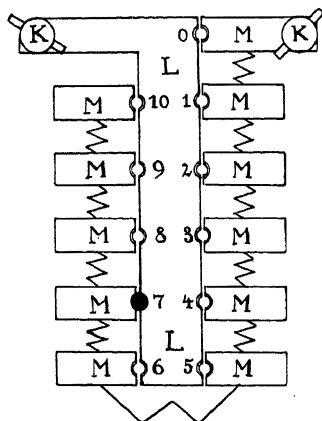
Eine wirksame Abhilfe kann hier nur durch eine veränderte Anordnung der Rheostatenwiderstände geschaffen werden, welche man als Dekadenschaltung bezeichnet. Ein solcher Dekadenrheostat besteht, wie Fig. 157 schematisch darstellt, aus 10 gleichgrossen Widerständen, welche in Reihe zwischen die 11 aufeinander folgenden Messingklötze *M* geschaltet sind. Durch einen einzigen Stöpsel *S*, den man zwischen den entsprechenden Messingklotz *M* und die Mittellamelle *LL* steckt, kann man daher zwischen den beiden Klemmen *KK* jeden Widerstandswert zwischen 0 und 10 erhalten (in der Figur z. B. 7).

Jede Dekade besteht also hier aus 10 Widerständen, und in einem Rheostaten, welcher z. B. für alle Werte zwischen 0·1 und 10000 Ω ausreichend sein soll, braucht man 5 solcher Dekaden, wovon die erste aus 10 × 0·1, die andern aus 9 oder besser auch 10 mal 1, 10, 100 und 1000 Ω bestehen müssen. Das sind im ganzen mindestens 46 bezw. 50 Spulen gegen nur 20 oder 21 beim gewöhnlichen Rheostaten. Die Anzahl der gleichzeitig eingesetzten Stöpsel ist aber unveränderlich, und zwar immer gleich 5, was für Präzisionsmessungen ein grosser Vorteil ist. Dafür wird freilich der Rheostat erheblich teurer und umfangreicher.

Fig. 158.

Wie man bis zu einem gewissen Grade die Vorteile des gewöhnlichen Rheostaten, nämlich grössere Wohlfeilheit und geringeren Raumbedarf, mit denjenigen des Dekadenrheostaten, nämlich grösserer Genauigkeit, vereinigen kann, hat Feussner gezeigt (ETZ 1891, S. 294). Eine dieser Anordnungen zeigt schematisch Fig. 158a, bei welcher durch einen einzigen Stöpsel mit 5 Widerständen, 4 × 1 und 1 × 5, sich alle Werte von 1 bis 9 darstellen lassen, während nach dem Schema Fig. 158b sich mit 5 × 1 und 1 × 5, d. h. mit 6 Widerständen, auch noch der Wert 10 erreichen lässt.

Fig. 159 stellt einen von 0·1 bis 111 reichenden Rheostaten dieser Art dar, wobei 16 Widerstände und 3 Stöpsel erforderlich sind. Mit 26 Widerständen und 5 Stöpseln würde man bereits alle Widerstände zwischen 0·1 und 10000 erhalten können.

122. Kurbelrheostaten

Der Stöpselrheostat, auch derjenige mit Dekadenschaltung, hat ausser den durch nicht sorgfältige Behandlung und Handhabung der Stöpsel möglichen Fehlern jedenfalls insofern auch eine gewisse Unbequemlichkeit an sich, als man stets beim Stöpseln eines gewissen Widerstandes auf denselben hinsehen muss; ferner sind die vor Verschmutzen möglichst zu bewahrenden Stöpsellöcher gerade dem Verstauben besonders ausgesetzt und lassen sich dagegen nicht schützen, sind auch schwer zu reinigen. Weit bequemer sind in dieser Beziehung die zu Regulierzwecken schon früher allgemein verwendeten Kurbelrheostaten (Strecker, ETZ 1896, S. 98); es galt nur noch, um dieselben für Präzisionsmessungen ge-

Fig. 159.

Fig 160.

eignet zu machen, die Übergangswiderstände an den Kontaktstellen möglichst zu verringern, namentlich den sehr unsicheren Übergangswiderstand an der Drehungsachse zu beseitigen. — Die Schleiffedern selbst werden aus Bündeln hartgewalzter, etwa 0·5 bis 1 mm dicker Kupferfedern gebildet und geben bei genügend grosser und sauber gehaltener Berührungsfläche sehr geringe und sehr konstante Übergangswiderstände.

Strecker (a. a. O.) vermeidet die Unsicherheit des Kontakts an der Drehachse dadurch, dass er beide Kontakte aus solchen Bündeln von Kupferfedern herstellt (Fig. 160 b), welche auf einem in Segmente geteilten Kreisring schleifen. Die Schaltung, welche bereits 1891 von Feussner angegeben worden ist (ETZ 1891, S. 295), ist aus Fig. 160 a ersichtlich und entspricht genau der Stöpselschaltung Fig. 158 a. Die Verbindungen 0—5, 1—6 . . . 4—9 sind durch dicke Kupferbänder bewirkt, deren Widerstand verschwindend klein ist. Die Klemmen K sind mit dem Klotz O und mit dem diesem gegenüberliegenden vollen Quadranten verbunden.

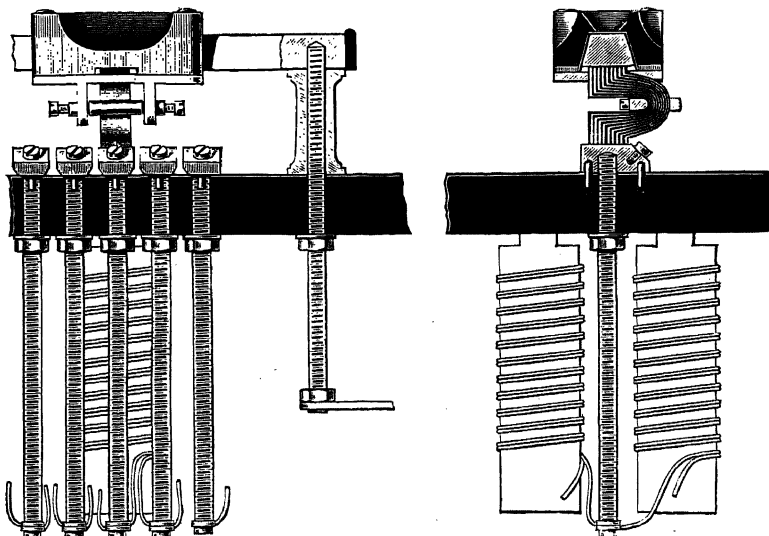
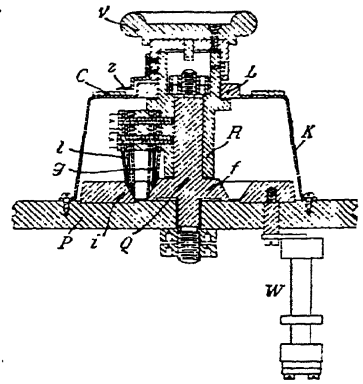



Fig. 161.

Fig. 162.

Franke (ETZ 1901, S. 275) verlegt bei seiner Konstruktion die beiden Kontaktflächen, welche bei Strecker in einer Ebene liegen, in zwei parallel übereinander angeordnete Ebenen; von diesen beiden Flächen wird die obere (Fig. 161) durch eine ungeteilte Messingschiene gebildet, während die untere aus 11 einzelnen Kontaktklötzen besteht, zwischen welche die 10 Widerstände der Dekade geschaltet sind. Die den einzelnen Kontaktklötzen entsprechenden Widerstandswerte sind auf der Messingschiene eingraviert und erscheinen am Grunde der konischen Bohrung des Hartgummiklotzes, an welchem die U-förmig gebogene Schleiffeder sitzt.

Bei der Edelmannschen Konstruktion (ETZ 1901, S. 257) werden die Kontaktflächen (Fig. 162) von den kegelförmig ausgedrehten Rändern zweier Messingringe gebildet, von denen der äussere aus den Sektoren besteht, zwischen welche die einzelnen Widerstände der

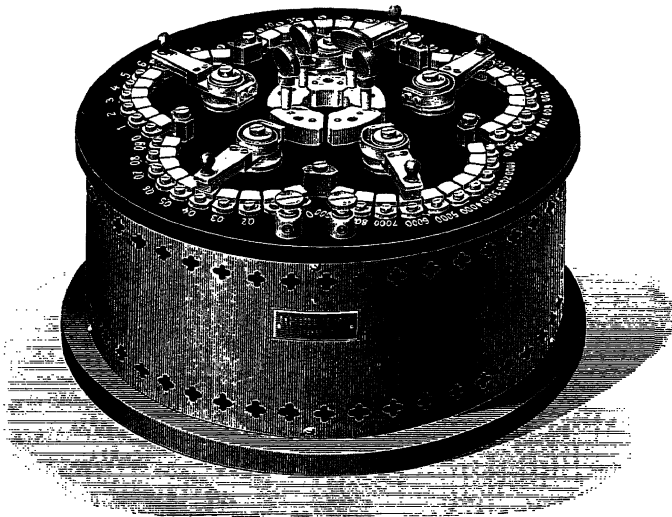



Fig. 163.

Dekade geschaltet sind. Ein glockenförmiger Mantel aus Messingblech schützt die Kontaktflächen vor Staub. Der Zeiger Z giebt auf der Skala C den eingestellten Widerstand an. Jedenfalls ist die Herstellung der Kontakte bei dieser Konstruktion schwieriger als bei den beiden anderen.

Bei der Konstruktion der Firma Siemens & Halske (Raps, ETZ 1896, S. 100) wird nur ein Schleifkontakt verwendet und die Unsicherheit des Achsenkontakts dadurch unschädlich gemacht, dass derselbe durch eine Spirale aus Kupferblech überbrückt wird, wie aus Fig. 163 zu ersehen ist; diese stellt einen aus 5 solchen Kurbeldekaden von $9 \times 0{\cdot}1$ bis $9 \times 1000\ \Omega$ und 4 Stöpselwiderständen von 10000, 20000, 40000 und 80000 Ω bestehenden Präzisionsrheostaten dieser Konstruktion dar.

Bei allen Kurbelwiderständen müssen die Kontaktflächen öfters mit Petroleum abgerieben, am besten immer ein wenig damit angefeuchtet gehalten werden; letzteres empfiehlt sich übrigens auch bei den Stöpseln der Stöpselrheostaten.

123. Sehr grosse Widerstände.

Für manche Zwecke, namentlich zur Ermittelung sogenannter Isolationswiderstände, ist es wünschenswert, Rheostaten von möglichst hohem Widerstandswert zu besitzen. Solche fallen, wenn dieser Wert eine Million Ohm und mehr erreichen soll, selbst bei Anwendung der schwächsten Drähte von 0·05 mm noch ziemlich gross und kostspielig aus. Man hat sich daher für solche Zwecke, wo es ausserdem auf äusserste Genauigkeit nicht anzukommen pflegt, nach anderen Materialien umgesehen, und die Firma Siemens & Halske liefert hierfür sogenannte Graphitwiderstände, welche in zwei Grössen ausgeführt werden, nämlich mit $5 \times 200000 = 1$ Million Ohm und mit 10, 10, 10, 20, 50, zusammen = 100 Millionen Ohm. Der erstere Rheostat besteht aus einer Hartgummiplatte, in welche eine spiralförmige Nut eingeritzt ist, die mit gewöhnlichem Bleistiftgraphit eingerieben ist; bei letzterem ist eine schraubenförmige Nut auf einen Hartgummizylinder eingeschnitten. Diese Graphitwiderstände wachsen infolge Abstäubens des Graphits langsam mit der Zeit.

Günstiger scheinen hinsichtlich der Konstanz Widerstände aus dünnen, auf Porzellan eingebrannten Platinschichten zu sein, deren Verhalten in den letzten Jahren von der physikalisch-technischen Reichsanstalt genauer untersucht worden ist, und welche von dieser als Kundtsche Widerstände bezeichnet werden. Nach den Beobachtungen von Voigt (ETZ 1896, S. 127) vertragen solche dünne eingebrannte Edelmetallschichten sehr hohe Strombelastungen (bis 300 A/mm^2) und lassen sich daher sehr gut zur Konstruktion elektrischer Kochapparate verwerten.

b) Widerstandsmessung durch Ausschläge.

26. Widerstandsmessung bei konstanter EMK.

124. Substitutionsmethode von Ohm.

Die älteste, bereits 1826 von Ohm angewandte Methode zur Vergleichung zweier Widerstände besteht darin, dass man den zu messenden Widerstand X (Fig. 164) und einen Rheostaten R mit einem Strommesser S in den Stromkreis einer Batterie von möglichst konstanter EMK E — wozu sich am besten Akkumulatoren eignen — einschaltet, wobei man den Rheostaten so reguliert, dass am Strommesser ein passender Ausschlag entsteht. Hierauf schliesst man durch einen in die Quecksilbernäpfe Q eingelegten Bügel B aus starkem Kupferdraht mit amalgamierten Enden den Widerstand X kurz und schaltet dann in R so viel Widerstand zu, dass der Stromzeiger S wieder seinen früheren Ausschlag giebt. Dann muss natürlich X gleich dem in R zugeschaltenen Widerstand sein, vorausgesetzt, dass E ungeändert geblieben ist. Um etwaige gering-

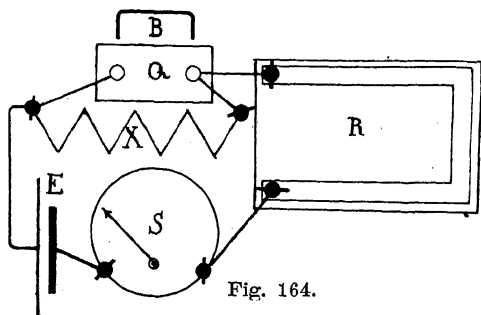



Fig. 164.

fügige Änderungen von E zu eliminieren, wiederholt man die Einstellung mit eingeschaltetem X nochmals und nimmt aus dem Wert, um welchen man R beim Ausschalten von X vergrössern, beim Wiedereinschalten aber verringern musste, das Mittel. Man substituiert also an Stelle des unbekannten Widerstandes X einen bekannten R, weshalb man diese Methode auch als Substitutionsmethode zu bezeichnen pflegt.

125. Methode des direkten Ausschlags.

Die Substitutionsmethode ist namentlich zur Messung grösserer Widerstände brauchbar, wobei man der Batterie E nur sehr schwache Ströme entnimmt; eine kleine Abänderung derselben wird jetzt noch allgemein als Methode

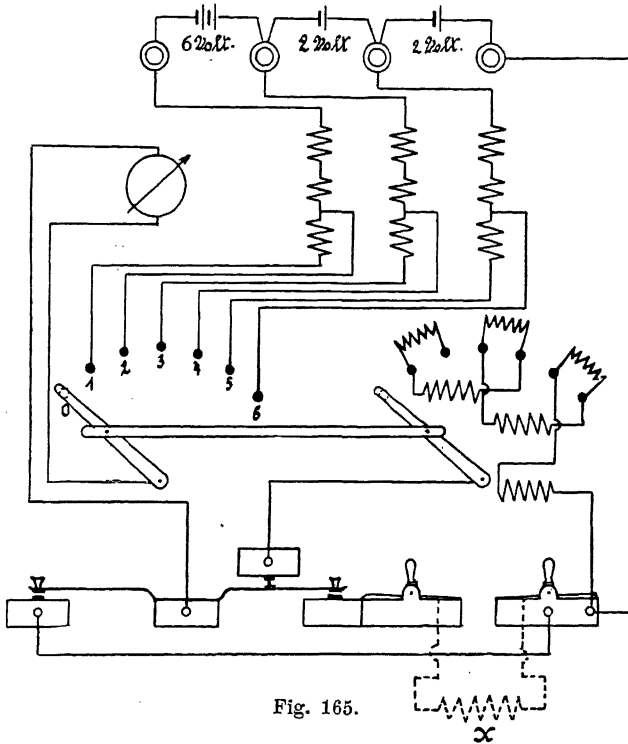



Fig. 165.

des direkten Ausschlags namentlich zur Messung von Isolationswiderständen angewendet. Hierbei dient als Stromquelle eine Batterie von entsprechend hoher Spannung, die man erst durch das Galvanometer und einen passend gewählten Zusatzwiderstand allein schliesst, worauf man den zu messenden Widerstand X zuschaltet. Ist alsdann der Widerstand der Stromquelle gegen den gesamten Widerstand R des Galvanometers mit Zusatz zu vernachlässigen, so hat man

$$i_1 = \frac{E}{R} \text{ und } i_2 = \frac{E}{R+X},$$

worin man noch, wenn α_1 und α_2 die den Stromstärken i_1 und i_2 proportionalen Galvanometerausschläge bedeuten, $i_1 = c\,\alpha_1$ und $i_2 = c\,\alpha_2$ setzen kann. Aus beiden Gleichungen folgt:

$$X = R\,\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_2}.$$

Auf dieser Methode des direkten Ausschlags beruht ein von SACK beschriebenes (ETZ 1903, S. 665), direkt zeigendes Ohmmeter der Firma SIEMENS & HALSKE A.-G., dessen Schaltungsweise aus Fig. 165 zu ersehen ist, während Fig. 166 seine Ausführungsform darstellt. Das Instrument dient zum raschen Nachmessen von Widerständen mit einer Genauigkeit von etwa 1 %, wobei der Zeiger des eingebauten Spulengalvanometers den Wert des

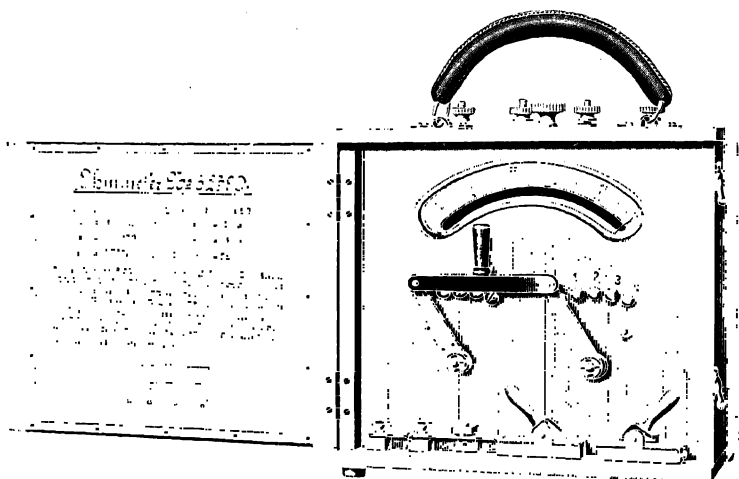



Fig. 166.

zwischen die Exzenterklemmen gespannten Widerstandes X direkt angiebt. Ist nämlich r_i der Widerstand des Galvanometers einschliesslich eines geeigneten Vorschaltwiderstandes, r_a der (sehr kleine) Widerstand der verwendeten Akkumulatorenbatterie, x der zu messende Widerstand, so ist die Stromstärke in dem aus Batterie, Strommesser und x bestehenden Stromkreis

$$i = \frac{E}{x + r_i + r_a}.$$

Darin kann $i = Cf(A - a)$ gesetzt werden, wenn man den dem kleinsten Werte von x ($x = 0$) entsprechenden Zeigerausschlag mit A bezeichnet und die Skalenteile a von diesem Punkte ab beziffert. Ist, wie gewöhnlich, die Stromstärke dem Ausschlag proportional, so wird

$$x = \frac{E}{C(A - a)} - (r_i + r_a).$$

Durch Drehen des bei Fig. 166 oben in der Mitte sichtbaren Knopfes kann man einen magnetischen Nebenschluss verschieben und es so dahin bringen, dass für $x = 0$ auch $a = 0$ wird, d. h. dass die Gleichung gilt:

$$0 = \frac{E}{CA} - (r_i + r_a);$$

da je nach dem Entladezustand eines Akkumulators E um etwa 15 % differieren kann, muss sich durch diesen magnetischen Nebenschluss die Gal-

vanometerkonstante C um denselben Betrag ändern lassen, damit $\frac{E}{C}$ konstant bleibt. Aus beiden Gleichungen folgt alsdann:

$$x = \frac{E}{CA} \cdot \frac{\alpha}{A - \alpha}$$

Für den rechts gelegenen Endpunkt der Skala ist $A - \alpha$ nicht $= 0$, sondern die Torsionsfeder hat noch einen bestimmten Überschuss an Spannung; infolgedessen würde beim Ausschalten des Stromes der Zeiger heftig zurückschlagen und sich dabei verbiegen. Darum wird beim Abschalten von x in den Stromkreis des Instruments selbstthätig ein dem oberen Grenzwert von x, der dem Ende der Skala entspricht, gleicher Widerstand eingeschaltet, so dass der Zeiger nur bis zum Ende der Skala zurückschlägt; dann kann auch ohne Gefahr der Strom abgeschaltet werden, weil der Zeiger dann nach einer kurzen Bewegung von einem federnden Anschlag aufgefangen wird.

Entsprechend der Stellung der Doppelkurbel auf den Kontakten 5, 3 oder 1 kann man nach Fig. 165 mit 1, 2 oder 5 Akkumulatoren arbeiten, also $\frac{E}{C}$, und damit den Messbereich von 1 auf 2 bezw. 5 erweitern; die Elemente werden in der aus Fig. 165 ersichtlichen Weise mit den vier oberen Klemmen verbunden. Zum Einschalten von x dient der Taster unten in der Mitte von Fig. 165, durch dessen Niederdrücken man gleichzeitig den Beruhigungswiderstand, der durch die rechte Kurbel geschaltet wird, ausschaltet. Der linke Taster macht durch Kurzschluss $x = 0$ und wird zum anfänglichen Einregulieren von $\frac{E}{C}$ mittels des magnetischen Nebenschlusses benutzt.

Bei den Stellungen 6, 4 und 2 wird von r_i der dem Endpunkt der Skala entsprechende Wert von x abgeschaltet, so dass also dann x für gleiches α um diesen Betrag zu vergrössern ist, d. h. der Messbereich wird dadurch allemal verdoppelt. So besitzt das in Fig. 166 abgebildete Instrument die sechs Messbereiche:

1	Akkumulator	Kurbel	5	Messbereich	0— 50	Ohm
1	„	„	6	„	50—100	„
2	„	„	3	„	0—100	„
2	„	„	4	„	100—200	„
5	„	„	1	„	0—250	„
5	„	„	2	„	250—500	„

Es können natürlich auch beliebige andere Messbereiche hergestellt werden.

Nennt man $\Delta \alpha$ die einer Änderung von x um Δx entsprechende Änderung von α, so hat man

$$\Delta \alpha = \frac{C}{E} (A - \alpha)^2 \Delta x,$$

d. h. die gleichen Widerstandsdifferenzen entsprechenden Ausschlagsänderungen nehmen nach dem Ende der Skala hin proportional $(A - \alpha)^2$ ab.

Eine andere Anordnung der Substitutionsmethode stellt Fig. 167 dar. Dabei liegt X sowohl als R an den zwei Paar äusseren Quecksilber-

näpfen eines Umschalters U, während E mit dem Strommesser S an die mittleren angeschlossen ist. Durch Einlegen des Doppelbügels B in die durch ausgezogene Linien bezeichnete Stellung schaltet man erst X in den

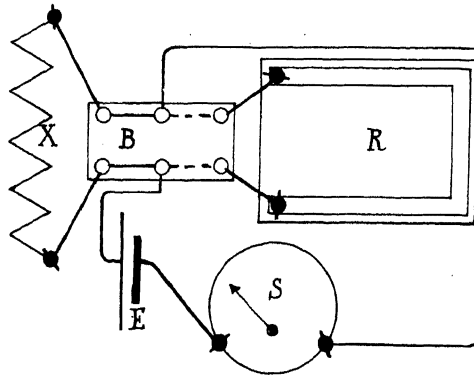



Fig. 167.

Stromkreis ein, dann durch Umlegen von U in die punktierte Stellung R, welches man so reguliert, dass in beiden Fällen S denselben Ausschlag giebt. Dann ist $X = R$.

Auch diese Schaltung kann man zu Isolationsmessungen verwenden, wobei man aber in der Regel R unverändert lässt und, wenn die Widerstände von E und S gegen R und X vernachlässigt werden können, $X : R = i_2 : i_1 = a_2 : a_1$ erhält, wenn wieder a_1 und a_2 die den beiden Stromstärken i_1 und i_2 proportionalen Ausschläge bedeuten.

27. Widerstandsmessung bei konstanter Stromstärke.

126. Widerstandsmessung durch Stromstärke und Spannung.

Nach dem Ohmschen Gesetz ist der Spannungsabfall auf einem Leiter mit dem Widerstand $X\,\Omega$, wenn in demselben ein Strom von $J\,A$ fliesst, $e = JX$ Volt, d. h. es ist $X = \frac{e}{J}$. Man kann deshalb den Widerstand eines Leiters X in der Weise bestimmen, dass man durch denselben einen mit dem Strommesser S (Fig. 168) gemessenen Strom J schickt und mittels eines geeichten Quadrantelektrometers Q in Quadrantschaltung (§ 102) den Spannungsabfall e in Volt misst.

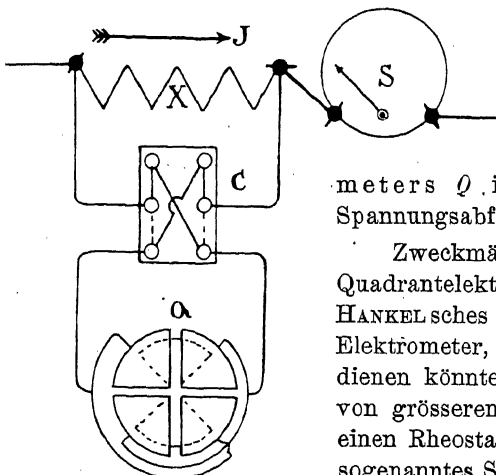



Fig. 168.

Zweckmässiger verwendet man statt des Quadrantelektrometers (wofür natürlich auch ein Hankelsches [§ 99] oder Lippmannsches [§ 106] Elektrometer, letzteres ohne den Kommutator C, dienen könnten) ein Galvanometer G (Fig. 169) von grösserem Widerstand r, der eventuell durch einen Rheostaten passend zu ergänzen ist — ein sogenanntes Spannungsgalvanometer. — Dann ist nach dem Ohmschen Gesetz:

$$X(J-i) = r\,i,$$

somit

$$X = r \cdot \frac{i}{J-i}, \text{ oder, wenn } i \text{ gegen } J \text{ verschwindet, } X = r \cdot \frac{i}{J}.$$

Diese Methode ist, wenn nur eine mässige Genauigkeit erforderlich ist, namentlich zur Messung kleiner Widerstände, z. B. derjenigen von Dynamomaschinenankern, sehr bequem.

127. Widerstandsmessung durch Spannungsvergleichung mittels eines Elektrometers.

Genauer wird die Messung, wenn man die Bestimmung von J ganz umgeht, indem man X mit einem passenden Rheostaten oder auch Normalwiderstand R in Reihe schaltet (Fig. 170) und mittels eines Umschalters U das Quadrantelektrometer Q einmal an die Enden von X, dann an die Enden von R legt. Dann ist:

Fig. 169.

$$X : R = e_1 : e_2,$$

oder, wenn s_1 und s_2 die korrigierten (§ 102) Skalenausschläge sind, welche e_1 und e_2 entsprechen:

$$X = R \cdot \frac{s_1}{s_2}.$$

Ist R ein Rheostat, so kann man denselben auch so regulieren, dass $s_1 = s_2$ wird, wodurch unter Umständen eine grössere Genauigkeit erreicht werden kann.

Diese Schaltung kann namentlich zur Messung des Widerstandes von Flüssigkeiten verwendet werden, wobei die letzteren in einen parallelepipedischen Glastrog gefüllt werden. Der Strom tritt durch die Platten P_1 und P_2 (Fig. 171) ein und aus, während das Elektrometer

Fig. 170.

Fig. 171.

an die in die Flüssigkeit eingetauchten Platinstreifen p_1 und p_2 angeschlossen wird. Der so gemessene Widerstand X ist alsdann, und zwar unabhängig von Polarisationserscheinungen, der Widerstand einer parallelepipedischen Flüssigkeitssäule, deren Länge der Abstand von p_1 und p_2, deren Querschnitt der Querschnitt des Troges ist (SHELDON, WIEDEM. Ann. 1888, Bd. 34, S. 122). Von der physikalisch-technischen Reichsanstalt ist dieselbe Methode zur Messung des Isolationswiderstandes von Cementbeton verwendet worden (LINDECK, ETZ 1896, S. 180).

128. Spannungsvergleichung mittels des Galvanometers.

Bequemer ist auch hier die Verwendung eines Galvanometers an Stelle des Elektrometers. Soll aber durch das Umschalten jetzt die Gesamtstromstärke nicht geändert werden, so muss dem anderen Widerstand allemal ein dem Galvanometerwiderstand r gleicher Drahtwiderstand parallel geschaltet werden, wozu der Umschalter U (Fig. 172) mit zwölf Quecksilber-

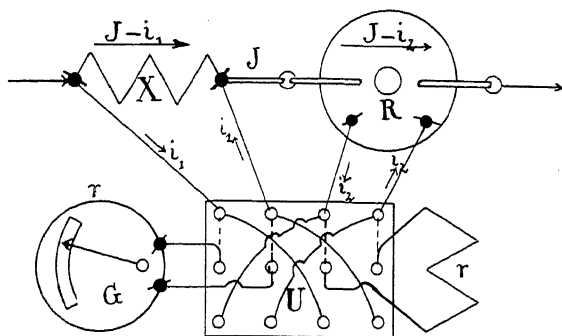



Fig. 172.

näpfen gute Dienste leistet. Vier Kupferbügel verbinden einmal die vorderen, das andere Mal die hinteren Quecksilbernäpfe mit den mittleren.

Bei dieser Schaltung ist, wenn J als konstant angesehen werden darf:

$$(J - i_1)\, X = i_1\, r \text{ und } (J - i_2)\, R = i_2\, r.$$

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$\frac{X}{R} = \frac{i_1}{i_2} \cdot \frac{X + r}{R + r} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \cdot \frac{X + r}{R + r},$$

wenn α_1 und α_2 die den Stromstärken i_1 und i_2 proportionalen Skalenausschläge sind. Die Auflösung dieser Gleichung ergiebt nach einigen Umformungen:

$$X = R \cdot \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2} \cdot \frac{R}{r}}.$$

$\alpha_1 = \alpha_2$ giebt natürlich $X = R$. Sind ferner X und R sehr kleine Widerstände, so dass $\frac{R}{r}$ ein sehr kleiner Bruch ist, und ist ausserdem, was sich durch geeignete Wahl von R immer erreichen lässt, $R > X$, somit $\alpha_2 > \alpha_1$, so kann angenähert geschrieben werden:

$$X = R \cdot \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \left(1 - \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2} \cdot \frac{R}{r}\right),$$

wofür unter Umständen, wenn grössere Genauigkeit nicht erforderlich ist, oder wenn $\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2} \cdot \frac{R}{r}$ unter der Grenze der gewünschten Genauigkeit liegt, auch $X = R \cdot \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ gesetzt werden darf.

Im letzteren Falle kann man dann auch den Ersatzwiderstand r weglassen und in den Galvanometerkreis einen Rheostaten einschalten, an welchem man r so reguliert, dass $i_1 = i_2 = i$ wird. Da jetzt i gegen J verschwindend klein ist, hat man

$$J X = i\, r_1 \text{ und } J R = i\, r_2,$$

also

$$X = R \cdot \frac{r_1}{r_2}.$$

(Über die Widerstandsmessung durch Vergleichung der Spannungsgefälle mittels des Kompensators s. später.)

28. Direkt zeigende Widerstandsmesser.

129. Schaltung von Fleming Jenkin.

Bei den im vorigen Abschnitt besprochenen Methoden der Widerstandsmessung müssen immer zwei Ausschläge abgeglichen oder auch zwei Widerstandsabgleichungen vorgenommen werden. Für viele technische Anwendungen würde aber ein Instrument sehr bequem sein, bei welchem ein Widerstand durch eine einzige Ablesung eines Zeigerausschlags ohne jede Abgleichung bestimmt werden könnte. Einen solchen direkt zeigenden Widerstandsmesser hatte schon um 1880 Fleming Jenkin angegeben. Derselbe besteht aus zwei rechtwinklig gekreuzten Multiplikatorspulen, in deren gemeinsamem Mittelpunkt eine Bussole steht (Fig. 173). In den Stromkreis der einen Spule wird der unbekannte Widerstand X geschaltet, während in demjenigen der anderen der Widerstand R sich befindet. Diese beiden Stromkreise sind parallel geschaltet und erhalten durch das Element E die Stromstärken

Fig. 173.

$$J_1 = \frac{E}{X + r_1} \text{ und } J_2 = \frac{E}{R + r_2},$$

wenn r_1 und r_2 die Widerstände der Multiplikatoren sind. Dann sind die von denselben erzeugten Feldintensitäten

$$\mathfrak{H}_1 = C_1\, J_1 \text{ und } \mathfrak{H}_2 = C_2\, J_2;$$

falls man nun das Drehungsmoment des Erdmagnetismus auf die Magnetnadel irgendwie beseitigt hat, so dass dieselbe sich ungehindert in die Rich-

tung der Resultierenden aus $\mathfrak{H}_1$ und $\mathfrak{H}_2$ einstellen kann, wird sie einen Winkel α mit der Ebene des Multiplikators 2 bilden, für dessen Tangente die Beziehung besteht:

$$\tan\alpha = \frac{\mathfrak{H}_2}{\mathfrak{H}_1} = \frac{C_2\, J_2}{C_1\, J_1}.$$

Ist nun insbesondere $C_1 = C_2$, so wird, da

$$J_1 = \frac{E}{X + r_1} \text{ und } J_2 = \frac{E}{R + r_2} \text{ ist:}$$

$$\frac{X + r_1}{R + r_2} = \tan\alpha.$$

Die Unabhängigkeit von der Wirkung des Erdmagnetismus erreicht man am einfachsten dadurch, dass man die beiden Multiplikatoren so lange dreht, bis die Magnetnadel wieder im magnetischen Meridian steht und dann erst den Winkel α abliest.

130. Schaltung von Ulbricht.

Fig. 174.

Da einem Fehler $\delta\alpha$ des Ablenkungswinkels ein Fehler von X entspricht, dessen Grösse

$$\delta X = (R + r_2)\, \frac{\delta\alpha}{\cos^2\alpha}$$

mit wachsendem α rasch zunimmt, so wird das Instrument in obiger Anordnung mit wachsendem α rasch unempfindlich, weshalb Ulbricht dasselbe in folgender Weise verbessert hat (ETZ 1883, S. 349): Zu den n_1 Windungen des Multiplikators 1, welche vom Strom J_1 durchflossen werden, werden n_1' von J_2 durchflossene Gegenwindungen hinzugefügt, ebenso zu den n_2 von J_2 durchflossenen Windungen des Multiplikators 2 n_2' von J_1 durchflossene Gegenwindungen. Dann ist

$$\mathfrak{H}_1 = C_1\,(n_1\, J_1 - n_1'\, J_2) \text{ und } \mathfrak{H}_2 = C_2\,(n_2\, J_2 - n_2'\, J_1).$$

Ist nun $C_1 = C_2$, macht man ferner $n_1' = n_2 = n$, und gleicht die Widerstände in den beiden Zweigen so ab, dass $r_1 = r_2 = r$ ist, so hat man:

$$\tan\alpha = \frac{\mathfrak{H}_2}{\mathfrak{H}_1} = \frac{\overline{R + r}}{\overline{X + r}} \qquad \frac{n_2'}{\overline{R + r}}$$

Sind ferner X_1 und X_2 die obere und untere Grenze des Widerstandes, den der Apparat anzeigen soll, so macht man

$$n_1 = n\,\frac{X_1 + r}{R + r} \text{ und } n_2' = n\,\frac{X_2 + r}{R + r},$$

wodurch die Gleichung für $\tan\alpha$ übergeht in:

$$\tan\alpha = \frac{X - X_2}{X_1 - X}.$$

Jetzt ist also $\alpha = 0$ für $X = X_2$, $\alpha = 90^0$ für $X = X_1$ und $\alpha = 45^0$ für $X = \frac{X_1 + X_2}{2}$, und man kann jetzt die Differenzen $X_1 - X$ oder $X - X_2$ auf einer gleichmässig geteilten, geradlinigen Skala ablesen, deren Endpunkte A und B (Fig. 174) auf den Achsen der beiden Multiplikatoren liegen, und welche gegen dieselben unter 45^0 geneigt ist. Denn es ist nach der Figur:

$$\tan \alpha = \frac{CE}{CD} = OA \cdot \frac{CB}{AB} : OB \cdot \frac{AC}{AB},$$

d. h. wegen $OA = OB$ ist:

$$\tan \alpha = \frac{CB}{AC}.$$

Man braucht also nur $AB = X_1 - X_2$ zu machen; dann giebt der Punkt C, in welchem der Zeiger der Magnetnadel die gleichmässig geteilte Skala trifft, unmittelbar die Werte $X_1 - X$ und $X - X_2$.

Fig. 175.

131. Schaltung von Bruger.

Das ULBRICHTsche Instrument erfordert, ebenso wie das Torsionsgalvanometer bei der Strommessung, immer noch eine Einstellung, indem die Multiplikatoren so gedreht werden müssen, dass die Magnetnadel wieder im magnetischen Meridian steht. Unter Verwendung des Prinzips des Spulengalvanometers hat die Firma HARTMANN & BRAUN ein noch bequemeres Instrument konstruiert, dessen Zeiger den zu messenden Widerstand auf einer mehr oder weniger gleichmässig geteilten Skala direkt anzeigt (BRUGER, ETZ 1894, S. 333). Anstatt einer beweglichen Spule, wie das WESTONsche Galvanometer, enthält das BRUGERsche Instrument deren zwei, welche gemeinsam um eine mit ihren Zapfen in Steinlöchern gelagerte Achse drehbar sind. Die Ebenen der beiden Spulen sind unter etwa 60^0 gekreuzt; zwei Enden der Wicklungen sind miteinander verbunden und die Verbindungsstelle sowohl als auch die beiden freien Enden der Spulen mittels dünner Blattsilberstreifen mit den Punkten b, a und c (Fig. 175) verbunden. In den Stromkreis der Spule 1 wird der unbekannte Widerstand X geschaltet, während in denjenigen der Spule 2 ein konstanter Widerstand R gelegt wird. Die anderen Enden von X und R sind ebenfalls in einem Punkte vereinigt und zwischen b und letzterem liegt die Batterie E. Dann ist zunächst wieder

$$J_1 = \frac{E}{X + r_1} \text{ und } J_2 = \frac{E}{R + r_2};$$

wenn also $\mathfrak{H}_1$ und $\mathfrak{H}_2$ die Intensitäten des äusseren Feldes für Spule 1 und 2, ferner α_1 und α_2 die Winkel zwischen den Spulenebenen und den Richtungen

der Kraftlinien, endlich f_1 und f_2 die Windungsflächen bezeichnen, so erfahren beide Spulen durch die Felder Drehungsmomente von der Grösse

$$\mathfrak{H}_1 \, f_1 \, J_1 \cos \alpha_1 \text{ und } \mathfrak{H}_2 \, f_2 \, J_2 \cos \alpha_2.$$

Richtet man es nun so ein, dass diese beiden Drehungsmomente das System nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen suchen, so ist Gleichgewicht, wenn

$$\mathfrak{H}_1 \, f_1 \cos \alpha_1 \cdot \frac{E}{X + r_1} = \mathfrak{H}_2 \, f_2 \cos \alpha_2 \cdot \frac{E}{R + r_2}$$

oder, da $\frac{f_1}{f_2} = c$ eine Konstante ist, wenn:

$$\frac{X + r_1}{R + r_2} = c \, \frac{\mathfrak{H}_1 \cos \alpha_1}{\mathfrak{H}_2 \cos \alpha_2}$$

ist. Wäre nun, wie beim WESTONschen Galvanometer, für einen grösseren Feldbereich

$$\mathfrak{H}_1 \cos \alpha_1 = \mathfrak{H}_2 \cos \alpha_2,$$

so könnte nur Gleichgewicht eintreten, wenn

$$X + r_1 = R + r_2$$

wäre, und dieses Gleichgewicht wäre von der Stellung der beiden Spulen innerhalb dieses Bereichs unabhängig oder indifferent. Macht man aber, wie in Fig. 176, durch passende Form der Polschuhflächen und durch Anbringung eines zylindrischen Eisenkerns von elliptischem Querschnitt das Feld in der Weise ungleichförmig, dass für Spule 1 bei einer Drehung rechts herum das Feld ab-, für 2 aber zunimmt, während etwa in der punktierten Richtung AA der Wert $\mathfrak{H} \cos \alpha = 0$ ist, so wird für diese punktierte Stellung von 2 der Widerstand $X = \infty$ sein müssen, während, wenn (nach einer Drehung von 120°) Spule 1 in die Lage AA kommen sollte, also $\mathfrak{H}_1 \cos \alpha_1 = 0$ wäre, $X + r_1 = 0$ sein müsste. Der Messbereich des Instruments würde also einer Winkeldrehung des beweglichen Systems um nahezu 120° entsprechen und durch passende Gestaltung des Feldes würde wenigstens innerhalb eines grösseren Teiles desselben sich eine gleichmässige, die unbekannten Widerstände X direkt angebende Skala erzielen lassen. — Ein derartiges Instrument stellt Fig. 177 dar; mit demselben lassen sich unter Verwendung einer Messbatterie von etwa 25 Volt Spannung Widerstände zwischen 100 und 100000 Ohm direkt messen. Der durch die Veränderlichkeit von $\frac{\mathfrak{H}_1 \, f_1 \cos \alpha_1}{\mathfrak{H}_2 \, f_2 \cos \alpha_2}$ allein bedingte Messbereich liegt innerhalb der Grenzen 1 und 100 und erstreckt sich bei obigem Instrument von 1000 bis 100000 Ohm. Um denselben nach unten hin bis auf

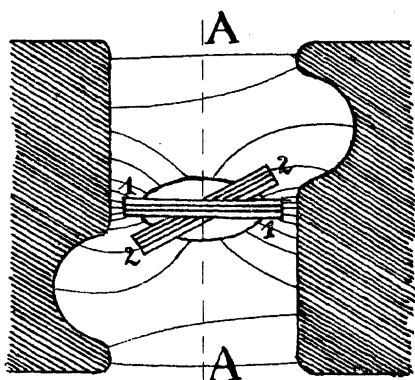



Fig. 176.

die Grenzen 100 bis 10000 Ω zu erweitern, lässt sich zur Spule 1 ein Nebenschluss von der Grösse $\frac{1}{9} r_1$ legen, so dass in derselben an Stelle von J_1 nur $i_1 = \frac{1}{10} J_1$ fliesst. Dann verwandelt sich die Gleichgewichtsbedingung in

$$\frac{10\,(X + 0{\cdot}1\, r_1)}{R + r_2} = \frac{\mathfrak{H}_1 f_1 \cos \alpha_1}{\mathfrak{H}_2 f_2 \cos \alpha_2},$$

so dass also dieselbe Einstellung des Zeigers beim zehnten Teil des Wertes von X, wie ohne Nebenschluss, erhalten wird; das Einschalten dieses Neben-

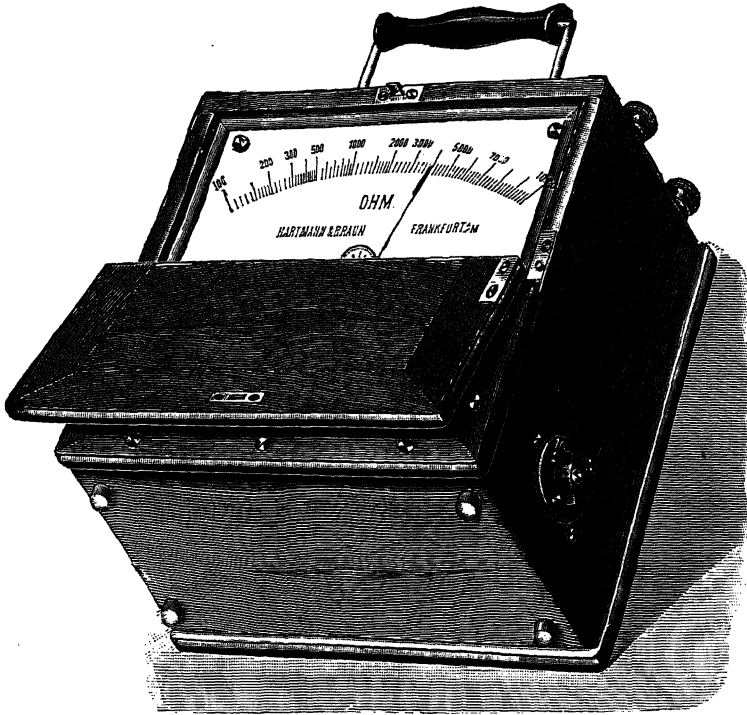



Fig. 177.

schlusses erfolgt durch Umlegen der Kurbel rechts vom Kontakt 10 auf 1. Ein Taster dient zum Einschalten der Batterie. — Der Zeiger derartiger Instrumente nimmt übrigens im stromlosen Zustande keine besondere Gleichgewichtsstellung ein, kann also auf jedem beliebigen Skalenteil stehen bleiben. Beim Transport wird das bewegliche System des Instruments arretiert.

c) Nullmethoden mit Reihenschaltung der zu vergleichenden Widerstände.

29. Methode von Matthiessen und Hockin.

132. Prinzip der Methode von Matthiessen und Hockin.

Alle die im vorigen Abschnitt beschriebenen Methoden gestatten nur eine mässige Genauigkeit der Messung, welche durch die Genauigkeit der benutzten Strom- und Spannungs-Messinstrumente bestimmt ist. Weit grössere Genauigkeit und Empfindlichkeit kann man aber bei den Widerstandsmessungen

erreichen, wenn man dieselben nicht auf die Messung von Stromstärken bezw. Spannungsunterschieden gründet, sondern auf das Nullwerden solcher, weil man dann erheblich empfindlichere Strom- und Spannungsmesser anwenden kann.

Bei kleinen Widerständen kann man dieses Ziel nach MATTHIESSEN und HOCKIN in folgender Weise erreichen: Man schaltet den zu messenden Widerstand X und den Normalwiderstand R hintereinander und parallel dazu einen über einer Millimeterteilung ausgespannten Draht aus Neusilber oder dgl. AB (Fig. 178). Die Verbindungen $1A$ und $4B$ bestehen am besten aus Kupferdrähten von gegen $X + R$ und AB möglichst geringem Widerstand, denen der Strom bei M und N durch verschiebbare Klemmen zugeführt wird.

Alsdann verbindet man den Anfangspunkt 1 von X mit dem einen Ende eines empfindlichen Galvanometers von geringem Widerstand, das andere Ende des letzteren aber mit einer auf dem Draht verschiebbaren Schneide, welche, um etwaige thermoelektromotorische Kräfte auszuschliessen,

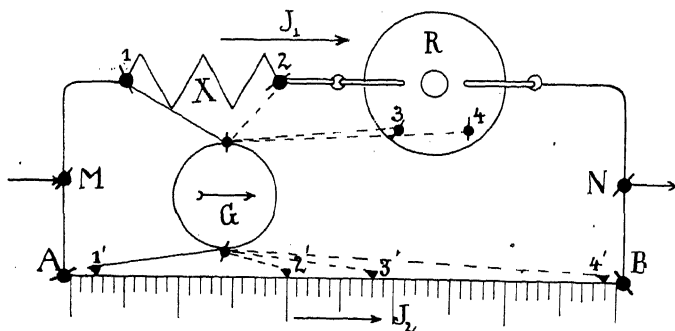



Fig. 178.

am besten aus demselben Material wie der Draht hergestellt ist. Diese Schneide verschiebt man so lange, bis das Galvanometer keinen Strom mehr anzeigt, in welchem Falle in 1 und 1′ gleiche Spannung herrscht. Dann legt man das Galvanometer einerseits an das Ende 2 von X und sucht auf dem Draht den Punkt 2′, welcher dieselbe Spannung besitzt; dasselbe wiederholt man mit dem Anfang 3 von R und 3′, endlich mit dem Ende 4 von R und 4′. Ist alsdann (Fig. 179) ME das Spannungsgefälle E zwischen den Punkten M und N und sind die Strecken MN und MN' den Widerständen der beiden Stromzweige M, X, R, N und M, A, B, N proportional, so stellen die Lote $1\,E_1$, $1'E_1'$, $2\,E_2$, $2'E_2'$ u. s. w., nach dem OHMschen Gesetz die Spannungen E_1, E_1', E_2, E_2' u. s. f. in den Punkten 1, 1′, 2, 2′ u. s. w. dar, und es sind ausserdem die Differenzen $E_1 - E_2 = E_1' - E_2'$ und $E_3 - E_4 = E_3' - E_4'$. Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke aber ergiebt sich $X : R = 1'2' : 3'4'$.

Diese Methode ist vollkommen frei von allen Übergangswiderständen, ist aber etwas umständlich und zeitraubend. Statt des Galvanometers könnte man natürlich auch ein empfindliches Elektrometer benutzen.

133. *Kalibrieren des Messdrahtes.* Vorausgesetzt ist, dass die Widerstände der Drahtabschnitte 1′, 2′ und 3′, 4′ sich genau wie die Längen verhalten, dass also der Draht genau zylindrisch und homogen sei. Dies kann man nach derselben Methode prüfen,

indem man nach STROUHAL und BARUS (WIED. Ann. 1880, Bd. 10, S. 326) an Stelle der Widerstände X und R ein Brett mit $n+1$ Quecksilbernäpfen $q_1, q_2 \cdots q_{n+1}$ bringt, welche durch n einander nahezu gleiche Widerstände verbunden sind (Fig. 180). Man bestimmt nun zunächst die mit den Näpfen q_1 und q_2 auf gleichem Potentialniveau befindlichen Punkte 1 und 2 auf dem Drahte. Hierauf vertauscht man den Widerstand a_1 mit dem nächstfolgenden

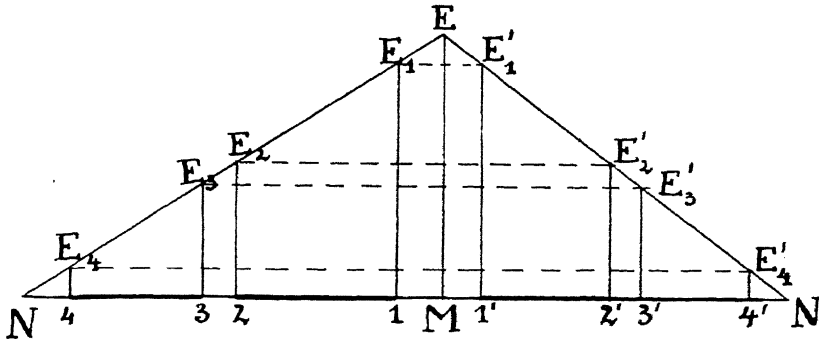



Fig. 179.

und bestimmt die Punkte $2'$ und 3 des Drahtes, welche mit den Näpfen q_2 und q_3 gleiches Potential besitzen u. s. f., wobei im allgemeinen die Punkte 2 und $2'$, 3 und $3'$ u. s. f. nicht zusammenfallen. Ebensowenig werden die Punkte 1 und $n+1$ gerade dem Anfang und Ende des Drahtes entsprechen. Für die Berechnung ist es deshalb bequemer, wenn man folgendermassen verfährt: Man nimmt für n eine gerade Zahl, z. B. 10, und verschiebt bei der ersten Messung den Punkt M so lange, bis 1 mit dem Anfangspunkt A des

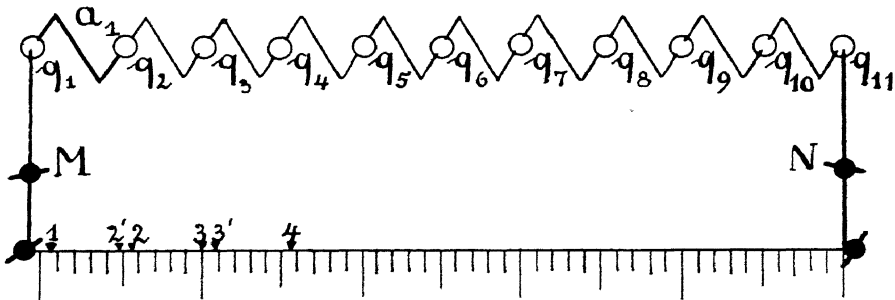



Fig. 180.

Drahtes zusammenfällt. Darauf bestimmt man den Punkt 2 und vertauscht alsdann a_1 mit a_2. Nunmehr korrigiert man, wenn nötig, die Stellung von M wieder so, dass q_2 und 2 gleiches Potential besitzen, und bestimmt hierauf den Punkt 3. Alsdann setzt man a_1 an Stelle von a_3 und korrigiert die Stellung von M, dass 3 mit q_3 gleiches Potential besitzt, bestimmt dann den Punkt 4 u. s. f., bis man bis zur Hälfte des Drahtes gekommen ist; der letzte Punkt ist $\frac{n}{2}+1$, und die $\frac{n}{2}$ Strecken $1, 2$; $2, 3$; $\cdots \frac{n}{2}, \frac{n}{2}+1$ besitzen alle denselben Widerstand $c a_1$, wo c eine Konstante ist. Hierauf wiederholt

man dasselbe Verfahren vom Ende B des Drahtes her, indem man a_1 zunächst an Stelle von a_n, dann an Stelle von a_{n-1} u. s. w. setzt und den Punkt N so einstellt, dass der Punkt $n+1$, welcher mit dem Napf q_{n+1} gleiches Potential besitzt, mit dem Endpunkt B des Drahtes zusammenfällt, und dass nach dem Vertauschen von a_1 mit dem nächst vorhergehenden Widerstand immer wieder der Anfang der folgenden mit dem Ende der vorausgehenden Strecke zusammenfällt. Man erhält so wiederum $\frac{n}{2}$ Strecken vom gleichen Widerstand ca_1, nämlich die Strecken $\frac{n'}{2}+1, \frac{n}{2}+2; \frac{n}{2}+2, \frac{n}{2}+3; \cdots n, n+1$, wobei im allgemeinen der Punkt $\frac{n'}{2}+1$ nicht mit $\frac{n}{2}+1$ zusammenfällt, sondern die Strecke $\frac{n}{2}+1, \frac{n'}{2}+1 = \pm\delta$ ist, je nachdem der Punkt $\frac{n}{2}+1$ vom Anfangspunkt A des Drahtes aus gerechnet diesseits oder jenseits $\frac{n'}{2}+1$ liegt. Bezeichnen wir diese n widerstandsgleichen Teilstrecken mit $l_1, l_2 \cdots l_k, \cdots l_n$ und die Länge des Drahtes mit L, so ist also

$$\sum_1^n {}_k l_k = L \mp \delta,$$

und die Strecken

$$l_1 \pm \frac{\delta}{n}, \quad l_2 \pm \frac{\delta}{n} \cdots\cdots l_n \pm \frac{\delta}{n}$$

haben sämtlich denselben Widerstand, nämlich gleich dem $n$ten Teil des Widerstandes des ganzen Messdrahtes. Demnach sind die Fehler der aufeinander folgenden, geometrisch gleichen Abschnitte $\frac{L}{n}$ des Drahtes bezw.

$$\frac{L}{n} - l_1 \mp \frac{\delta}{n}, \quad \frac{L}{n} - l_2 \mp \frac{\delta}{n} \cdots\cdots \frac{L}{n} - l_n \mp \frac{\delta}{n},$$

oder es ist der Fehler am Ende des ersten Stückes $\frac{L}{n}$ des Drahtes

$$= \frac{L}{n} - l_1 \mp \frac{\delta}{n},$$

am Ende des Stückes $2\frac{L}{n}$ des Drahtes

$$= 2\frac{L}{n} - (l_1 + l_2) \mp 2\frac{\delta}{n} \text{ u. s. f.},$$

am Ende des ganzen Drahtes

$$= n\frac{L}{n} - (l_1 + l_2 + \cdots l_n) \mp n\frac{\delta}{n} = o,$$

da oben

$$\sum_1^n {}_k l_k = L \mp \delta$$

gesetzt worden war. Die negativen Werte dieser Fehler trägt man am zweckmässigsten graphisch auf und erhält so einen gebrochenen Linien-

+1 mm

100 200 300 400 500 600 700 900 1000

−1

−2

Fig. 181.

zug, dessen Ordinaten die Korrektionen darstellen, welche in den verschiedenen Punkten des Messdrahtes anzubringen sind (Fig. 181). Beispiel: Bei einem 1000 mm langen Messdraht wurde gefunden, dass dem Punkte

q_1	der	Punkt	0	ebenso	q_{11}	der	Punkt	1000
q_2	"	"	99·75		q_{10}	"	"	900·2
q_3	"	"	198·9		q_9	"	"	800·1
q_4	"	"	298·0		q_8	"	"	700·2
q_5	"	"	397·55		q_7	"	"	600·4
q_6	"	"	497·0		q_6	"	"	500·2

entsprach. Somit ist $\Sigma l = 1000 - 3{\cdot}2$ mm. Demnach sind die Fehler am Ende der Teilstrecken:

100	0·25—0·32 = — 0·07	mm		600	2·8—1·92 = 0·88	mm
200	1·1 —0·64 = + 0·46	"		700	3·0—2·24 = 0·76	"
300	2·0 —0·96 = 1·04	"		800	3·1—2·56 = 0·54	"
400	2·45—1·28 = 1·17	"		900	3·0—2·88 = 0·12	"
500	3·0 —1·60 = 1·40	"		1000	3·2—3·2 = 0	"

Die den einzelnen Stellen zukommenden Korrektionen sind in Fig. 181 graphisch dargestellt.

30. Das Differentialgalvanometer.

134. Theorie und Prüfung des Differentialgalvanometers.

Man bezeichnet als Differentialgalvanometer ein Galvanometer, dessen Multiplikator aus zwei Systemen von Windungen besteht, welche beide gleichzeitig in entgegengesetztem Sinne auf ein und dieselbe Nadel wirken, wobei die beiden Galvanometerkonstanten (§ 60) für die Nulllage der Nadel, Γ_0 und Γ_0', einander möglichst genau gleich sein sollen. Man prüft ein Differentialgalvanometer auf die letztere Eigenschaft, indem man denselben Strom i in entgegengesetztem Sinne durch die beiden in Reihe geschalteten Multiplikatoren hindurch gehen lässt; hierbei darf die Nadel keinen Ausschlag zeigen. Mängel in dieser Hinsicht lassen sich korrigieren, indem man zu dem schwächer wirkenden Multiplikator einige Windungen hinzufügt.

Beim Spulendifferentialgalvanometer (§ 83, Fig. 102), welches zwei auf denselben Rahmen gewickelte, bewegliche Spulen enthält, die sich in demselben magnetischen Felde bewegen, lassen sich solche Differenzen in

den beiden Galvanometerkonstanten nicht so leicht beseitigen; man muss alsdann Messmethoden anwenden, bei welchen kleine Unterschiede der Galvanometerkonstanten auf das Resultat keinen Einfluss haben.

Unter Umständen ist es bequem, wenn ausserdem die beiden Spulensysteme auch gleichen Widerstand besitzen, was man prüft, indem man dieselben nach der magnetischen Abgleichung zu einander parallel in den Stromkreis eines Elementes E (Fig. 182) einschaltet. Das Verschwinden des Ausschlags bedeutet alsdann, dass $i_1 = i_2$, also, da die EMK für beide Hälften dieselbe ist, dass auch $r_1 = r_2$ ist.

135. Schaltung nach Matthiessen und Hockin.

Man kann zunächst das sowohl magnetisch als auch hinsichtlich des Widerstandes abgeglichene Differentialgalvanometer zur Vergleichung zweier nahezu gleicher kleiner Widerstände X und R in der MATTHIESSEN und HOCKINschen Schaltung (§ 132) verwenden, indem man erst Spule 1 an X, Spule 2 an die beiden Kontakte A und B des Messdrahtes legt und den Abstand AB so reguliert, dass der Galvanometerausschlag verschwindet (Fig. 183).

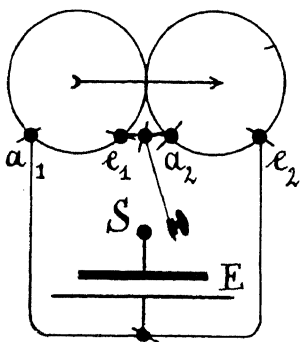
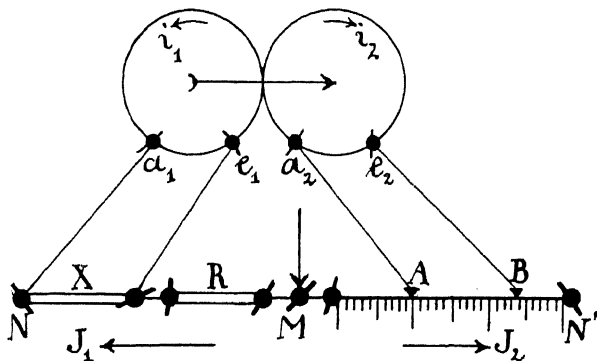



Fig. 182. Fig. 183.

Bezeichnet man alsdann den Gesamtwiderstand der Strecke MN mit R_1, denjenigen von MN' mit R_2, ist ferner r der Widerstand jeder Galvanometerseite und L derjenige von AB, so ist:

$$J_2 : J_1 = R_1 - X + \frac{Xr}{X+r} : R_2 - L + \frac{Lr}{L+r}.$$

Hierin ist aber:

also, wenn $i_1 = i_2$ ist:

$$J_2 : J_1 = \frac{X}{L} \cdot \frac{L+r}{X+r}.$$

Beide Gleichungen für $J_2 : J_1$ liefern:

$$\frac{X}{L} = \frac{(R_1 - X)\,X + R_1 r}{(R_2 - L)\,L + R_2 r},$$

eine Gleichung, welche sich schliesslich auf die Form bringen lässt:

$$R_1 \frac{L}{X} = R_2 + \frac{R_2 - L - (R_1 - X)}{r/L}$$

Nunmehr vertauscht man X mit R und gleicht den Abstand AB wieder so ab, dass das Galvanometer keinen Ausschlag giebt. Es sei jetzt $AB = L'$; dann ist auch:

$$R_1 \frac{L'}{R} = R_2 + \frac{R_2}{} \cdot \frac{L' - (R_1 - R)}{r\, L'}$$

Ist nun aber r gegen die Widerstände L und L' so gross, dass die durch $\frac{r}{L}$ und $\frac{r}{L'}$ dividierten Glieder gegen R_2 verschwinden, so erhält man schliesslich:

$$X : R = L : L'.$$

136. Kalibrieren eines Messdrahtes.

Sehr zweckmässig lässt sich das Differentialgalvanometer zum Kalibrieren eines Messdrahtes nach der Methode von STROUHAL und BARUS (Fig. 180) verwenden. Dazu braucht das Galvanometer nicht besonders abgeglichen zu sein; man bedarf aber auf dem Messdraht zweier Kontakt-

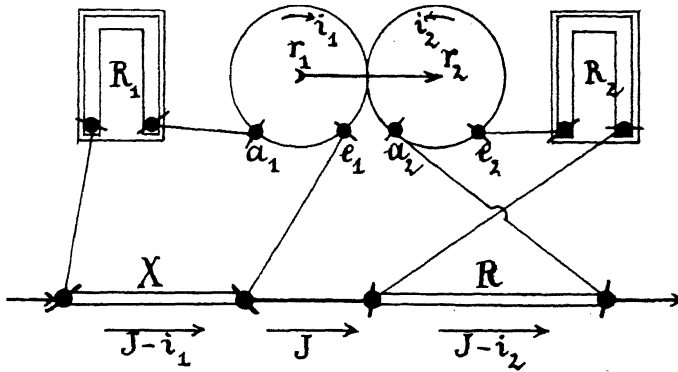



Fig. 184.

schneiden. Man verbindet den einen Multiplikator mit den Enden des früher mit a_1 bezeichneten Widerstandes, der bei allen Messungen an derselben Stelle bleiben kann; den andern Multiplikator verbindet man mit den beiden Kontaktschneiden. Man erhält so mit nur $\frac{n}{2}$ Einstellungen die $\frac{n}{2}$ Teilstrecken gleichen Widerstandes $l_1, l_2 \cdots l_{\frac{n}{2}}$ auf der einen Hälfte des Drahtes und durch $\frac{n}{2}$ weitere Einstellungen die Strecken $l_{\frac{n}{2}+1} \cdots l_n$ auf der anderen Hälfte. Die weitere Rechnung ist genau so auszuführen, wie in § 133 angegeben (LEVY, ETZ 1893, S. 255).

137. Kirchhoff-sche Schaltung.

Ungleiche, kleine Widerstände kann man nach der folgenden, von KIRCHHOFF angegebenen Methode miteinander vergleichen, bei welcher ein magnetisch genau abgeglichenes Differentialgalvanometer erforderlich ist. Man schaltet die zu vergleichenden Widerstände X und R ebenfalls in Reihe (Fig. 184) und legt etwa Multiplikator 1 an X, 2 an R, wobei man in die Galvanometerzweige noch die Rheostaten R_1 und R_2 mit einschaltet. Wäre nun etwa $R > X$, so wäre, wenn $r_1 = r_2$ ist, auch $i_2 > i_1$; man schaltet deshalb mittels des Rheostaten R_2 so viel Widerstand zu r_2 zu, dass $i_2 = i_1$ wird, was am Verschwinden des Galvanometerausschlages erkannt wird. Alsdann ist:

$$i_1 = J \frac{X}{X + r_1} = i_2 = J \frac{R}{R + R_2 + r_2},$$

woraus folgt:

$$X(R_2 + r_2) = R r_1.$$

Hiernach müssten die Werte r_1 und r_2 genau bekannt sein, was infolge der Übergangswiderstände an den Anschlussstellen und der Widerstände der Zuleitungen schwer zu erreichen ist; ausserdem werden r_1 und r_2 von der Temperatur, welche meist nicht genau bekannt ist, stark beeinflusst. Man kann sich aber von diesen nicht genau bekannten Widerständen ganz frei machen, wenn man nach der erstmaligen Abgleichung im Rheostaten R_1 einen bekannten Widerstand zuschaltet und alsdann R_2 abermals abgleicht, bis der Nadelausschlag verschwindet. Dies giebt die neuen Gleichungen:

$$i_1' = J' \frac{X}{X + R_1 + r_1} = i_2' = J' \frac{R}{R + R_2' + r_2},$$

oder:

$$X(R_2' + r_2) = R(R_1 + r_1).$$

Subtrahiert man aber hiervon die oben erhaltene Gleichung, so erhält man:

$$X(R_2' - R_2) = R R_1,$$

also:

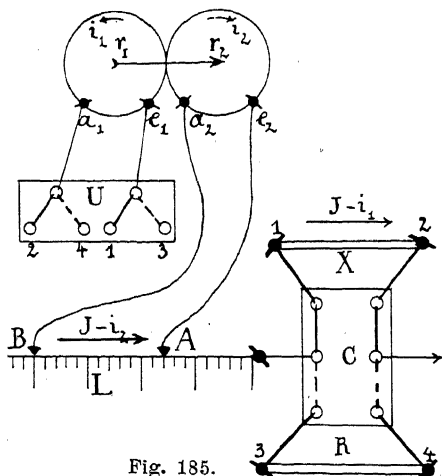
$$X = R \frac{R_1}{R_2' - R_2},$$

d. h. X ist nunmehr durch lauter genau bekannte Widerstände ausgedrückt. Diese Methode ist zur Vergleichung kleiner Widerstände mit gegebenen Normalen sehr bequem und giebt sehr genaue Resultate.

In Ermangelung eines Satzes von Normalwiderständen kann man auch den unbekannten Widerstand X mit einem Teil des Widerstandes eines Messdrahtes vergleichen, indem man in der Schaltung Fig. 184 an Stelle von R einen Messdraht einschaltet; der Widerstand des Messdrahtes muss dann natürlich bekannt und der letztere genau kalibriert sein. Mit sehr einfachen Mitteln kann man dann nach der KIRCHHOFFschen Methode kleine Widerstände von sehr verschiedenem Betrag genau messen.

138. Methode von Paalzow.

Fig. 185.

Eine sehr zweckmässige Methode, zwei kleine, nahezu gleiche Widerstände X und R miteinander zu vergleichen, ist die von PAALZOW angegebene, zu welcher man eines magnetisch genau abgeglichenen Differentialgalvanometers bedarf. Man richtet es so ein, dass man mit dem Messdraht in Reihe entweder den unbekannten Widerstand X oder den davon möglichst wenig verschiedenen Normalwiderstand R schalten kann, wozu nach Fig. 185 ein Kommutator C, aus sechs Quecksilbernäpfen und einem

Doppelbügel bestehend, dient. Man schaltet nun zunächst X in den Stromkreis ein und bringt durch Verschieben der Kontakte A und B den Galvanometerausschlag zum Verschwinden, wobei $AB = L$ sein mag. Alsdann hat man:

$$i_1 = J \frac{X}{X + r_1} = i_2 = J \frac{L}{L + r_2},$$

oder:

$$X r_2 = L r_1.$$

Nunmehr bringt man den Kommutator C und den Galvanometerumschalter U in die punktierten Stellungen (die Quecksilbernäpfe 1, 2, 3, 4 sind durch Leitungen mit den entsprechend bezeichneten Enden der Wider-

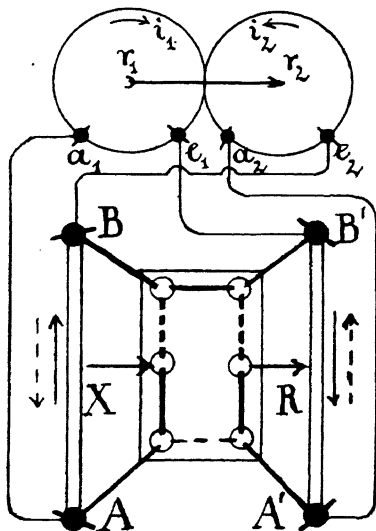
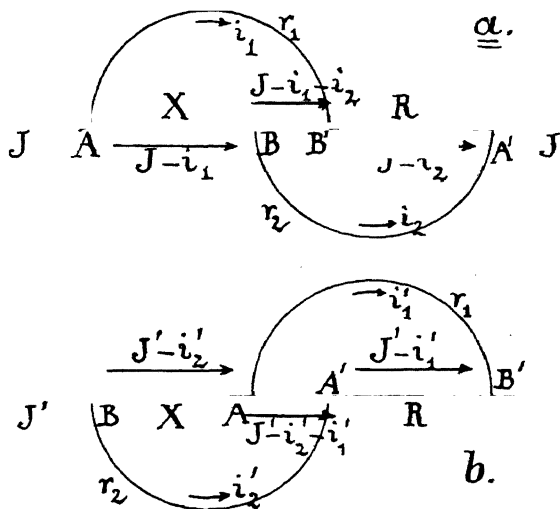



Fig. 186. Fig. 187.

stände X und R verbunden), bringt durch Verschieben der Messdrahtkontakte den Ausschlag wieder zum Verschwinden, wobei $AB = L'$ sein soll. Dann ist ebenso:

$$R r_2 = L' r_1,$$

welche Gleichung mit derjenigen für X zusammen ergiebt:

$$X = R \cdot \frac{L}{L'}.$$

Um die Einstellung überhaupt zu ermöglichen, müssten bei g l e i c h e n Galvanometerwiderständen r_1 und r_2 natürlich X sowohl als auch R k l e i n e r als der Widerstand des ganzen Messdrahtes sein. Sind beide g r ö s s e r, so fügt man zu r_1 einen passenden Widerstand hinzu; sind beide aber viel k l e i n e r, so würden die Abschnitte L und L' auf dem Messdraht zu klein ausfallen; man fügt alsdann zu r_2 einen Zusatzwiderstand hinzu. Diese Zusatzwiderstände wird man immer so wählen können, dass die Stücke L und L' auf dem Messdraht möglichst gross ausfallen.

139. Methode des übergreifenden Nebenschlusses.

Die genaueste Methode zur Vergleichung kleiner, nahezu gleicher Widerstände mittels des Differentialgalvanometers ist die Methode des übergreifenden Nebenschlusses von F. KOHLRAUSCH (WIED. Ann. 1883, Bd. 20, S. 76; JÄGER, Z. f. Instrk. 1904, S. 288), bei welcher weder die Galvanometerkonstanten noch die Widerstände der beiden Multiplikatoren gleich zu sein brauchen. Die Schaltung erfolgt unter Benutzung eines Kommutators mit sechs Quecksilbernäpfen und drei Kupferbügeln (Fig. 186); durch Umlegen der Bügel wird bewirkt, dass der Strom einmal bei A und A', das andere Mal bei B und B' zugeführt wird. Die Stromläufe sind in Fig. 187 a, b für beide Stellungen nochmals übersichtlicher gezeichnet. Aus Figur a folgt:

$$i_1 r_1 + (J - i_2) R = (J - i_1) X + i_2 r_2,$$

$$i_1 r_1 = (J - i_1) X + (J - i_1 - i_2) \varrho,$$

wenn der Widerstand der Strecke BB' gleich ϱ gesetzt wird. Aus beiden Gleichungen folgt:

$$i_1 = \frac{J}{N} (X (R + r_2) + \varrho (X + r_2)), \; i_2 = \frac{J}{N} (R (X + r_1) + \varrho (R + r_1)),$$

wo

$$(X + r_1)(R + r_2) + \varrho (X + R + r_1 + r_2) = N$$

gesetzt ist.

Bezeichnet man ebenso mit ϱ' den Widerstand der Strecke AA' und setzt

$$(R + r_1)(X + r_2) + \varrho' (X + R + r_1 + r_2) = N',$$

so ergiebt sich aus Fig. 187 b:

$$i_1' = \frac{J'}{N'} (R (X + r_2) + \varrho' (R + r_2)), \; i_2' = \frac{J'}{N'} (X (R + r_1) + \varrho' (X + r_1)).$$

Gleicht man aber durch Justieren von X oder, wenn dies nicht möglich ist, durch Parallelschalten eines passenden Rheostatenwiderstandes zum grösseren von beiden Widerständen, X und R so ab, dass beide Male das Galvanometer keinen Ausschlag anzeigt, und sind Γ_1 und Γ_2 die beiderseitigen Galvanometerkonstanten, so ist:

$$\Gamma_1 i_1 = \Gamma_2 i_2 \text{ und } \Gamma_1 i_1' = \Gamma_2 i_2',$$

d. h.

$$i_1 i_2' = i_2 i_1'.$$

Letztere Gleichung aber ist unabhängig von den Werten r_1, r_2, ϱ und ϱ' erfüllt, wenn $X = R$ ist.

Wie JÄGER a. a. O. nachweist, ist die Methode des übergreifenden Nebenschlusses unter sonst gleichen Umständen, d. h. bei gleichen Stromstärken J und J' und gleicher Empfindlichkeit des Galvanometers, die empfindlichste Methode zur genauen Abgleichung kleiner Widerstände.

31. Die Thomsonsche Brücke.

140. Anordnung und Theorie der Doppelbrücke.

Bei der als „THOMSONsche Doppelbrücke“ bezeichneten Schaltung werden ebenfalls der zu messende Widerstand X und der Vergleichswiderstand in Reihe von einem Strom passender Stärke durchflossen, während sowohl die äusseren Enden beider A, A', als auch die inneren B, B' (Fig. 188) durch je zwei in Reihe geschaltete, grössere Widerstände x und r überbrückt sind. Zwischen die beiden Punkte 1 und 2, wo die x mit den r zusammenstossen, ist ein empfindliches Galvanometer G geschaltet, und man reguliert bei konstant gehaltenen Widerständen r die beiden Widerstände x gleichzeitig so, dass der Strom im Galvanometer verschwindet. Dann erfolgt die Strom-

Fig. 188.

verteilung gemäss Fig. 188, woraus folgt, da bei stromlosem Galvanometer zwischen den Punkten 1 und 2 kein Spannungsunterschied bestehen kann:

$$x\,i_1 = X\,(J - i_1) + x\,i_2$$

und

$$r\,i_2 + R\,(J - i_1) = r\,i_1.$$

Aus beiden Gleichungen aber folgt:

$$X : R = x : r,$$

d. h. es ist

$$X = R \cdot \frac{x}{r}.$$

Als Widerstände R können die in § 119 beschriebenen Normale dienen, wobei man immer dasjenige auswählen wird, welches dem zu messenden Widerstand am nächsten kommt.

Für die Widerstände x und r können zwei gleiche, gut abgeglichene Stöpselrheostate verwendet werden, wenn deren Klötze, wie es auch

ohnedies wünschenswert ist, mit konischen Löchern zum Einsetzen von Stöpselklemmen versehen sind. Man wählt alsdann für die r einen Wert, mit welchem die Division möglichst bequem wird, also z. B. etwa 1000 oder 2000 Ω, während man die beiden x mittels der übrigen Widerstände des Rheostaten, die jenseits des gewählten r liegen, abgleicht. Auf jeden der Klötze, welche die r- und die x-Seite jedes Rheostaten trennen, kommt eine der Klemmen, an welche das Galvanometer angeschlossen wird. Da man die Stöpselung der x nicht völlig gleichzeitig vornehmen kann, durch ungleichzeitiges Verändern der beiden Seiten aber das Galvanometer beunruhigt wird, muss man im Galvanometerkreis noch einen Ausschalter anbringen; ausserdem wird das Galvanometer zur Abstufung der Empfindlichkeit zweckmässig mit einem veränderlichen Nebenschluss versehen (s. § 84—86).

Bequemer ist die Verwendung der von Otto Wolff in Berlin für diesen Zweck besonders konstruierten Widerstandskombination Fig. 189. Als Wider-

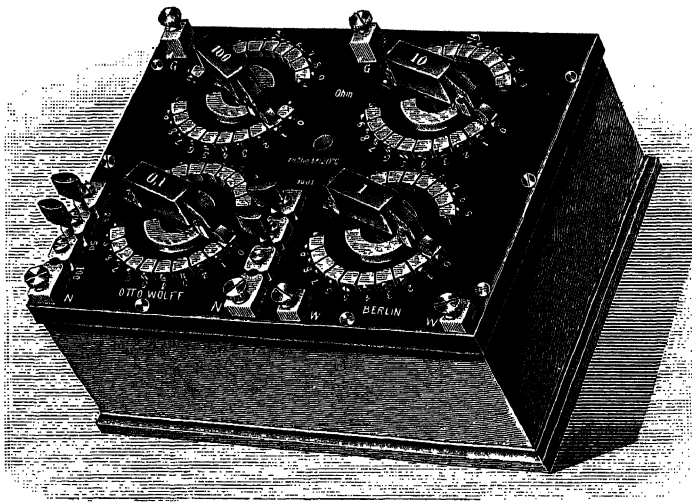



Fig. 189.

stände r können dabei mittels zweier Stöpselrheostate entweder 2×100 oder 2×50 oder 2×25 Ω gewählt werden, während die Widerstände x mittels eines doppelten Kurbelrheostaten mit 9×100, 9×10, 9×1 und $9 \times 0{\cdot}1$ Ω, und zwar immer beide Seiten gleichzeitig, geschaltet werden. Die freien Enden der beiden r liegen an den Klemmen N, N, während diejenigen der beiden x an die Klemmen W, W angeschlossen sind. Die vereinigten Enden der beiden Rheostaten sind mit den Galvanometerklemmen G G verbunden.

Eine ähnliche Vorrichtung ist die in Fig. 190 schematisch dargestellte Doppelkurbelbrücke von Siemens & Halske, welche gleichzeitig noch den Vorzug besitzt, dass sie durch eine einfache Hilfsvorrichtung in eine Wheatstonesche Brücke verwandelt werden kann. Die am besten an das Normal N angelegten Widerstände r gehören einem Stöpselrheostaten an, während die beiden Widerstände x ebenfalls von zwei Kurbelrheostaten gebildet werden, deren Kurbeln aber hier nebeneinander liegen und durch Zugstangen paarweise gekuppelt sind. Das Galvanometer sitzt an den

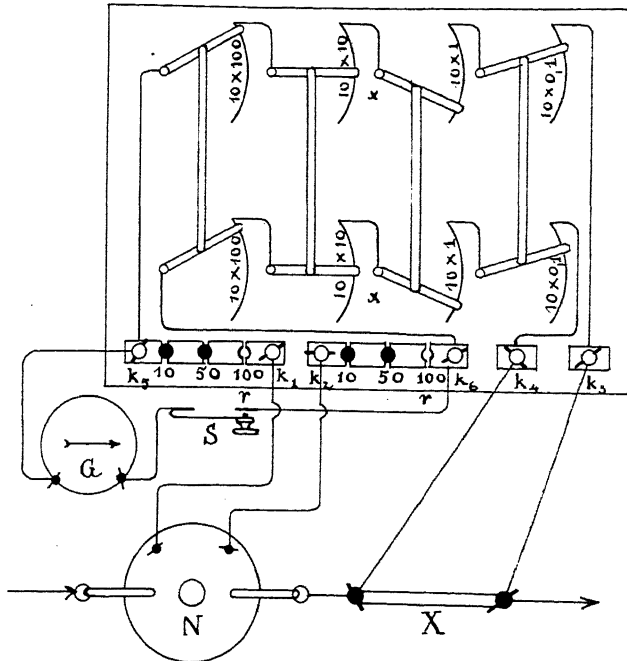
Klemmen k_5 und k_6, wobei in die Galvanometerleitung noch zweckmässig ein Taster S eingeschaltet wird.

Um als Normale stets 1, 0·1, 0·01, 0·001 oder 0·0001 Ω und dabei für die Berechnung von X die bequeme Formel

$$X = N \cdot \frac{x}{}$$

benutzen zu können, würde es dem Verfasser vorteilhafter erscheinen, wenn sowohl beim Wolffschen als auch beim Siemens & Halskeschen Apparat die Widerstände r aus den Werten 10, 100 und 1000 gebildet würden.

Fig. 190.

141. Doppelbrücke mit Interpolation.

Wenn bei der Schaltung der Doppelbrücke der Strom im Galvanometerkreis nicht Null, sondern $= i$ ist, so hat man, wenn man die Verzweigungswiderstände mit V_1, V_2, V_3 und V_4 bezeichnet, nach Fig. 191 folgendes System von Gleichungen:

$$X(J - i_1) + V_2\, i_2 + G\, i - V_1\, i_1 = 0$$
$$R(J - i_1 - i) + V_3\,(i_2 - i) - G\, i - V_4\,(i_1 + i) = 0$$
$$V_2\, i_2 + V_3\,(i_2 - i) - M(J - i_1 - i_2) = 0$$
$$V_1\, i_1 + V_4\,(i_1 + i) = E,$$

wenn E den Spannungsunterschied zwischen Anfangs- und Endpunkt der Brücke bedeutet. Löst man diese Gleichungen nach i auf, so erhält man als Zähler den Ausdruck

$$E\,(M\,(V_1\, V_3 - V_2\, V_4) + (M + V_2 + V_3)\,(V_1\, R - V_4\, X)),$$

welcher sich, wenn man $V_1 V_3 = V_2 V_4$ macht, auf

$$E(M + V_2 + V_3)(V_1 R - V_4 X)$$

reduziert.

Der Nenner kann auf die Form gebracht werden:

$$\begin{gathered}(X + M + R)(V_1 V_4 (V_2 + V_3) + V_2 V_3 (V_1 + V_4) + G(V_1 + V_4)(V_2 + V_3)) \\ + XM((V_3 + G)(V_1 + V_4) + V_1 V_4) + MR((V_2 + G)(V_1 + V_4) + V_1 V_4) \\ + RX(V_1 + V_4)(V_2 + V_3) + XMR(V_1 + V_4) = N.\end{gathered}$$

Handelt es sich also um zwei sehr nahe gleiche Widerstände R und X, so kann man, ohne den Nenner merklich zu ändern, V_2 mit V_3 und V_1 mit V_4 vertauschen, ebenso R mit X.

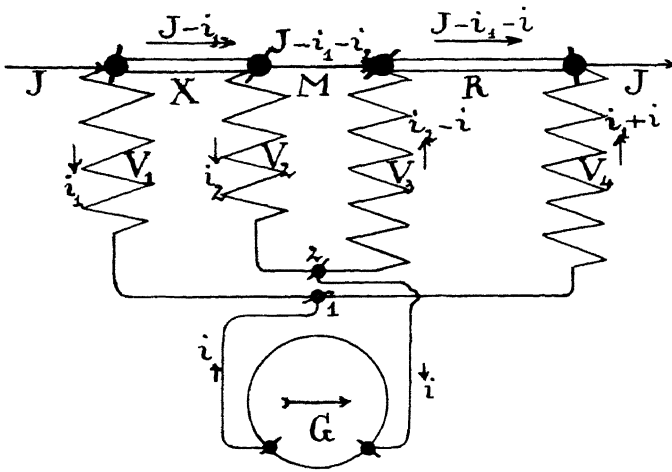



Fig. 191.

Wir setzen $X = R(1 + \varrho)$, wo ϱ ein kleiner Bruch ist. Unsere Aufgabe ist es, ϱ zu bestimmen. Wir machen zu diesem Zweck zunächst

$$\frac{V_1}{V_4} = \frac{V_2}{V_3} = 1 + \sigma,$$

wo σ ein bekannter kleiner Bruch ist, z. B. $\sigma = 0{\cdot}001$. Dann erhalten wir im Galvanometer eine Stromstärke $i' = c\, s_1$, wenn s_1 den proportionalen (also eventuell korrigierten, s. § 112) Ausschlag bezeichnet, und es ist

$$c\, s_1 = \frac{E}{N} V_1 V_3 R \left(2 + \frac{M}{V_3} + \sigma\right)\left(1 - \frac{V_4}{V_1}(1 + \varrho)\right).$$

Hierin können wir, da σ klein ist, $\frac{V_4}{V_1} = 1 - \sigma$, und $(1 - \sigma)(1 + \varrho) = 1 - \sigma + \varrho$ setzen, also:

$$c\, s_1 = \frac{E}{N} V_1 V_3 R \left(2 + \frac{M}{V_3} + \sigma\right)(\sigma - \varrho).$$

Machen wir dagegen $\frac{V_4}{V_1} = \frac{V_3}{V_2} = 1 + \sigma$, oder $\frac{V_1}{V_4} = \frac{V_2}{V_3} = 1 - \sigma$, so wird ebenso:

$$c\, s_2 = \frac{E}{N} V_1\, V_3\, R \left(2 + \frac{M}{V_3} - \sigma\right) (-\, \sigma - \varrho).$$

Vertauschen wir jetzt X mit R, so geht ϱ in $-\varrho$ über und wir erhalten

$$c\, s_3 = \frac{E}{N} V_1\, V_3\, R \left(2 + \frac{M}{V_3} - \sigma\right) (- \qquad \varrho).$$

Machen wir jetzt endlich wieder $\frac{V_1}{V_4} = \frac{V_2}{V_3} = 1 + \sigma$, so ist wieder $+\sigma$ statt $-\sigma$ zu setzen, und es folgt:

$$c\, s_4 = \frac{E}{N} V_1\, V_3\, R \left(2 + \frac{M}{V_3} + \sigma\right) (\sigma \qquad \varrho).$$

Setzen wir zur Abkürzung

$$\frac{E}{N} V_1\, V_3\, R \left(2 + \frac{M}{V_3}\right) = U,$$

so folgt aus diesen vier Gleichungen:

$$c\,(s_1 - s_3) = 2\, U\, (\sigma - \varrho)$$

und

$$c\,(s_4 - s_2) = 2\, U\, (\sigma + \varrho).$$

Hieraus aber folgt:

$$\frac{\sigma + \varrho}{\sigma - \varrho} = \frac{s_4 - s_2}{s_1 - s_3},$$

oder es ist:

$$\varrho = \frac{s_1 + s_2 - s_3 - s_4}{s_2 + s_3 - s_1 - s_4}.$$

Hierin sind die Ausschläge positiv zu rechnen, wenn sie nach der einen Seite, z. B. nach rechts gerichtet sind, nach der anderen, also z. B. linken Seite aber negativ.

Um die Umschaltungen bequem vornehmen zu können, lässt man die Widerstände V_1, V_2, V_3 und V_4 paarweise aus zwei sogenannten Verzweigungsbüchsen mit Interpolation bestehen, welche von Otto Wolff in der in Fig. 192 abgebildeten Form angefertigt werden. Zwischen den beiden, zum Einhängen in die Quecksilbernäpfe des Petroleumbades bestimmten ∩-förmigen Kupferbügeln sind zwei Widerstandsrollen von je 10, 100 oder 1000 Ω geschaltet, welche in der Mitte durch $2 \times \frac{1}{2000}$ des betreffenden Wertes verbunden sind. Diese Ergänzungswiderstände liegen zwischen

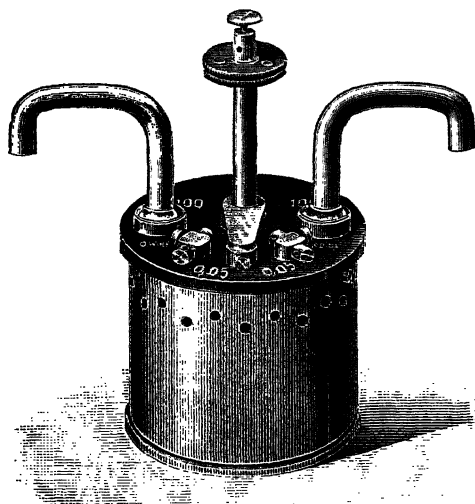



Fig. 192.

den drei Messingklötzen, auf welchen eine mit einer Klemme verbundene Kurbel schleift; mit diesen Klemmen wird je eine Galvanometerleitung verbunden, so dass also die eine Büchse die Widerstände V_1 und V_4, die andere V_2 und V_3 enthält. Durch Drehen der Kurbel auf den linken oder rechten Knopf schaltet man zum rechten oder linken Widerstand 0·001

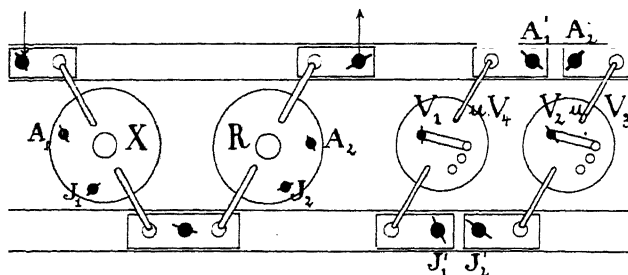



Fig. 193.

seines Wertes hinzu. — Fig. 193 stellt schematisch die Schaltung dar, wenn es sich um die Vergleichung zweier der in § 119 beschriebenen Normale handelt, die nebst den beiden Verzweigungsbüchsen in einem wie § 119, Fig. 154 eingerichteten Petroleumbad untergebracht sind. Die Klemmen A_1 und A_1', A_2 und A_2', J_1 und J_1' und J_2 und J_2' sind durch Leitungen von gleichem, möglichst geringem Widerstand miteinander zu verbinden.

142. Wahl des Galvanometers.

Um die Frage zu entscheiden: Wie ist ein gegebenes Galvanometer zu schalten, damit dasselbe, in der THOMSONschen Brücke verwendet, eine möglichst grosse Empfindlichkeit liefere? — denken wir uns einmal in den Galvanometerkreis eine kleine EMK e eingeschaltet; dann sind gemäss Fig. 194 in den Stromkreis des Galvanometers die parallel geschalteten Widerstände

$$x + X + x \text{ und } r + R + r$$

eingeschaltet. Es wird also der Galvanometerausschlag ein Maximum (§ 61), wenn der Galvanometerwiderstand G gleich dem Widerstand dieser Parallelschaltung gemacht wird, d. h., da man X und R gegen $2x$ und $2r$ vernachlässigen kann, wenn $G = \frac{2xr}{x+r}$ gemacht wird.

143. Doppelbrücken mit Messdraht.

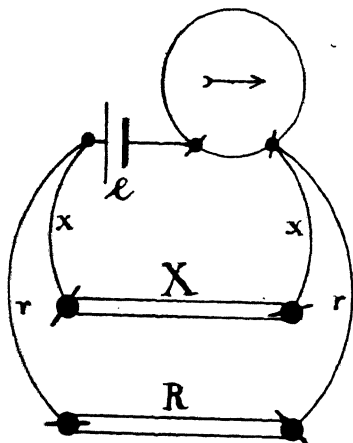



Fig. 194.

Vielfach verwendet man auch bei der THOMSONschen Brückenschaltung anstatt der Normalwiderstände als Vergleichswiderstand einen kalibrierten und geeichten Messdraht mit einem oder zwei verschiebbaren Kontakten und stellt das Gleichgewicht durch Verschieben dieser Kontakte her, während man die Widerstände x und r ungeändert lässt. Man vergleicht also den unbekannten Widerstand X mit dem Widerstand eines Stückes l des Messdrahtes. Eine in dieser Weise eingerichtete THOMSONsche Doppelbrücke der Firma HARTMANN & BRAUN stellt Fig. 195 dar. Der zu

messende Widerstand wird zwischen zwei kräftigen Klemmen eingespannt. Besteht derselbe, etwa wie in der Figur angenommen, aus einer stabförmigen Probe von Leitungsmaterial, so kann von demselben eine genau messbare Länge X zwischen zwei Kontaktschneiden abgegrenzt werden; wenn diese Schneiden **nicht** gebraucht werden können, z. B. bei der Messung des Widerstandes eines Dynamomaschinenankers, so muss man die sonst mit ihnen verbundenen Klemmen der Rheostaten r_1 und r_4 durch besondere Kupferleitungen von möglichst geringem Widerstand mit den beiden Punkten verbinden, zwischen denen der Widerstand gemessen werden soll. Als **Vergleichswiderstand** dient das Stück r des zwischen dem linken Ende und einer verschiebbaren Schneide abgegrenzten Teiles des in der Figur unten gezeichneten **Messdrahtes**, dessen Betrag in Tausendstel Ohm auf der darunter liegenden Skala abgelesen werden kann. $r_1 = r_3$ und $r_2 = r_4$ sind die vier Brückenwiderstände, und zwischen den Punkten, wo r_1 und r_2 und r_3 und r_4 zusammen-

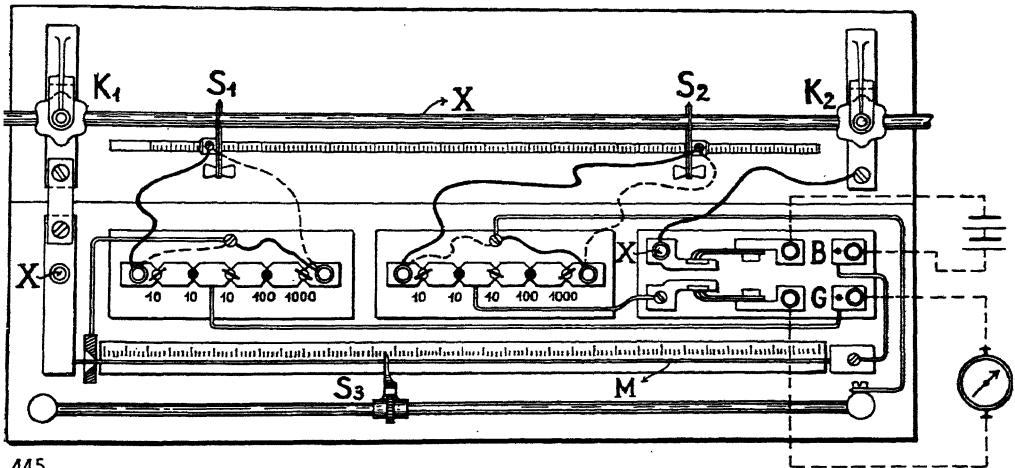



Fig. 195.

treffen, an zwei mit diesen verbundenen Klemmen, liegt das Galvanometer. Durch Vertauschung der Klemmen der Verbindungslitzen kann

$$X = r \cdot \frac{r_1}{r_2}, \text{ oder } r \cdot \frac{r_2}{r_1}$$

gemacht werden. Wie aus der Figur ersichtlich, kann $\frac{r_1}{r_2}$ die Werte 2, 1, 0·2, 0·1, 0·02 und 0·01, und entsprechend $\frac{r_2}{r_1}$ die Werte 0·5, 1, 5, 10, 50 und 100 erhalten, so dass also, wenn auf dem Messdraht die Werte r zwischen den Grenzen 0·001 und 0·1 Ω eingestellt werden können, der Messbereich des Apparats zwischen den Grenzen 0·00001 und 10 Ω liegt. Die Batterie ist so zu wählen, dass der den Messdraht und den dahinter geschalteten unbekannten Widerstand durchfliessende Strom bei vorübergehender Einschaltung 5 Amp. nicht übersteigt. Ein doppelter Stromschlüssel schliesst erst den Batteriekreis, dann das Galvanometer. Die Kontaktschneide des Messdrahtes wird man tunlichst aus demselben Material herstellen, aus welchem der Messdraht besteht, um thermoelektrische Wirkungen auszuschliessen. Bei

den Schneiden für den Probestab ist dies natürlich nicht möglich; man muss daher die Entstehung von Temperaturdifferenzen an diesen Stellen möglichst vermeiden, da man sonst Fehler durch die entstehenden Thermoströme erhalten würde. Jedenfalls empfiehlt es sich, zur Kontrolle die Messung mehrfach unter Wechsel der Stromrichtung zu wiederholen und dazu in den Stromkreis der Batterie noch einen Kommutator einzuschalten.

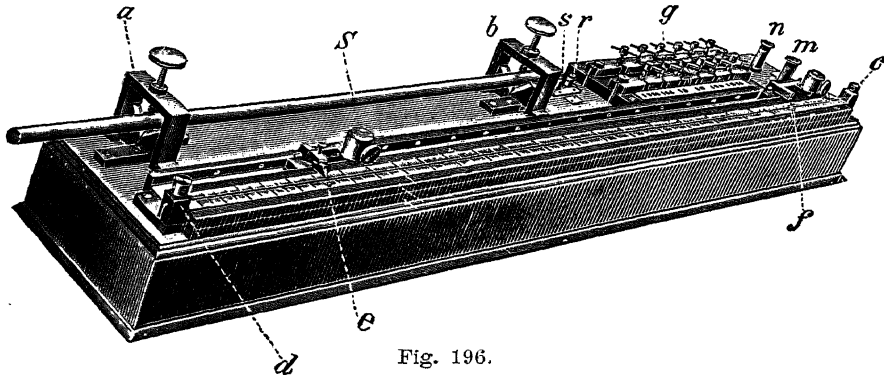



Fig. 196.

Fig. 196 stellt die von Edelmann in München gebaute Thomson-Brücke in der Uppenbornschen Anordnung dar (Centralbl. f. Elektrotechn. 1886, S. 289, ETZ 1901, S. 158). Dieselbe dient besonders zur Bestimmung des Widerstandes von stabförmigen Proben von Leitungsmaterial, welche hierzu zwischen die doppelten Schneiden a und b geklemmt werden; von diesen dient auf der linken Seite die vordere, auf der rechten die hintere zur Stromzuführung, während die beiden anderen zu den früher mit X (bezw. V) bezeichneten Widerständen führen. Zwischen c und d liegt, mit dem zu messenden Widerstande in demselben Stromkreis, der aus Manganin hergestellte Messdraht, von welchem 1 m etwas grösser als 0,1 Ω ist. Bei g liegen

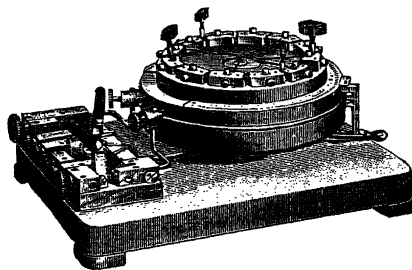



Fig. 197.

die vier Rheostaten, von denen jeder aus den Widerständen 10, 100 und 1000 Ω besteht. Die Klemmen m und n führen zur Stromquelle, r und s zum Galvanometer. Auf dem Draht schleifen die zwei Schneiden e und f, welche auf zwei in einer Schwalbenschwanznut geführten Schlitten sitzen; die Verbindung mit den entsprechenden Punkten der beiden Widerstände r ist dadurch hergestellt, dass die beiden Führungskanten der Nut mit Messingblechstreifen belegt sind, an welchen die die Führung der Schlitten sichernden Blattfedern schleifen, und zwar die eine vorn, die andere hinten; diese

Blattfedern sind mit den Schneiden leitend verbunden, die Messingstreifen aber mit den freien Enden der Widerstände r. Um den Wert von 1 m des Messdrahtes genau auf 0·1 Ω abzugleichen, spannt man zwischen die Klemmen a, b einen Normalwiderstand von 1 Ω von passender Form, während man die beiden Widerstände $x = 100\ \Omega$, die beiden Widerstände $r = 10\ \Omega$ nimmt. Hierauf stellt man die beiden Schneiden auf die Punkte 0 und 1000 der Teilung und schaltet alsdann zwischen die Klötze ed, d. h. parallel zum Messdraht, einen Widerstand, welchen man so lange abgleicht, bis das Galvanometer beim Stromschluss keinen Ausschlag mehr giebt. Das Verhältnis $\frac{x}{r}$ kann die Werte 0·01, 0·1, 1, 10 und 100 erhalten; der Messbereich ist demnach derselbe, wie bei der Brücke von HARTMANN & BRAUN.

Bei der THOMSON-Brücke der Firma SIEMENS & HALSKE (Fig. 197) ist der Messdraht kreisförmig, und der Gleitkontakt besteht aus einem durch eine Feder angedrückten Röllchen, welches am Ende eines um den Mittelpunkt des Kreises drehbaren Armes angebracht ist. Die Stellung des Kontaktes wird mittels eines Nonius an einer Kreisteilung abgelesen. Der Widerstand des Messdrahtes zwischen dem Anfangspunkt desselben und dem Endpunkt der Teilung beträgt 0·01 Ω; die Widerstände x können die Werte 10 oder 100, die Widerstände r die Werte 10 oder 100 oder 1000 Ohm besitzen, so dass also der Messbereich der Brücke zwischen 0·000001 und 0,1 Ω liegt. Die beiden äussersten, stärkeren Klemmen werden mit dem zu messenden Widerstand und der Batterie verbunden; der Schlüssel rechts dient zum Schliessen des Stromes. Die nächsten beiden, kleineren Klemmen werden durch Leitungen von möglichst geringem Widerstand mit den beiden Punkten der zu messenden Leitung verbunden, zwischen denen man den Widerstand derselben bestimmen will (für gerade Stäbe wird eine passende Einspannvorrichtung beigegeben). Die mittelsten Klemmen endlich führen zum Galvanometer, dessen Stromkreis durch einen zweiten Schlüssel geschlossen und geöffnet werden kann.

Betreffs des Einflusses von thermoelektrischen Kräften an den Kontaktstellen und der Beseitigung desselben gilt auch bei den Brücken von EDELMANN und SIEMENS & HALSKE das weiter oben Gesagte.

d) Nullmethoden mit Parallelschaltung der zu vergleichenden Widerstände.

32. Das Differentialgalvanometer von Becquerel.

144. Becquerelsche Schaltung.

Handelt es sich um die Messung grösserer Widerstände mittels des Differentialgalvanometers, so werden dieselben nicht mehr, wie in §§ 135—139, parallel zu den beiden Multiplikatoren des Galvanometers, im Stromkreis aber hintereinander geschaltet, sondern der zu messende Widerstand X und der Rheostat R werden jeder mit einem der Multiplikatoren in Reihe geschaltet und die beiden Reihen alsdann in Parallelschaltung in den Stromkreis einer geeigneten Stromquelle eingefügt. Diese Schaltung wurde bereits 1826 von BECQUEREL zum Vergleichen von Widerständen

benutzt. Zweckmässig ist es, wenn man nach F. KOHLRAUSCH entsprechend Fig. 198 schaltet, d. h. durch Einfügung des Kommutators K die Widerstände X und R vertauschbar macht; dann brauchen die Widerstände der beiden Multiplikatoren einander nicht gleich zu sein. Man hat nämlich für die ausgezogene Stellung von K, wenn bei dauerndem Schliessen des Schlüssels S das Galvanometer keinen Ausschlag zeigt, genaue magnetische Abgleichung des Galvanometers vorausgesetzt,

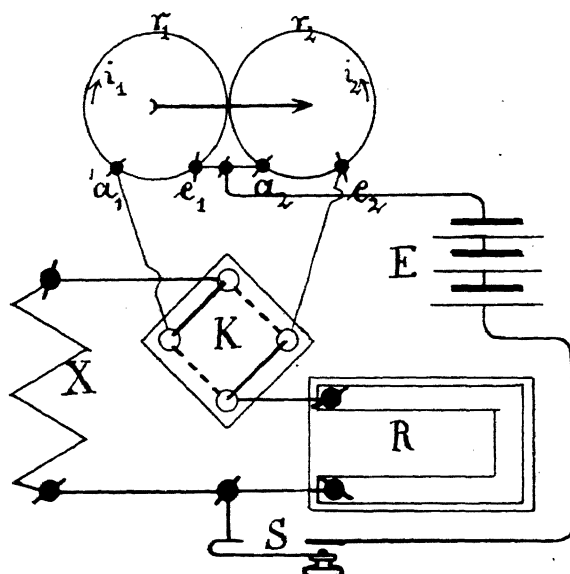
Fig. 198.

$$\frac{i_1}{i_2} = 1 \quad \frac{R + r_2}{X + r_1}$$

Verschwindet ebenso der Ausschlag in der punktierten Stellung von K, wobei im Rheostaten R' eingeschaltet sein mag, so ist ebenso

$$\frac{i_1'}{i_2'} = 1 = \frac{X + r_2}{R' + r_1}$$

Aus beiden Gleichungen aber folgt durch Addition

$$X = \frac{R + R'}{2}$$

Ist $\frac{i_1}{i_2} = 1 + a$, wo a ein (positiver oder negativer) kleiner Bruch ist, so erhält man genauer

$$X = \frac{R + R'}{2} + a \frac{R'}{\;} \cdot R$$

Um a zu bestimmen, beachte man, dass im Gleichgewichtsfalle $\Gamma_1 i_1 = \Gamma_2 i_2$ ist, d. h. $a = \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} - 1$. Man schicke nun einen Strom J durch beide Spulen in Gegenschaltung und erhalte einen Ausschlag s, für welchen $J(\Gamma_1 - \Gamma_2) = cs$ ist. Dann schicke man einen Strom i bloss durch Spule 1 und erhalte $i\,\Gamma_1 = cs'$. Aus beiden Messungen aber folgt:

$$\frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} - 1 = a = \frac{s}{s'} \frac{i}{J},$$

wobei für $\Gamma_1 < \Gamma_2$ der Ausschlag s negativ zu setzen ist. Den Strom J kann man mit einem WESTONschen Milliampèremeter messen; über die Bestimmung von i s. § 179.

145. Störungen durch Selbstinduktion.

Besitzt der Widerstand X eine beträchtliche Selbstinduktion, so erhält man infolge der Extraströme im Moment des Schliessens und Öffnens von S ballistische Ausschläge, durch welche das Galvanometer, auch wenn bei Dauerstrom kein Ausschlag mehr vorhanden ist, beunruhigt wird. Man muss dann entweder während des Abgleichens von R den Schlüssel S dauernd geschlossen halten, oder während des Schliessens und Öffnens des-

selben die Multiplikatoren kurz schliessen. Im ersten Falle muss man anfangs, ehe R einigermassen abgeglichen ist, um zu starke Galvanometerausschläge zu vermeiden, mit möglichst geringen Stromstärken arbeiten, indem man entweder in den ungeteilten Stromkreis von E einen grösseren Widerstand einschaltet, den man zuletzt kurz schliesst, oder indem man E durch einen Widerstand dauernd geschlossen hält und zunächst den Messstromkreis nur von einem kleinen Teile desselben abzweigt. Um die Multiplikatoren bequem kurz schliessen zu können, verbindet man a_1, $(e_1\, a_2)$ und e_2 mit je einem Quecksilbernapf und überbrückt diese drei Näpfe durch einen Kupferrechen mit drei Zinken.

33. Die Wheatstonesche Brücke.

146. Theorie und Schaltung der Wheatstoneschen Brücke.

In allen Fällen, in welchen die zu vergleichenden Widerstände so gross sind, dass die sogenannten Übergangswiderstände, d. h. die Widerstände an den Verbindungsstellen des Leiters mit dem Stromkreis, dagegen verschwinden, was im allgemeinen für die Widerstände grösser als 1 Ω gilt,

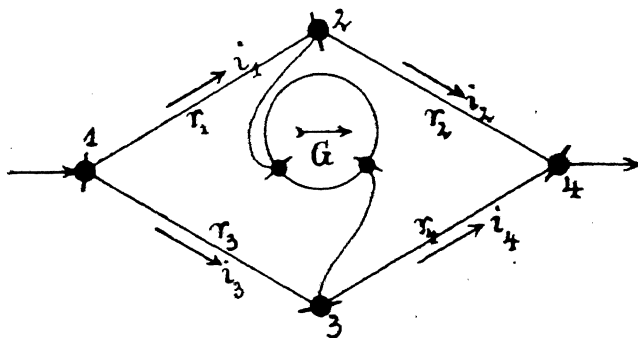



Fig. 199.

dient zur Vergleichung derselben am vorteilhaftesten eine 1843 von Wheatstone angegebene Kombination von Widerständen, welche man als Wheatstonesche Brücke bezeichnet. Dieselbe besteht nach Fig. 199 aus zwei Paaren von hintereinander geschalteten Widerständen $r_1\, r_2$ und $r_3\, r_4$, welche ihrerseits parallel zu einander in den Stromkreis einer Batterie eingeschaltet sind. Die Stromquelle ist mit den Punkten 1 und 4 verbunden, während an 2 und 3 ein Galvanometer angeschlossen ist. Werden nun die Widerstände r_1, r_2, r_3 und r_4 so abgeglichen, dass durch das Galvanometer kein Strom mehr fliesst, so bedeutet dies, dass zwischen den Punkten 2 und 3 kein Spannungsunterschied besteht, oder dass beide gegen Punkt 4 denselben Spannungsunterschied e (Fig. 200) besitzen. Bezeichnen wir den Spannungsunterschied zwischen den Punkten 1 und 4 mit E, so nimmt derselbe nach dem Ohmschen Gesetz in den beiden parallel geschalteten Zweigen von 1 nach 4 hin gleichmässig von E bis 0 ab; die Spannungsunterschiede in den einzelnen Punkten der Widerstände gegen Punkt 4 sind also als Ordinaten zweier gerader Linien 1′ 2′ 4 und 1′ 3′ 4 darstellbar (Fig. 200), während die Abscissen den Widerständen proportional sind. Dann

ergiebt sich aus der Figur, dass im Falle der Stromlosigkeit des Galvanometers, der sogenannten Brücke, die Proportion besteht:

$$E - e : e = r_1 : r_2 = r_3 : r_4,$$

oder es ist

$$r_1 \, r_4 = r_2 \, r_3.$$

Voraussetzung ist dabei, dass in keinem der Zweige anderweite elektromotorische Kräfte, z. B. thermoelektrischen oder elektrolytischen Ursprungs, vorhanden sind.

Für den einen der Widerstände, z. B. r_4, ergiebt sich aus obiger Gleichung:

$$r_4 = \frac{r_3}{r_1} \cdot r_2.$$

Ist also $r_4 = x$ ein unbekannter Widerstand, während r_2 einem Rheostaten entnommen wird, so kann man den Wert von x angeben, wenn ausserdem noch das Verhältnis $r_3 : r_1$ bekannt ist.

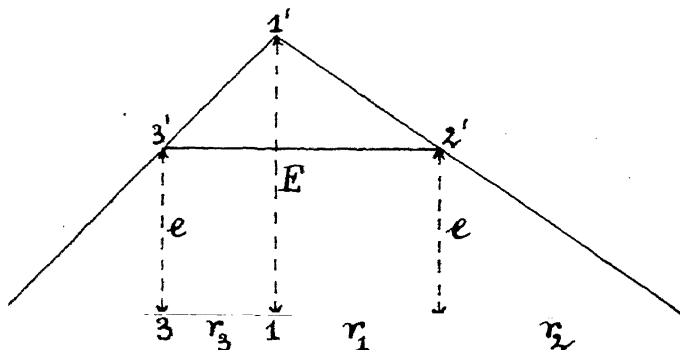



Fig. 200.

Wie sich aus Fig. 199 und § 61 ergiebt, ist der günstigste Galvanometerwiderstand gleich demjenigen von $r_1 + r_3$ und $r_2 + r_4$ in Parallelschaltung, d. h. $= \frac{(r_1 + r_3)\,(r_2 + r_4)}{r_1 + r_2 + r_3 + r_4}$. Am vorteilhaftesten ist es, $r_3 = r_1$ zu wählen, wobei dann $x = r_2$ wird. Ausserdem empfiehlt es sich, die Punkte 2 und 3 (Fig. 200) nicht zu nahe an den Anfangspunkt 1 oder den Endpunkt 4 heranrücken zu lassen, d. h. man wird die Widerstände r_1 und r_3 möglichst der Grössenordnung von x und r_2 entsprechend wählen. Man entnimmt deshalb diese Widerstände einem besonderen Rheostaten, den man als Verzweigungs- oder auch Übersetzungsrheostaten vom Mess- oder Vergleichsrheostaten r_2 zu unterscheiden pflegt; dieser Verzweigungsrheostat besteht in der Regel aus zwei Reihen von Widerständen von je 1, 10, 100, 1000, oder 10, 100, 1000, 10000 Ω. Als Messrheostat r_2 kann irgend eine der in §§ 120—123 beschriebenen Vorrichtungen dienen. Sehr zweckmässig ist es, wenn dieser Rheostat einen Unterbrechungsstöpsel besitzt, so dass im Zweige r_2 auch der Widerstandswert ∞ hergestellt werden kann.

Das Galvanometer wird man thunlichst so schalten, dass es den obigen Bedingungen für die günstigste Wirkung entspricht, obgleich hierauf nicht allzuviel anzukommen pflegt, wenn dasselbe nur sonst empfindlich genug ist. Um Widerstände mit Selbstinduktion bequem messen zu können, empfiehlt es sich, in den Stromkreis des Galvanometers einen Schlüssel einzuschalten, den man beim Schliessen und Öffnen des Hauptstromes unterbricht, um das Galvanometer nicht unnötig durch die Extraströme zu beunruhigen. Da es sich in den meisten Fällen empfiehlt, auch den Hauptstromkreis nicht dauernd geschlossen zu halten, um jede unnötige Erwärmung der Widerstände zu vermeiden, so ist die Verwendung eines sogenannten Successivschlüssels (Fig. 201) bequem, bei welchem durch Druck auf den Hartgummiknopf K erst der Batteriestromkreis beim Platinkontakt c_1, dann der Galvanometerkreis beim Kontakt c_2 geschlossen wird; f_1, f_2 und f_3 sind drei Messingfedern, welche mit den Klemmen B_1, B_2 und G_1 verbunden sind, während G_2 an c_2 angeschlossen ist; die drei Federn sind durch Hartgummistücke voneinander isoliert. Für manche Messungen ist es zweckmässig, wenn die Klemmen B_1 und B_2 durch einen zweiten Schalter, etwa einen Stöpselkontakt, auch dauernd verbunden werden können.

Fig. 201.

Der Verzweigungsrheostat kann entweder dieselbe Schaltung besitzen, wie die in § 120 beschriebenen Stöpselrheostaten, d. h. seine Widerstände können durch Kurzschluss mittels eines Stöpsels ausgeschaltet werden (vgl. den Universal-Widerstandskasten von Siemens & Halske, § 151); derselbe kann aber auch, wie der in Fig. 202 abgebildete Verzweigungsrheostat von Otto Wolff, so geschaltet werden, dass die einzelnen Widerstände durch Einsetzen des Stöpsels eingeschaltet werden.

Bei genauen Messungen ist es wünschenswert, dass man sich von einer etwaigen Ungleichheit der Verzweigungswiderstände r_1 und r_3 unabhängig machen könne. Dies geschieht nach F. Kohlrausch (Lehrb. d. pr. Phys., 9. Aufl., S. 394) einfach durch Vertauschen derselben. Einen zweckmässigen Verzweigungsrheostaten hierfür hat Parks in Chicago angegeben (ETZ 1893, S. 207), dessen Einrichtung aus Fig. 203 zu ersehen ist. Die Widerstände r_1 und r_3 sitzen sämtlich mit ihrem einen Ende an der Klemme K, mit den anderen Enden an den entsprechend bezeichneten Mittelklötzen, welche mittels der

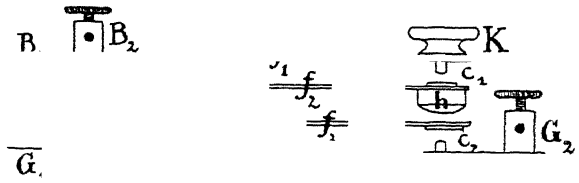
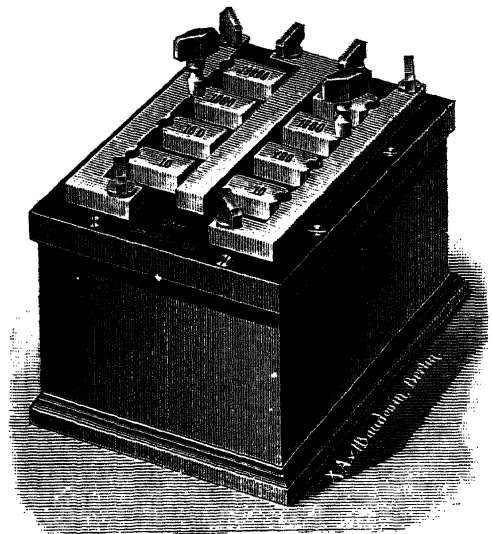



Fig. 202.

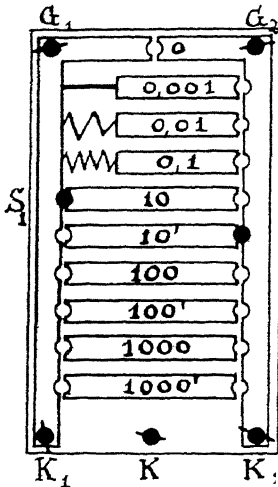



Fig. 203.

Stöpsel S_1 und S_2 sowohl an die linke als auch an die rechte Messingschiene angeschlossen werden können. An K liegt (unter Zwischenschaltung eines Successivschlüssels) der eine Batteriepol, während an K_1 und K_2 die einen Enden von x und r_2 angeschlossen werden; die anderen beiden Enden, wo x und r_2 zusammenstossen, sind mit dem anderen Batteriepol verbunden. An den Klemmen G_1 (unter Zwischenschaltung des Successivschlüssels) und G_2 liegt das Galvanometer; zwischen den entsprechend bezeichneten Klötzen und der linken Schiene liegen ferner Widerstände von $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$ und $\frac{1}{999}$ des Galvanometerwiderstandes, um durch Einsetzen des Stöpsels S durch diese Nebenschlüsse den durch das Galvanometer fliessenden Stromanteil auf 0·1, 0·01 bezw. 0·001 herabmindern zu können; steckt man S in das Stöpselloch 0, so kann man das Galvanometer auch kurz schliessen und so ausschalten.

Ganz ähnlich wie der PARKSsche ist der von der Firma SIEMENS & HALSKE gebaute, von O. SCHÖNE in der Zeitschr. f. Instrk. 1898, S. 133 beschriebene Verzweigungswiderstand eingerichtet.

Um rasch und mit grosser Genauigkeit die Richtigkeit von Normalwiderständen durch Vergleichung mit den entsprechenden Urnormalen, bezw. die Grösse der Abweichungen der ersteren von den letzteren, feststellen zu können, ist es bequem, einen Verzweigungsrheostaten zu verwenden, dessen Widerstände sich um einen genau bestimmten Bruchteil ihres Wertes, gewöhnlich $\frac{1}{10000}$, vergrössern oder verkleinern lassen (FEUSSNER und LINDECK, Zeitschr. f. Instrk. 1895, S. 426). Dazu dienen die bereits in § 141 beschriebenen und in Fig. 192 abgebildeten Verzweigungsbüchsen.

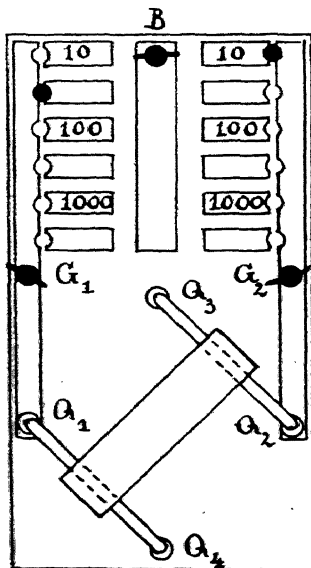



Fig. 204.

Einen Verzweigungsrheostaten mit den doppelten Widerständen 10, 100 und 1000 Ω mit Interpolation, dessen Seiten ausserdem vertauschbar sind, stellt Fig. 204 dar. Auf jeder Seite befinden sich sechs Widerstände mit den Sollwerten 10, 10 + 0·01, 100, 100 + 0·1, 1000, 1000 + 1 Ω, von denen die einen Enden mit der Mittelschiene, die anderen mit je einem der sechs Klötze verbunden sind, welche mittels zweier Stöpsel an die linke und rechte Schiene angeschlossen werden können. Die Mittelschiene trägt die eine Batterieklemme B, während auf den Seitenschienen die beiden Galvanometerklemmen G_1 und G_2, sowie, an den Enden derselben, zwei kupferne Quecksilbernäpfe Q_1 und Q_2 sitzen. Zwei weitere Quecksilbernäpfe Q_3 und Q_4 sind durch Messingschienen, welche unterhalb der das Ganze tragenden Hartgummiplatte angebracht und in der Figur nicht mit gezeichnet

sind, mit den einen Enden der beiden zu vergleichenden Widerstände verbunden; die anderen Enden der beiden Widerstände sind gemeinsam an den anderen Batteriepol angeschlossen. Die Verbindung wird durch einen Doppelbügel aus 12 mm starkem Elektrolytkupfer vermittelt, durch den entweder, wie in der Figur, Q_3 mit Q_2 und Q_4 mit Q_1, oder Q_3 mit Q_1 und Q_4 mit Q_2 verbunden werden kann. Damit die Übergangswiderstände möglichst gering ausfallen, bestehen die Quecksilbernäpfe aus starken, oben gemeinsam eben gedrehten Kupferbolzen, und die Endflächen der beiden Bügel sind ebenfalls gemeinsam eben gedreht; die Enden der Bügel sowohl als die Oberflächen der Kupferbolzen sind amalgamiert, so dass das in die Näpfe eingegossene Quecksilber nur ähnlich einer Verbindung durch Weichlöten wirkt. Die Ränder der Quecksilbernäpfe werden durch aufgeschraubte Hartgummiringe gebildet.

147. Vergleichung von Normalen nach dem Interpolationsverfahren.

Will man nun z. B. zwei der in § 118 beschriebenen Normale miteinander vergleichen, so werden auf die Enden der mit Q_3 und Q_4 verbundenen

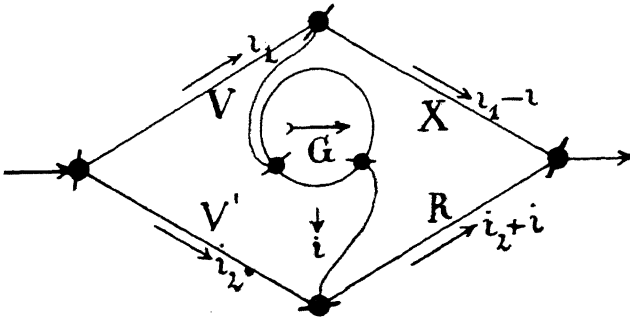



Fig. 205.

Schienen Quecksilbernäpfe von der oben beschriebenen Konstruktion geschraubt, in welche die einen Bügel der Normale eingehängt werden; die anderen kommen in zwei ähnliche Quecksilbernäpfe, welche auf einer kurzen Messingschiene sitzen; zwischen diesen beiden Näpfen sitzt die andere Batterieklemme. Bezeichnet man alsdann mit V und V' die beiden Verzweigungswiderstände, mit X das zu vergleichende und mit R das Urnormal, und sei

$$\frac{X}{R} = 1 + \varrho \text{ und } \frac{V}{V'} = 1 + v,$$

wo ϱ und v kleine, positive oder negative, Brüche bedeuten, so ergeben sich aus Fig. 205 mittels der Ohm-Kirchhoffschen Gesetze für die Stromstärken i_1, i_2 und i die drei Gleichungen:

$$i_1 V + i G = i_2 V', \; i G + (i_2 + i) R \quad (i_1 - i) X$$

und

$$i_1 V + (i_1 - i) X = E,$$

aus welchen man erhält:

$$i = \frac{E}{N} (V' X - V R),$$

wenn

$$N = G (X + V) (R + V') + R X (V + V') + (R + X) V V'$$

gesetzt wird. Der Nenner N ändert sich, wenn V und V' sowohl, als auch R und X einander nahezu gleich sind, durch Vertauschung von V und V' nicht merklich; ebenso ändert sich, wenn V oder V' absichtlich um einen kleinen Bruchteil ihres Wertes, z. B. um 0·001, geändert werden, N nur so wenig, dass diese Änderung auf den der Stromstärke i entsprechenden Skalenausschlag ohne Einfluss ist; wir können daher N als konstant annehmen. Ist ebenso E konstant und ist der Skalenausschlag s der Stromstärke i proportional (derselbe ist unter Umständen nach § 112 daraufhin zu korrigieren), so ist:

$$s = C\,(V' X - V R) \cong C\,V R\,(\varrho - v),$$

wenn man

$$V' = V(1 - v),\; X = R\,(1 + \varrho)$$

setzt und das Produkt $v\,\varrho$ vernachlässigt. Ebenso ist, wenn bei Vertauschung von V und V' das Galvanometer den Ausschlag s' giebt:

$$s' = C\,(V X - V' R) \cong C\,V R\,(\varrho + v).$$

Aus beiden aber folgt:

$$\frac{s + s'}{2} = C\,V R\,\varrho.$$

Vergrössert man nun bei der ersten Stellung des Kommutators in Fig. 204 V' um $V'\sigma$, wo σ ein genau bekannter, kleiner Bruch, etwa $\sigma = 0{\cdot}001$ ist, so wird der Galvanometerausschlag

$$S = C\,(V' X\,(1 + \sigma) - V R) \cong C\,V R\,(\varrho - v + \sigma),$$

d. h. es ist

$$S - s = C\,V R\,\sigma$$

und somit

$$\varrho = \sigma\,\frac{s + s'}{2\,(S - s)}.$$

Ändert man ebenso bei der zweiten Stellung des Kommutators V um σV, so wird ein Galvanometerausschlag

$$S' = C\,(V X\,(1 + \sigma) - V' R) \cong C\,V R\,(\varrho + v + \sigma)$$

erhalten, so dass sich für ϱ der weitere Wert

$$\varrho = \sigma\,\frac{s + s'}{2\,(S' - s')}$$

ergiebt. Hat also beide Male σ denselben Wert 0·001, so müssen die Differenzen $S - s$ und $S' - s'$ einander gleich werden. Sind kleine Abweichungen vorhanden, so nimmt man aus beiden Werten das Mittel.

Verwendet man statt des Apparates Fig. 204 die Feussner-Lindeksche Verzweigungsbüchse Fig. 192, so bringt man dieselbe in der aus Fig. 206 zu ersehenden Weise mit den beiden zu vergleichenden Normalen X und R in eines der in § 128 beschriebenen Petroleumbäder. Die Verzweigungsbüchse hängt dabei in der Mitte und taucht mit ihren Enden in die Queck-

silbernäpfe der Kupferklötze 1 und 2; zwischen letzteren und den Klötzen 3 und 4 liegen X und R. Die eine Batterieklemme sitzt an B, die andere auf einem starken Kupferbügel, mittels dessen die Quecksilbernäpfe 3 und 4 verbunden werden. An den Klemmen G und G' liegt das Galvanometer. Der

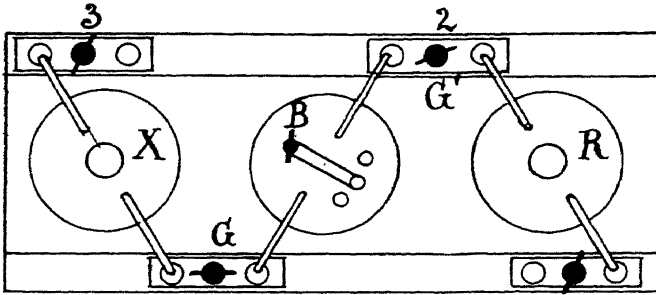



Fig. 206.

Anschluss von Batterie und Galvanometer erfolgt dabei zweckmässig mittels des in Fig. 201 abgebildeten Successivschlüssels.

Setzen wir nun wieder wie vorhin

$$\frac{X}{R} = 1 + \varrho \text{ und } \frac{V}{V'} = 1 + v,$$

wo ϱ und v kleine Brüche sind, deren höhere Potenzen und Produkte vernachlässigt werden können, so erhält man einen Galvanometerausschlag s, wobei wie oben

$$s \cong C\,V R\,(\varrho - v)$$

gesetzt werden kann. Durch Vertauschung von V und V' erhält man ebenso

$$s' \cong C\,V R\,(\varrho + v).$$

Bringt man nun V und V' wieder in die Anfangsstellungen (Fig. 205) und dreht die Kurbel der Verzweigungsbüchse auf den nach der V-Seite zu gelegenen Kontakt, so geht V in

$$V - \frac{\sigma}{2} \cdot \frac{V + V'}{2} = W$$

und V' in

$$V' + \frac{\sigma}{2} \cdot \frac{V + V'}{2} = W'$$

über und es ist:

$$\frac{W}{W'} = \frac{V}{V'}\,\frac{1 - \frac{\sigma}{4} - \frac{\sigma}{4}\frac{V'}{V}}{1 + \frac{\sigma}{4}\frac{V}{V'} + \frac{\sigma}{4}} \quad (1 + v)\,\frac{1 - \frac{\sigma}{4} - \frac{\sigma}{4}(1 - v)}{1 + \frac{\sigma}{4}(1 + v) + \frac{\sigma}{4}}$$

$$\cong (1 + v)\,(1 - \sigma) \cong 1 + v - \sigma.$$

Man erhält einen Galvanometerausschlag

$$S \cong C\,W R\,(\varrho - v + \sigma),$$

der beim Vertauschen von W und W' in

$$S' \cong C\,W R\,(\varrho + v - \sigma)$$

übergeht.

Ist also σ bekannt, so erhält man für die beiden Unbekannten v und ϱ die beiden Gleichungen:

$$1. \quad \frac{\varrho - v}{\varrho + v}$$

und

$$2. \quad \frac{\varrho - v + \sigma}{\varrho + v - \sigma} = \frac{S}{S'},$$

aus denen man v und ϱ berechnen kann.

Um aber eine Kontrolle zu erhalten, empfiehlt es sich, nachdem man V und V' wieder in die Anfangsstellung gebracht hat, die Kurbel der Verzweigungsbüchse nach der V'-Seite hin zu drehen, wodurch V in

$$V + \frac{\sigma}{2} \cdot \frac{V + V'}{2} = W_1$$

und V' in

$$V' - \frac{\sigma}{2} \frac{V + V'}{2} = W_1'$$

übergeführt wird. Dann ist

$$\frac{W_1}{W_1'} \cong 1 + v + \sigma,$$

und man erhält einen Galvanometerausschlag

$$S_1 \cong C\,W_1 R\,(\varrho - v - \sigma),$$

der beim Vertauschen von W_1 und W_1' in

$$S_1' \cong C\,W_1 R\,(\varrho + v + \sigma)$$

übergeht. Hieraus folgt als dritte Gleichung für v und ϱ

$$3. \quad \frac{\varrho - v - \sigma}{\varrho + v + \sigma} = \frac{S_1}{S_1'}.$$

Man berechnet nun zunächst aus 1. und 2. den Wert von v und erhält

$$v' = \sigma \frac{(s' - s)\,(S' + S)}{(s' - s)\,(S' + S) - (s' + s)\,(S' - S)}.$$

Ebenso erhält man aus 1. und 3.:

$$v'' = \sigma \frac{(s' - s)\,(S_1' + S_1)}{-\,(s' - s)\,(S_1' + S_1) + (s' + s)\,(S_1' - S_1)}.$$

Alsdann setzt man

$$v = \frac{v' + v''}{2}$$

und findet aus 1.:

$$\varrho = v\,\frac{s' + s}{s' - s}$$

Man erhält somit die Ausschläge s, s', S, S', S_1 und S_1', indem man die Messungen nach folgendem Schema (Fig. 207) ausführt:

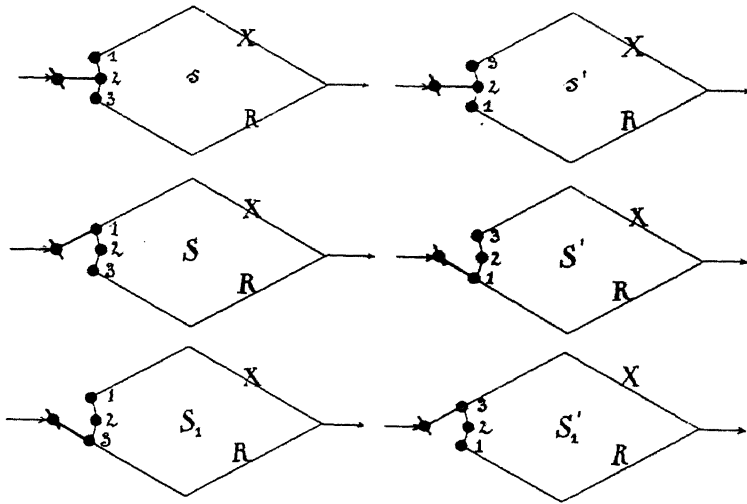



Fig. 207.

Um Fehler in der Orientierung des Galvanometers zu eliminieren, kommutiert man den Strom in demselben; ebenso kommutiert man den Strom in der Brücke, um Fehler durch Thermoströme zu kompensieren. Man erhält also für jeden Ausschlag vier Umkehrpunkte und kann anstatt der einfachen Ausschläge die Differenzen der Umkehrstellungen, d. h. die doppelten Ausschläge zur Rechnung verwenden, wobei man jeden als Mittel aus zwei Werten erhält. Um Vorzeichenfehler zu vermeiden, muss man vor jeder Änderung an der Brückenschaltung mit beiden Kommutatoren wieder in die Anfangsstellung zurückgehen.

Beispiel: Vergleichung zweier 10 Ω-Normale.

Stromkommutator \			Stromkommutator /		
Galvk. \		Galvk. /	Galvk. /		Galvk. \
268·0		230·8	267·0		231·4
	37·2			35·6	
267·0		231·0	266·0		232·0
	36·0			34·0	
291·6		206·0	290·2		207·3
	85·6			82·9	

$$2s = \frac{37{\cdot}2 + 35{\cdot}6}{2} \quad 36{\cdot}4.$$

$$2s' = \frac{36{\cdot}0 + 34{\cdot}0}{2} = 35{\cdot}0.$$

$$2S = \frac{85{\cdot}6 + 82{\cdot}9}{2} = 84{\cdot}25.$$

	Stromkommutator \		Stromkommutator /	
	Galvk. \	Galvk. /	Galvk. /	Galvk. \
S'	243·0	254·5	242·0	255·8
	— 11·5		— 13·8	

$$2S' = -\frac{11{\cdot}5 + 13{\cdot}8}{2} = -12{\cdot}65.$$

S_1	244·0	254·0	242·6	255·4
	— 10·0		— 12·8	

$$2S_1 = -\frac{10{\cdot}0 + 12{\cdot}8}{2} = -11{\cdot}4.$$

S_1'	291·0	207·0	290·0	208·0
	84·0		82·0	

$$2S_1' = \frac{84{\cdot}0 + 82{\cdot}0}{2} = 83{\cdot}0.$$

Hieraus folgt, da $\sigma = 0{\cdot}001$ war:

$$v' = 0{\cdot}001 \frac{-1{\cdot}4 \cdot 71{\cdot}6}{-1{\cdot}4 \cdot 71{\cdot}6 + 71{\cdot}4 \cdot 96{\cdot}9} = -\frac{0{\cdot}0147}{1000},$$

$$v'' = 0{\cdot}001 \frac{-1{\cdot}4 \cdot 71{\cdot}6}{-1{\cdot}4 \cdot 71{\cdot}6 + 71{\cdot}4 \cdot 94{\cdot}4} = -\frac{0{\cdot}0151}{1000},$$

$$v = \frac{v' + v''}{2} = -0{\cdot}0000149.$$

$$\varrho = -0{\cdot}0000149 \frac{71{\cdot}4}{-1{\cdot}4} = 0{\cdot}00076.$$

$$X = 10\,(1 + \varrho) = 10{\cdot}0076\ \Omega.$$

Der in X mit inbegriffene Widerstand der Verbindungsleitungen betrug 0·0072 Ω, so dass also

$$X = 10{\cdot}0004\ \Omega$$

sich ergiebt.

148. Kontrolle und Abgleichung von Widerstandskästen nach dem Interpolationsverfahren. Man kann mittels des Apparats Fig. 204 auch einen Widerstandskasten mit einem Normalwiderstandskasten vergleichen. Dabei ist es zweckmässig, die Messingschienen, welche die Quecksilbernäpfe Q_3 und Q_4 mit den einen Klemmen der Kästen verbinden, durch verstellbare Bügel aus etwa 3 mm starkem, blanken Manganindraht zu unterbrechen, um zunächst die beiderseitigen Nullwerte, d. h. die Widerstände zwischen den Klemmen, wenn alle Widerstände des Rheostaten durch die Stöpsel kurz geschlossen sind, gleich machen zu können. Die Konstruktion ist aus Fig. 208 zu ersehen. Demnach bestehen die beiden Bügel aus je zwei geraden Manganindrähten M, M', welche am einen Ende durch ein Messingstück S verbunden sind. Diese Drähte werden zwischen Messingbacken geklemmt, und ihre Länge wird so abgeglichen, dass bei vollständig ausgeschalteten Rheostatenwiderständen das Galvanometer stromlos ist.

Will man nach demselben Verfahren die einzelnen Widerstände eines Dekadenrheostaten (§ 121, Fig. 157) mit dem entsprechenden Normal

vergleichen, so müssen die Klötze M konische Löcher zum Einsetzen von Stöpselklemmen besitzen, mittels deren man dann die Verbindung mit der Brücke herstellt. Man wird so Rheostaten abgleichen dürfen, deren Einheit 10 Ω oder grösser ist, während Dekadenwiderstände, deren Einheit 1 oder 0·1 Ω beträgt, besser mit der THOMSONschen Brücke (Abschn. 31) kontrolliert bezw. abgeglichen werden, wobei die Klemmen K zur Stromzuführung dienen (der Dekadenstöpsel steckt dabei in Loch 10), während an die Stöpselklemmen die Brückenrheostaten angeschlossen werden.

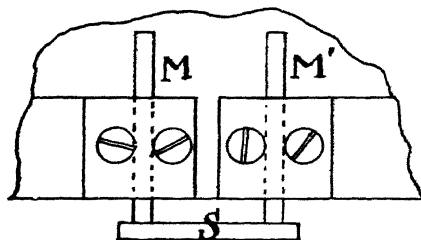
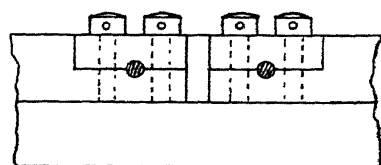



Fig. 208.

Ähnlich erfolgt die Kontrolle bezw. Abgleichung der einzelnen Widerstände eines Kurbelrheostaten (§ 122), wobei ebenfalls die einzelnen Kontaktklötze konische Löcher zur Aufnahme der beiden Stöpselklemmen besitzen müssen. Ist letzteres nicht der Fall oder handelt es sich um die Kontrolle oder Abgleichung gewöhnlicher Stöpselrheostaten (§ 120), welche entweder aus den Werten 1, 2, 5 oder 1, 2, 3, 4 sich zusammensetzen, und sollen dabei als Vergleichsstücke die Normale von 0·1, 1, 10, 100, 1000 und 10000 Ω dienen, so kann man sich mit Vorteil der nach dem Schema Fig. 209 eingerichteten Verzweigungsrheostaten bedienen. Dieselben bestehen aus Reihen von je 10 genau untereinander gleichen Widerständen von 10, 100 oder 1000 Ω, welche zwischen den Klötzen 0 1, 1 2, 2 3, 3 4 und 4 5, bezw. 0 1′, 1′ 2′, 2′ 3′, 3′ 4′, 4′ 5′ liegen. Jeder der Klötze enthält noch ein konisches Loch zur Aufnahme einer Stöpselklemme. Die beiden Endklötze 5 und 5′ jeder Reihe sind mit kräftigen Klemmen K und K' verbunden; in die beiden konischen Löcher 5 und 5′ werden die Stöpselklemmen für das Galvanometer gesteckt. Steckt man die eine Batterieklemme in den Klotz 0, so kann man durch Ziehen von Stöpseln jedes der Verhältnisse 1:1, 1:2, 1:3, 1:4 und 1:5 herstellen; steckt man dagegen die Batterieklemmen in 1, 2, 3 oder 4, so lassen sich auch die übrigen Verhältnisse von 1:6 bis 1:9 erhalten, die bei der Abgleichung von Kurbelrheostaten gebraucht werden.

Zur bequemeren Verbindung der einzelnen Teile kann die in Fig. 210 abgebildete Hilfsvorrichtung dienen, welche aus zwei kräftigen Messingschienen S_1 und S_2 besteht, die von einer Hartgummiplatte getragen werden; letztere ist mittels Messingsäulen auf einem Brett befestigt. S_1 ist auf dem Hartgummitisch festgeschraubt und durch einen verstellbaren Manganindrahtbügel (vgl. Fig. 208) unterbrochen; an einem Ende sitzt ein Quecksilbernapf Q_1, während das andere Ende ein Stück über den Hartgummitisch herausragt und zum Anschluss an die Klemme K von Fig. 209 eine Bohrung besitzt. Die Schiene S_2 ist um das den Quecksilbernapf Q_2 tragende Ende drehbar;

Fig. 209.

Fig. 210.

das andere Ende ragt ebenfalls ein Stück über den Tisch heraus und besitzt eine Bohrung für einen Anschlussbolzen. In Q_1 und Q_2 wird das in einem Petroleumbad hängende Normal eingesetzt, während der abzugleichende Widerstandskasten mit seinen Klemmen einerseits mit der Klemme K' von Fig. 209, andererseits mit dem beweglichen Ende von S_2 verbunden wird. Ausserdem trägt S_2 die zweite Batterieklemme B'. Will man nun z. B. etwa den Widerstandswert 3000 des Kastens abgleichen oder kontrollieren, so stöpselt man den Verzweigungsrheostaten mit den Tausendern (Fig. 209), wie in der Figur dargestellt ist, überbrückt zunächst Q_1 und Q_2 durch einen dicken Kupferbügel und gleicht dann den Manganindrahtbügel so ab, dass der Galvanometerausschlag verschwindet; diese Abgleichung der Nullwerte ist nach jeder Änderung des Verzweigungsverhältnisses $V':V$ zu wiederholen. Alsdann ersetzt man den Kupferbügel durch das Normal 1000 Ω und gleicht nun den Widerstand 3000 ab, bis der Galvanometerausschlag wiederum verschwindet.

Um bei der Kontrolle von fertigen Widerstandskästen das Verhältnis der beiden Seiten des in Fig. 209 dargestellten Verzweigungsrheostaten um einen kleinen Betrag σ ändern zu können, bedient man sich eines sogenannten Widerstandsstöpsels, wie solche zuerst von Siemens & Halske angewendet worden sind, um einzelne Widerstände eines Stöpselrheostaten durch Parallelschalten von Widerständen zu verändern. Einen solchen, und zwar von kleinem Betrage (unter 1 Ω), stellt Fig. 211a im Schnitt und b in der Ansicht von unten dar. Der Draht ist, wie bei Fig. 156, auf eine mit einer Isolierschicht überzogene Messingrohrspule aufgewickelt, deren unterer Flansch aus einer Hartgummischeibe besteht, während der obere von einer mit dem Rohr verlöteten Messingscheibe gebildet wird; in diese sind die Gewinde für die beiden Pressschrauben eingeschnitten, durch welche die zwei Klemmbacken für die oberen, zum Abgleichen bestimmten Drahtenden zusammengepresst werden. Die Enden des Hauptdrahtes sind hart an zwei Messingkonus angelötet, welche ihrerseits weich in konische Löcher der unteren, in einen konischen Zapfen endenden Messingscheibe eingelötet sind. Diese Messingscheibe nebst dem Konus ist durch einen Diametralschnitt halbiert, und die beiden Hälften sind an dem unteren Hartgummiflansch der Spule mittels Schrauben befestigt und durch eine in den Schlitz eingeschobene Elfenbeinplatte voneinander getrennt. Der zum Justieren dienende Nebenschluss aus dünnem Draht ist unten direkt an den Hauptdraht weich angelötet, während die oberen Enden zwischen die beiden Messingbacken geklemmt sind. — Für die

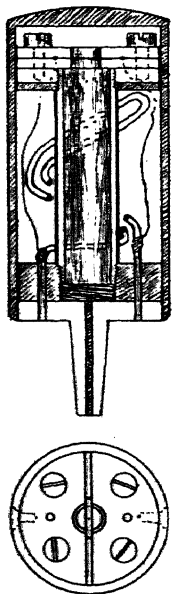



Fig. 211.

Kästen mit 10×1000 und $10 \times 100\ \Omega$ wird die Widerstandsänderung auf der dem Normal entsprechenden Seite durch Zusatz von 1 bezw. 0·1 Ω erzielt, indem der nächstfolgende Stöpsel (in Fig. 209 also der zwischen Klotz 1 und 2) gezogen und durch einen Widerstandsstöpsel von $\frac{1000}{999}$ bezw. $\frac{100}{999}\ \Omega$ ersetzt wird. Bei dem Kasten mit $10 \times 10\ \Omega$ wird dagegen das dem Normal entsprechende eine Zehnohmstück durch Einsetzen eines Widerstandsstöpsels von 9990 Ω um 0·01 Ω verkleinert; bei diesem fällt natürlich der Nebenschlussdraht weg und es wird der Hauptdraht selbst direkt abgeglichen. — Infolgedessen ist σ in den ersten beiden Fällen $= + 0{\cdot}001$, im letzten $= - 0{\cdot}001$. Nehmen wir also z. B. an, es sei genau

$$V : V' = 3 : 1,$$

aber

$$X : R = 3\,(1 + \varrho),$$

so wäre (vgl. dazu § 147) der Skalenausschlag

$$s = C\,(V' X - V R) = C\,V R\,\varrho.$$

Ändert man nunmehr V' im Verhältnis $1 \pm \sigma$, so wird der Galvanometerausschlag

$$S = C\,(V' X\,(1 \pm \sigma) - V R) \cong C\,V R\,(\varrho \pm \sigma).$$

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$\varrho = \pm\,\sigma \cdot \frac{s}{S - s}.$$

Man kann endlich auch mittels der in einem bestimmten Verhältnis σ veränderlichen Verzweigungswiderstände mittels eines Normals R, dessen Abweichung vom genauen Wert N bekannt ist, Widerstände so abgleichen, dass sie genau richtig werden. Es soll z. B. $X = p N$ werden ($p = 1, 2, 3, 4$ u. s. w.), und es sei das verfügbare Normal

$$R = N\,(1 + \nu);$$

ferner sei genau

$$V : V' = p : 1.$$

Wäre dann etwa noch

$$X = p N\,(1 + \xi),$$

so würde das Galvanometer einen Ausschlag geben

$$s = C\,(V' X - V R) \cong C\,V N\,(\xi - \nu).$$

Ändert man nunmehr V' in $V'\,(1 \pm \sigma)$, so erhält man den Ausschlag

$$S = C\,V N\,(\xi - \nu \pm \sigma),$$

während bei ungeändertem V' für $\xi = 0$ der Ausschlag

$$s_0 = - C\,V N\,\nu$$

erhalten werden müsste. Um also X mit dem fehlerhaften Normal R richtig zu erhalten, darf es nicht so abgeglichen werden, dass $s = 0$ wird, sondern es muss s_0 den obigen Wert annehmen, für welchen man aus den drei Gleichungen erhält:

$$s_0 = (S - s)\,\frac{\quad}{+\quad}$$

149. Kontrolle eines Stöpselrheostaten nach F. Kohlrausch.

In Ermangelung von Normalwiderständen R von bekanntem Wert kann man den Apparat Fig. 204 auch benutzen, um die einzelnen Widerstände eines gegebenen Stöpselrheostaten unter sich zu vergleichen, wobei die Methode die in § 147 beschriebene ist. Gesetzt, man habe einen aus den Werten 1, 1′, 2, 3, 4, 10, 20, 30, 40, 100, 200, 300, 400, 1000 Ω bestehenden Rheostaten. Dann vergleicht man erst (mit den Verzweigungswiderständen V und $V' = 10\ \Omega$) 1 mit 1′, dann 2 mit 1 + 1′, 3 mit 2 + 1, 4 mit 3 + 1, 10 mit 4 + 3 + 2 + 1, 20 mit 10 + 4 + 3 + 2 + 1, 30 mit 20 + 10, 40 mit 30 + 10; ferner (mit V und $V' = 100\ \Omega$) 100 mit 40 + 30 + 20 + 10, 200 mit 100 + 40 + 30 + 20 + 10, 300 mit 200 + 100, 400 mit 300 + 100; endlich (mit V und $V' = 1000\ \Omega$) 1000 mit 400 + 300 + 200 + 100. Man erhält so eine Reihe von 13 Gleichungen:

1. $\overline{1'} : \overline{1} = 1 + \alpha_1,$
2. $\overline{2} : \overline{1'} + \overline{1} = 1 + \alpha_2,$
3. $\overline{3} : \overline{2} + \overline{1} = 1 + \alpha_3,$
4. $\overline{4} : \overline{3} + \overline{1} = 1 + \alpha_4,$
5. $\overline{10} : \overline{4} + \overline{3} + \overline{2} + \overline{1} = 1 + \alpha_5,$
6. $\overline{20} : \overline{10} + \overline{4} + \overline{3} + \overline{2} + \overline{1} = 1 + \alpha_6,$
7. $\overline{30} : \overline{20} + \overline{10} = 1 + \alpha_7,$
8. $\overline{40} : \overline{30} + \overline{10} = 1 + \alpha_8,$
9. $\overline{100} : \overline{40} + \overline{30} + \overline{20} + \overline{10} = 1 + \alpha_9,$
10. $\overline{200} : \overline{100} + \overline{40} + \overline{30} + \overline{20} + \overline{10} = 1 + \alpha_{10},$
11. $\overline{300} : \overline{200} + \overline{100} = 1 + \alpha_{11},$
12. $\overline{400} : \overline{300} + \overline{100} = 1 + \alpha_{12},$
13. $\overline{1000} : \overline{400} + \overline{300} + \overline{200} + \overline{100} = 1 + \alpha_{13},$

wobei die horizontalen Striche über den Zahlen links andeuten sollen, dass dies keine wirklichen Zahlen, sondern gegebene Widerstandsspulen von dem durch die Zahl angezeigten Nennwerte sind. Die α sind kleine, positive oder negative Brüche.

Aus diesen Gleichungen findet man alsdann in folgender Weise die Verhältnisse der einzelnen Widerstände zu irgend einem derselben, am bequemsten zum Widerstand 1:

Aus 1. folgt:

$$\overline{1'} = \overline{1}\,(1 + a_1).$$

Hieraus und aus 2. erhält man:

$$\overline{2} = \overline{1}\,(1 + a_2)\,(2 + a_1) \cong \overline{1}\,(2 + 2\,a_2 + a_1),$$

da die Produkte der kleinen Brüche a vernachlässigt werden können. Hieraus und aus 3. folgt:

$$\overline{3} = \overline{1}\,(1 + a_3)\,(3 + 2\,a_2 + a_1) \cong \overline{1}\,(3 + 3\,a_3 + 2\,a_2 + a_1),$$

aus 4.:

$$\overline{4} = \overline{1}\,(1 + a_4)\,(4 + 3\,a_3 + 2\,a_2 + a_1) \cong \overline{1}\,(4 + 4\,a_4 + 3\,a_3 + 2\,a_2 + a_1).$$

Durch Addition und Kombination mit 5. ergiebt sich weiter:

$$\overline{10} = \overline{1}\,(1 + a_5)\,(10 + 4\,a_4 + 6\,a_3 + 6\,a_2 + 4\,a_1)$$
$$\cong \overline{1}\,(10 + 10\,a_5 + 4\,a_4 + 6\,a_3 + 6\,a_2 + 4\,a_1).$$

Hieraus und aus 6. erhält man:

$$\overline{20} = \overline{1}\,(1 + a_6)\,(20 + 10\,a_5 + 8\,a_4 + 12\,a_3 + 12\,a_2 + 8\,a_1)$$
$$\cong \overline{1}\,(20 + 20\,a_6 + 10\,a_5 + 8\,a_4 + 12\,a_3 + 12\,a_2 + 8\,a_1).$$

In derselben Weise vorwärts schreitend kann man sämtliche Widerstände durch das $\overline{1}$-Ohmstück ausdrücken.

Bei diesen Messungen liegt übrigens der andere Batteriepol stets an einer Stöpselklemme, welche in den die beiden zu vergleichenden Widerstände trennenden Messingklotz des Rheostaten einzusetzen ist; man muss deshalb vor jeder Messung erst mittels des Manganindrahtbügels Fig. 208 bei gestöpselten Widerständen die Nullwerte abgleichen.

150. Vergleichung von Normalen u. s. w. nach Forster.

Bei den in den §§ 147—149 besprochenen Methoden der Vergleichung von Widerständen werden die Abweichungen der Verhältnisse dieser Widerstände von 1 (bezw. 2, 3, 4 u. s. w.) aus Galvanometerausschlägen berechnet. Die folgende, von Foster angegebene Methode (Kohlrausch, Lehrb. d. prakt. Phys., 9. Aufl., 1901, S. 395) ist eine wirkliche Nullmethode, indem durch Verschieben eines Kontakts auf einem geeichten Messdraht der Galvanometerausschlag zum Verschwinden gebracht wird. Die Schaltung ist aus Fig. 212 zu ersehen. V und V' sind zwei nahezu gleiche Verzweigungswiderstände, DD' ist der Messdraht, G das Galvanometer, R und R' sind die beiden zu vergleichenden Widerstände. Die Batterie sitzt am Punkt B_1 und an dem Gleitkontakt B_2 des Messdrahtes. Ist alsdann das Galvanometer stromlos, so ist, wenn wir die Widerstände der Verbindungsstücke $CA + BD + C'A' + B'D'$ mit ϱ und ϱ' bezeichnen:

$$R + \varrho + DB_2 : R' + \varrho' + D'B_2 = V : V'.$$

Vertauschen wir nun R' mit R und stellen durch Verschieben des Kontakts nach B_2' wieder Gleichgewicht her, so ist ebenso:

$$R' + \varrho + DB_2' : R + \varrho' + D'B_2' = V : V'.$$

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$R + \varrho + DB_2 : R' + \varrho' + B_2 D' = R' + \varrho + DB_2' : R + \varrho' + B_2' D',$$

woraus sich ergiebt:

$$R - R' + \varrho - \varrho' + DB_2 - B_2 D' : R + R' + \varrho + \varrho' + DB_2 + B_2 D'$$
$$= R' - R + \varrho - \varrho' + DB_2' - B_2' D' : R' + R + \varrho + \varrho' + DB_2' + B_2' D',$$

oder, da $DB_2 + B_2 D' = DB_2' + B_2' D'$ ist:

$$R - R' + \varrho - \varrho' + DB_2 - B_2 D' = R' - R + \varrho - \varrho' + DB_2' - B_2' D'.$$

Nun ist aber

$$DB_2' - DB_2 = B_2 D' - B_2' D' = B_2 B_2';$$

somit ist schliesslich:

$$R - R' = B_2 B_2'.$$

Also giebt die FOSTERsche Methode, wenn $B_2 B_2'$ bekannt ist, den Unterschied zwischen R und R'. — Die Umschaltung kann man zweckmässig mittels des aus acht Quecksilbernäpfen und vier Kupferbügeln bestehenden Kommutators Fig. 213 bewerkstelligen, bei welchem die entsprechend bezeichneten Näpfe mit den mit demselben Buchstaben bezeichneten Punkten von Fig. 212 zu verbinden sind.

151. Universalwiderstandskasten von Siemens & Halske.

Für die gewöhnlichen Widerstandsmessungen ist es erheblich bequemer, wenn die Teile der WHEATSTONEschen Brücke, der Verzweigungs- und der Messrheostat nebst den Schlüsseln für die Batterie und das Galvanometer, zu einem Ganzen vereinigt sind. Das Urbild dieser jetzt von den verschiedensten Firmen mit grösseren oder geringeren Abweichungen gebauten Apparate ist der sogenannte Universalwiderstandskasten von SIEMENS. Eine zweckmässige Anordnung desselben stellt schematisch Fig. 214 dar. Der Verzweigungsrheostat enthält die Widerstandspaare 1, 10, 100, 1000 Ω. Daran schliesst sich der Messrheostat, dessen Widerstände gewöhnlich von 0·1 Ω bis 4000 oder 5000 Ω gehen, so dass man also alle Werte von 0·1 bis 10 000 Ω damit herstellen kann. Im Messrheostaten liegt der Unterbrechungsstöpsel ∞. — Der unbekannte Widerstand X wird mit den kräftigen Klemmen K_1 und K_2 verbunden; die Batteriepole werden an die Klemmen B_1 und B_2, das Galvanometer an G_1 und G_2 angeschlossen; beide Stromkreise werden mittels des Successivschlüssels S geschlossen. Die Verbindungen der Batterie- und Galvanometerklemmen mit der Brücke sind punktiert ge-

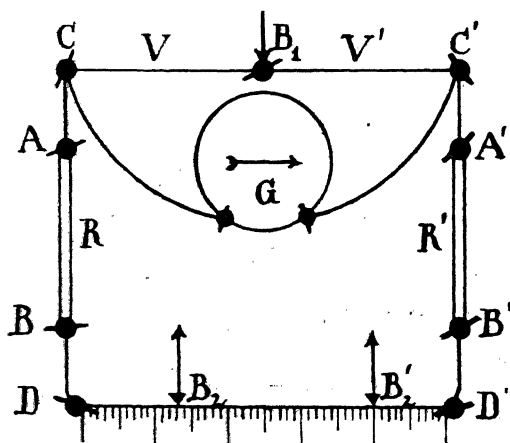



Fig. 212.

zeichnet. — Beide Rheostaten nebst den Klemmen für Batterie und Galvanometer und dem Schlüssel S sind auf einer gemeinsamen Hartgummiplatte montiert, welche den Deckel eines Mahagonikastens bildet; letzterer dient als Schutzkasten für die Widerstandsspulen und ist, des rascheren Temperaturausgleichs wegen, seitlich mit Ventilationsöffnungen versehen.

Fig. 213.

Ist der Widerstand X grösser als der grösste Wert, den der Messrheostat geben kann, so stöpselt man im Verzweigungsrheostaten rechts (Fig. 214) das 10-, 100- oder 1000-fache der linken Seite und hat alsdann, um X zu erhalten, den vom Messrheostaten angegebenen Wert mit diesen Zahlen zu multiplizieren. Kleine Widerstände dagegen (etwa unter 10 Ω) kann man genauer messen, wenn man im Verzweigungsrheostaten rechts den 10., 100. oder 1000. Teil des Wertes links stöpselt; um X zu erhalten, muss man alsdann den im Messrheostaten gestöpselten Wert mit 10, 100 oder 1000 dividieren. Hierbei darf freilich nicht vergessen werden, dass man, der Übergangswiderstände wegen, Widerstände von 1 Ω und darunter mit der WHEATSTONEschen Brücke überhaupt nicht mehr genau messen kann, und dass man hierzu besser eine der in den Abschnitten 29—31 beschriebenen Methoden, am bequemsten die THOMSONsche Doppelbrücke, zu benutzen hat.

152. Abgleichung eines Universalwiderstandskastens nach Dr. Edelmann.

Zum Justieren eines Universalwiderstandskastens kann man entweder die in § 148 beschriebenen Methoden benutzen, welche ausser den Normaleinheiten noch einen besonderen Verzweigungsrheostaten erforderlich machen. Man kann aber auch nach einem von EDELMANN (E T Z 1900, S. 912) angegebenen Verfahren letzteren entbehren und den Verzweigungsrheostaten der Brücke selbst benutzen, vorausgesetzt, dass die einzelnen Messingklötze sämtlich mit konischen Löchern zur Aufnahme von Stöpselklemmen versehen sind. Die abzugleichende Brücke sei etwa die in Fig. 214 dargestellte. Man verbindet (Fig. 215) mit den Klemmen K_1 und K_2 zwei Kupferschienen mit Quecksilbernäpfen, von denen die eine geteilt ist; die beiden Teile sind

Fig. 214.

durch einen Bügel aus starkem Manganindraht M verbunden, welcher mittels der THOMSONschen Brücke so abgeglichen ist, dass der Widerstand der angeschraubten Quecksilbernäpfe mit einem eingelegten Bügel K aus mindestens 12 mm starkem Kupferdraht zusammen 0·005 Ω beträgt. Die Verbindung des Verzweigungsrheostaten mit dem Messrheostaten ist durch einen ähnlichen Bügel M' hergestellt, der so abgeglichen werden soll, dass der Lamellenwiderstand des Messrheostaten bei eingesetzten Stöpseln ebenfalls 0·005 Ω beträgt. Hierzu verschafft man sich zunächst bei C und D genau gleiche Widerstände von nahezu 1 Ω, indem man die Spule bei D zunächst durch eine ihr nahezu gleiche Hilfsspule ersetzt, durch Ziehen der Stöpsel bei C, D, A, B die vier Einheiten einschaltet, während die Quecksilbernäpfe durch den Bügel K verbunden sind, und nun C so abgleicht, dass das an c und d angeschlossene Galvanometer stromlos wird; die Stromzuführung erfolgt bei a und b. Dann ersetzt man C durch die zukünftige Spule D und gleicht diese ebenso ab. Diese beiden so genau gleich gemachten Spulen bringt

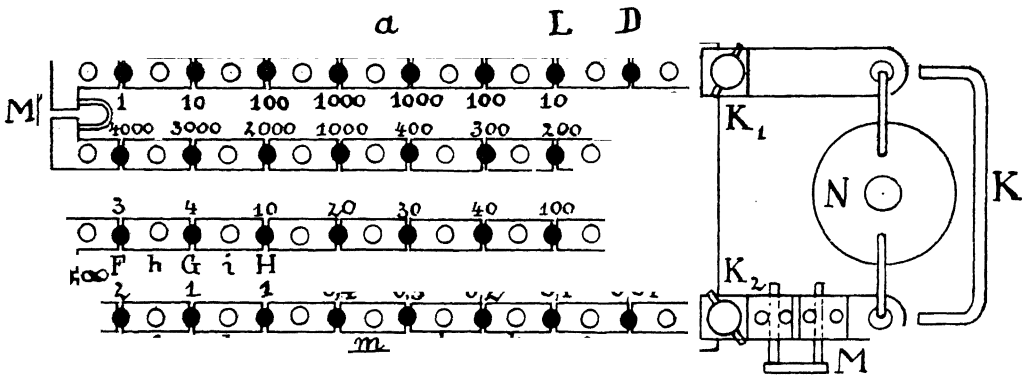



Fig. 215.

man hierauf an die Stellen C und D, stöpselt alsdann die beiden Einheiten des Messrheostaten bei C und D, verlegt die Stromzuführung b nach e und korrigiert durch Abfeilen des etwas zu klein gemachten Bügels M' dessen Widerstand so lange, bis das Galvanometer wieder stromlos wird. Dann ist der Lamellenwiderstand des Messrheostaten genau auf 0·005 Ω gebracht. — Nun ersetzt man K durch das Normal N von 1 Ω, während der andere Batteriepol an e liegen bleibt, und gleicht nacheinander die beiden Einheiten des Messrheostaten bei A und B ab, bis das an c und d liegende Galvanometer stromlos wird. Dann ist der Widerstand der beiden Einheiten genau gleich demjenigen des Normalohms. — Nunmehr entfernt man die Schienen mit den Quecksilbernäpfen und verbindet die Klemmen K_1 und K_2 durch eine geteilte Messingschiene mit verstellbarem Manganindrahtbügel, ähnlich wie Fig. 208, legt den anderen Batteriepol an f, gleicht bei gestöpseltem Messrheostaten den verstellbaren Bügel so ab, dass das Galvanometer (an c und d) keinen Ausschlag giebt, und öffnet dann die Stöpsel A, B und E, welches letztere man dann $= A + B$, d. h. $= 2\ \Omega$ macht. Dann geht man mit der anderen Batterieklemme nach g, gleicht wieder die Nullwerte ab und macht dann $F = E + A$, d. h. $= 3\ \Omega$, dann, mit dem anderen Batteriepol bei h, in derselben Weise $G = F + A$, d. h. $= 4\ \Omega$, und endlich

$$H = G + F + E + A = 10\ \Omega.$$

Mittels der soweit vollendeten Brücke gleicht man nunmehr vorläufig die zwei Zehner ab, welche an die Stellen J und L des Verzweigungsrheostaten kommen sollen, bringt dann zwischen die Klemmen K_1 und K_2 wieder die Schienen mit dem verschiebbaren Manganindraht, legt den anderen Batteriepol an b, öffnet die Stöpsel D und J und gleicht die Nullwerte ab; hierauf zieht man die Stöpsel B, A, E, F und G und gleicht nunmehr das Zehnerstück bei J so ab, dass das an c und d liegende Galvanometer stromlos wird; man macht dadurch genau $J = 10\ D$.

Um dann $L = J$ zu machen, schliesst man alle Stöpsel des Messrheostaten, schaltet im Verzweigungsrheostaten C und D ein, legt den anderen Batteriepol an b, gleicht die Nullwerte ab, öffnet A und B und ersetzt C und D durch J und L, welches letztere man nun nur bis zum Verschwinden des Galvanometerausschlags abzugleichen hat, um es genau gleich J zu bekommen. Mit den beiden Zehnern J und L gleicht man nunmehr genau wie vorhin die Stücke 20, 30, 40 und 100 ab, vollzieht zwischen den Klem-

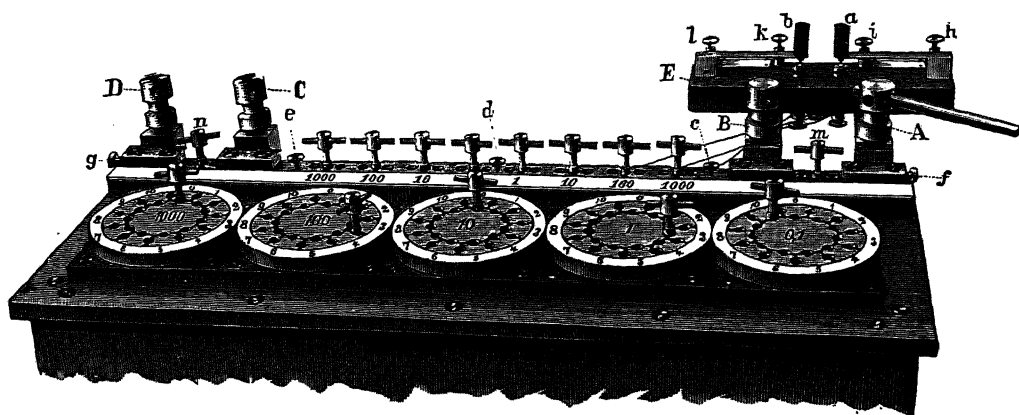



Fig. 216.

men K_1 und K_2 die Rohabgleichung der beiden Hunderter des Verzweigungsrheostaten, von denen man alsdann das linke, ähnlich wie vorhin, auf das zehnfache von L bringt und dann das rechte dem linken gleich macht. Mit den Hundertern im Vergleichsrheostaten werden die Stücke 200 bis 1000 justiert, dann die beiden Tausender des Verzweigungsrheostaten, wie oben, roh und fein justiert, zu welch letzterem Zwecke das rechte Hundertohmstück verwendet wird. Mit den beiden Tausendern endlich im Verzweigungsrheostaten gleicht man die Stücke 2000, 3000 und 4000 Ω des Messrheostaten ab. — Um schliesslich noch die Zehntel zu justieren, schaltet man im Verzweigungsrheostaten C und L ein, gleicht bei völlig gestöpseltem Messrheostaten, während der Strom bei a und k zugeführt wird, die Nullwerte ab, zieht alsdann A oder B und gleicht dagegen das 0·1-Ohmstück ab; ebenso verfährt man mit den Stücken 0·2, 0·3 und 0·4 Ω, wobei der andere Batteriepol an l, m, n kommt, während links E, F bezw. G gezogen werden, nachdem man vorher mittels des verschiebbaren Manganinbügels allemal die Nullwerte gleich gemacht hat.

Man erhält auf diese, freilich etwas mühsame Weise mit Hilfe eines e i n z i g e n Normalohms, wenn dasselbe richtig ist, einen g e n a u richtigen Messrheostaten, während im Verzweigungsrheostaten zwar nicht die a b -

153. Wheatstonesche Brücken mit Dekaden- und Kurbelrheostaten.

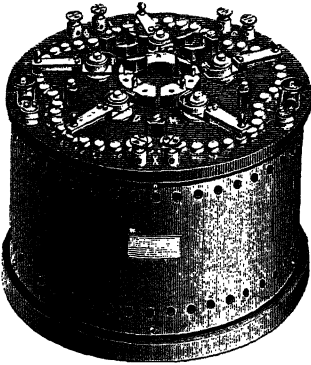



Fig. 217.

soluten Werte der einzelnen Stücke, wohl aber, worauf es hier allein ankommt, die Verhältnisse derselben zu einander die richtigen sind.

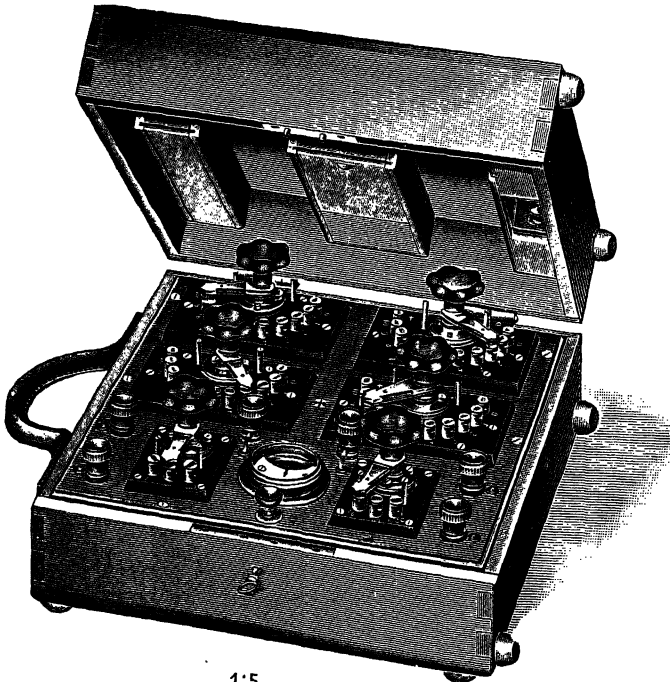
Um die Stöpselfehler zu verringern, hat man vielfach WHEATSTONEsche Brücken mit Dekadenrheostaten ausgeführt. Eine solche beschreibt z. B. EDELMANN (ETZ 1900, S. 979), bei welcher gleichzeitig die Verzweigungswiderstände sich vertauschen lassen (Fig. 216). Zu diesem Zweck sind zwei Paar Anschlussklemmen *A*, *B* und *C*, *D* vorhanden, von denen *A* und *D* mit den Enden des Dekadenrheostaten verbunden sind, während zwischen *B* und *C* der Verzweigungsrheostat liegt; die Stöpsel *m* und *n* gestatten, dasjenige Klemmenpaar, zwischen welchem der zu messende Widerstand nicht liegt, kurz zu schliessen. Die Batterie liegt zwischen *d* und entweder *f* oder *g*, je nachdem man den zu messenden Widerstand zwischen *A*, *B* oder *C*, *D* geschaltet hat; im ersteren Falle ist der Stöpsel *m*, im letzteren *n* zu ziehen. Das Galvanometer kommt zwischen *c* und *e*. Der Doppeltaster für Batterie und Galvanometer kann dann zwischen die den Widerstand nicht enthaltenden Klemmen geschaltet werden, wie dies in der Figur dargestellt ist. — Die doppelten Anschlussklemmen sind auch dann vorteilhaft zu benutzen, wenn der zu messende Widerstand nicht direkt, sondern erst mit Hilfe längerer Zuleitungen an die Brücke angeschlossen werden kann; dann kann man nämlich zwischen das nicht be-

1:5

Fig. 218.

nutzte Klemmenpaar einen Rheostaten schalten, mittels dessen man den Widerstand der Zuleitungen abgleicht, so dass der Messrheostat alsdann den zu messenden Widerstand allein, ohne die Zuleitungen anzeigt.

Die Vertauschung der Verzweigungswiderstände ist bei der EDELMANNschen Anordnung etwas umständlich. Erheblich bequemer ist in dieser Beziehung die von SCHÖNE (Zeitschr. f. Instrk. 1898, S. 135) beschriebene Dekadenbrücke mit vertauschbaren Verzweigungswiderständen in der PARKSschen Anordnung (§ 146) mit Dekadenrheostaten nach FEUSSNER (§ 121), welche von der Firma SIEMENS & HALKSE angefertigt wird.

Für technische Messungen empfehlen sich der bequemeren und rascheren Einstellung wegen besonders Messbrücken mit Kurbelrheostaten. Mit solchen wird von der Firma EDELMANN z. B. auch die in Fig. 216 abgebildete Messbrücke ausgestattet. Eine dem in § 122 beschriebenen Kurbelrheostaten ähnliche Kurbelmessbrücke liefert die Firma SIEMENS & HALSKE. Dieselbe besitzt die aus Figur 217 zu ersehende Einrichtung. In der Mitte befindet sich der Verzweigungsrheostat mit den Wertepaaren 10, 100 und 1000 Ω, welche durch Stöpsel geschaltet werden. Der Messrheostat besteht aus fünf Kurbeldekaden von $10 \times 0{\cdot}1$ bis $10 \times 1000\ \Omega$. Der zu messende Widerstand kommt zwischen die Klemmen X, die Batterie an die Klemmen B, das Galvanometer an die Klemmen G; B und G sind die Schlüssel für Batterie und Galvanometerkreis.

Auch die in § 140 abgebildete Doppelmessbrücke für die THOMSONsche Schaltung zur Messung kleiner Widerstände lässt sich durch Einsetzen eines dem Apparat beigegebenen Bügels in eine WHEATSTONEsche Brücke mit Kurbelrheostaten verwandeln, mittels deren sich Widerstände zwischen 0·1 und 100000 Ω messen lassen. Durch diesen Bügel werden nämlich zunächst die Klemmen k_1 und k_2 (Fig. 190) miteinander und, unter Zwischenschaltung eines Schlüssels, mit der einen Batterieklemme verbunden. Zwischen zwei weitere Klemmen des Bügels, die an k_3 und k_6 angeschlossen werden, kommt der zu messende Widerstand. Der andere Batteriepol wird mit einer Klemme verbunden, welche auf der unter k_3 geklemmten Messingschiene sitzt, während das Galvanometer, wie bei der THOMSON-Schaltung, unter Zwischenschaltung des Schlüssels S an k_5 und k_8 gelegt wird. — Die beiden Widerstandsreihen von 10, 50 und 100 Ω bilden den Verzweigungsrheostaten, während der obere Kurbelrheostat als Messrheostat dient.

Eine ebenfalls sehr bequeme und übersichtliche Kurbelmessbrücke ist diejenige von HARTMANN & BRAUN, welche in Fig. 218 abgebildet ist. Bei dieser sind, zum Unterschied gegen die oben beschriebenen ähnlichen Vorrichtungen, auch die Verzweigungswiderstände mit Kurbelschaltung ausgerüstet. Dieser sehr bequem transportable Apparat enthält gleichzeitig ein empfindliches Spulengalvanometer mit Zeigerablesung.

34. Die Kirchhoffsche Brücke.

154. Das Universalgalvanometer von Siemens & Halske.

Während bei der im vorigen Abschnitt behandelten WHEATSTONEschen Brücke bei der Messung der Verzweigungsrheostat ungeändert bleibt und der Messrheostat so lange geändert wird, bis das Galvanometer stromlos wird, kann man auch den letzteren ungeändert lassen und dafür das

Verhältnis der Verzweigungswiderstände so lange ändern, bis durch das Galvanometer kein Strom mehr fliesst, indem man den Verzweigungsrheostaten durch einen Messdraht mit verschiebbarem Kontakt ersetzt. Derartige Brücken heissen KIRCHHOFFsche Brücken oder Drahtbrücken. Dieselben gestatten im allgemeinen ein rascheres und bequemeres Arbeiten, als die WHEATSTONEsche Brücke, was namentlich bei technischen Messungen von Vorteil ist, wo es auf allzu grosse Genauigkeit nicht ankommt.

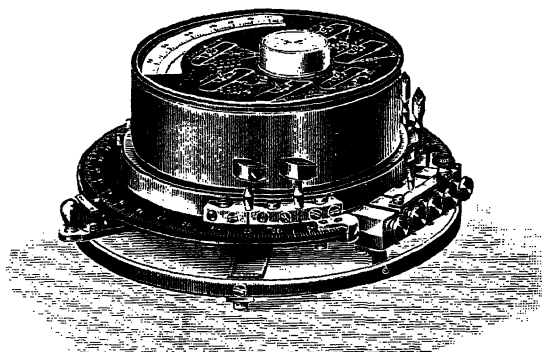



Fig. 219.

Eine der ältesten und verbreitetsten Drahtbrücken ist das 1868 konstruierte, in Fig. 219 in seiner jetzigen Ausführung abgebildete Universalgalvanometer von SIEMENS & HALSKE (ETZ 1897, S. 197); Fig. 220 stellt die Schaltung des Instruments schematisch dar. Dasselbe ist eine Kombination einer Drahtbrücke mit einem Spulengalvanometer (bei den älteren Apparaten

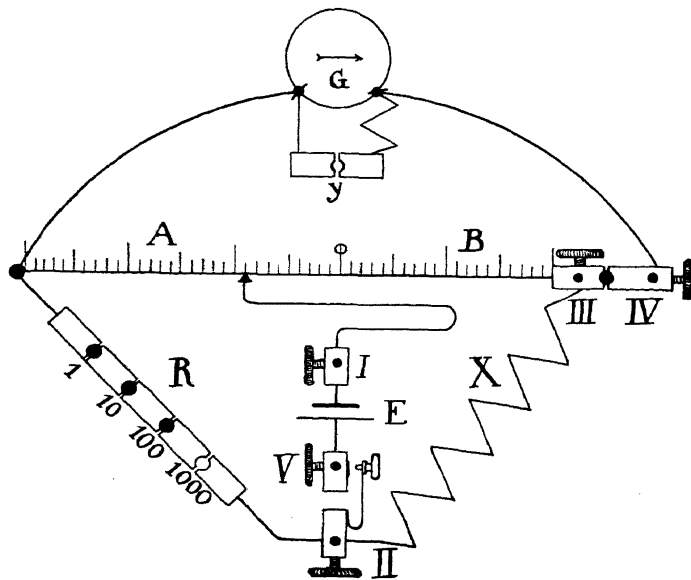



Fig. 220.

einem Nadelgalvanometer mit Zeigerablesung und astatischer Doppelnadel). Als Messdraht dient ein etwa 0·2 mm dicker Nickelindraht, welcher am Rande einer kreisförmigen Schieferplatte (s. Fig. 219) in einer seichten Nut liegt und zwischen zwei Messingklötzen straff gespannt und mit den letzteren weich verlötet ist; der freiliegende Teil des Drahtes umfasst einen Kreisbogen von 300°. Die Teilung hat in der Mitte des Drahtes

ihren Nullpunkt und schreitet nach rechts und links bis zu 150° fort, welch letztere Werte den radialen Kanten der Messingklötze entsprechen. — Auf dem Drahte verschiebt sich eine Kontaktrolle, welche am Ende eines um den Kreismittelpunkt drehbaren Armes zwischen Spitzen gelagert ist und durch eine Feder sanft gegen den Draht gedrückt wird. Die Stellung der Kontaktrolle wird mittels eines Nonius bis auf Fünftelgrade genau abgelesen. Der Messrheostat enthält die Werte 1, 9, 90 und 900 Ω in Reihe geschaltet, so dass durch Ziehen der betreffenden Stöpsel als Messwiderstände die Werte 1, 10, 100 und 1000 Ω hergestellt werden können. Mittels eines bei *y* eingesetzten Stöpsels (s. Fig. 220) lässt sich zum Galvanometer ein Nebenschluss derart einschalten, dass der Reduktionsfaktor 0·001 *A* pro Skalenteil und der Widerstand 1 Ω wird, während durch den Stöpsel zwischen *III* und *IV* sein Stromkreis unterbrochen oder, nach Einsetzen eines Widerstandsstöpsels (Fig. 211) von 300 Ω, sein Widerstand erhöht werden kann. — Der zu messende Widerstand *X* wird an die Klötze *II* und *III* gelegt; zwischen *II* und *V* liegt ein Stromschlüssel, mittels dessen der Strom der an *I* und *V* angesetzten Batterie geöffnet und geschlossen werden kann. Mit *I* ist aber der drehbare Arm leitend verbunden, welcher an seinem Ende die Kontaktrolle trägt. — Bezeichnet man nun die vom 0-Punkt der Teilung aus abgelesenen Einstellungen der Kontaktrolle, je nachdem sie nach der Seite des Messwiderstandes *R* oder des zu messenden Widerstandes *X* liegen, mit *A* oder *B*, so ist

Fig. 221.

$$X = R\,\frac{150 + A}{150 - A} \text{ bezw.} = R\,\frac{150 - B}{150 + B}.$$

Zur raschen Ermittelung dieser Quotienten dient eine dem Instrument beigegebene Tabelle. Bei den neuesten Instrumenten, deren Oberansicht Fig. 221 darstellt, ist die Teilung gleich nach diesen Quotienten selbst ausgeführt, was bequemer für die Messung ist, aber den Nachteil hat, dass sich der Messdraht nicht mehr nach der STROUHAL und BARUSschen Methode (§ 133) kalibrieren lässt. — Ausserdem ist der Deckel des Galvanometers in sehr zweckmässiger Weise ausgenutzt, um für die mit dem Instrument ausführbaren, verschiedenen Messungen — ausser zur Messung von Drahtwiderständen kann dasselbe auch zur Bestimmung von elektrolytischen Widerständen, zu Isolations- und Fehlermessungen an Leitungen, sowie, als Milliampèremeter von 1 Ω Widerstand, eventuell mit Nebenschlüssen bezw. Vorschaltwiderständen, zu Strom- und Spannungsmessungen benutzt werden — die Schaltschemata aufzunehmen.

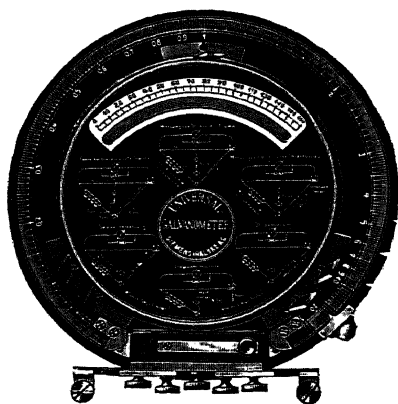
Ist der Widerstand *X* sehr klein, so rückt der Kontakt auf der *B*-Seite sehr nahe an das Ende heran; es kann infolgedessen, namentlich bei Verwendung von Akkumulatoren als Stromquelle, sehr leicht geschehen, dass die Stromstärke in diesem kurzen Drahtstück sich bis zum Abschmelzen desselben steigert. Es können aber auch leicht durch die ungleiche Erwärmung der beiden Drahthälften Fehler entstehen; man versäume daher

nie, in den Stromkreis des Akkumulators einen Ballastwiderstand von etwa 10 Ω einzuschalten! — Ein fernerer Übelstand des Instruments ist darin zu finden, dass die fünf Klemmen sehr klein sind und sehr nahe aneinander stehen, wodurch das Unterklemmen, namentlich dickerer Drähte, sehr erschwert wird. Es empfiehlt sich deshalb, zum Ansetzen der Widerstände biegsame Kabel von etwa 6 mm² Kupferquerschnitt und 0·5 m Länge

Fig. 222.

am einen Ende mit zum Unterklemmen geeigneten Polschuhen zu versehen, während an das andere Ende Messingklötze mit geeigneten Klemmvorrichtungen für die zu messenden Widerstände angelötet sind (Fig. 222). Bei der Messung kleiner Widerstände müssen dann noch die Widerstände der Verbindungskabel gemessen und in Abzug gebracht werden.

Die Kontrolle der Widerstände R erfolgt, indem man an die Stelle von X die entsprechenden Normale bringt. Dann muss das Galvanometer stromlos werden, wenn die Kontaktrolle in der Mitte des Drahtes steht. Vorausgesetzt ist dabei natürlich, dass die beiden Drahthälften genau gleichen Widerstand besitzen, was man etwa in der Weise kontrollieren könnte, dass man in die Stöpsellöcher von 1 Ω und zwischen *III* und *IV* zwei Stöpselklemmen einsetzt und diese mit den Klemmen K und K' eines Verzweigungsrheostaten Fig. 209 verbindet, in welchem man $2 \times 10\ \Omega$ eingeschaltet hat; der Strom wird der Klemme I und dem Messingklotz 0 des Verzweigungsrheostaten zugeführt, wobei man in den Stromkreis noch einen Schlüssel einschaltet.

Auf Wunsch werden dem Instrument noch Nebenschlussstöpsel zu dem 1 Ω-Widerstand beigefügt, welche die Widerstände $\frac{1}{9}$ bezw. $\frac{1}{99}\ \Omega$

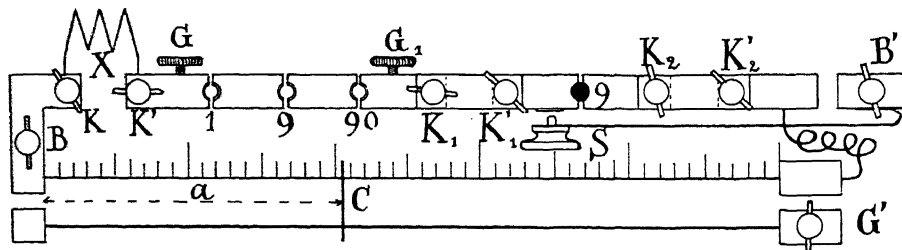



Fig. 223.

besitzen, und durch deren Einsetzen der Wert des Gesamtwiderstandes im Messrheostaten auf 0·1 bezw. 0·01 Ω reduziert wird (vgl. Fig. 211); die Anschaffung derselben ist indessen nicht zu empfehlen, weil so kleine Widerstände sich mit der Drahtbrücke überhaupt nicht mehr genügend genau messen lassen.

155. Das Ohmmeter von Edelmann. Eine weitere, für technische Zwecke brauchbare Form der Drahtbrücke ist das EDELMANNsche Ohmmeter. Die Schaltung desselben stellt Fig. 223 schematisch dar. Das Instrument besitzt einen Messdraht von 1000 mm

Länge, von dem aber nur die Hälfte ausgespannt und mit Teilung versehen ist; durch Parallelschaltung eines geeigneten Widerstandes ist der Widerstand dieses Messdrahtes auf genau 1 Ω abgeglichen.

Die Batterie wird an die Klemmen B und B' gelegt, von denen letztere mittels Schlüssels S mit der Brücke verbunden werden kann. Als Messwiderstände können 1, 10 oder 100 Ω benutzt werden; die Einschaltung derselben erfolgt durch Ziehen der Stöpsel 1, 1 + 9 oder 1 + 9 + 90. Ist der zu messende Widerstand X kleiner als der Messwiderstand, so wird derselbe zwischen die Klemmen K und K' geschaltet, während das Galvanometer an G und G' gelegt wird; dabei ist G' mit dem Schleifkontakt C in der Weise verbunden, dass letzterer gleichzeitig auf einem parallel zum Messdraht ausgespannten und mit G' verbundenen Neusilberdraht schleift. Bei dieser Schaltung ist

$$X = R \cdot \frac{a}{1000 - a}$$

Ist dagegen $X > R$, so schaltet man es zwischen K_1 und K_1' und das Galvanometer zwischen G_1 und G'; alsdann ist

$$X = R \cdot 1000 \cdot$$

Das nicht benutzte Klemmenpaar ist allemal durch eine starke Kupferschiene überbrückt. — Ist im ersteren Falle X beträchtlich kleiner, im letzteren beträchtlich grösser als R, so kann man durch Ziehen des Stöpsels 9 Ω zwischen den Klemmen K_1' und K_2 den Messdraht einseitig auf 10 Ω = 10 m verlängern. Alsdann hat man

$$X = R \, \frac{}{10000 - a} \text{ bezw. } = R \, \frac{10000 - a}{}$$

Schaltet man zwischen K_2 und K_2' andere Widerstände ein, so kann man den Messdraht dadurch in beliebigem Masse verlängern. — Um übrigens die Ausrechnung der Quotienten bei dem nicht verlängerten Drahte zu ersparen, liegt unter dem zweiten Draht ein Messinglineal, das auf der einen Seite nach dem Quotienten $\frac{a}{1000 - a}$, auf der anderen nach $\frac{1000 - a}{a}$ geteilt ist.

Bei der Prüfung dieser Brücke hat man zunächst die Gesamtlänge l des Messdrahtes in Millimetern zu ermitteln. Man schaltet zu diesem Zwecke das Galvanometer zwischen G oder G_1 und G', während bei gestöpseltem Rheostaten R zwischen K und K' und K_1 und K_1' zwei nahezu gleiche Widerstände X und X_1 gelegt werden. Dann ist:

$$X : X_1 = a : l \cdot \quad a.$$

Hierauf vertauscht man X_1 mit X und erhält beim Verschwinden des Galvanometerausschlages:

$$X_1 : X = a' : l - a'.$$

Aus beiden Gleichungen folgt

$$l = a + a'.$$

Durch Abgleichen der nicht ausgespannten Drahthälfte kann man leicht l auf 1000 mm bringen, wenn dies nicht genau der Fall sein sollte. — Nach Abgleichung von l prüft bezw. justiert man den Messrheostaten, indem man bei zwischen G_1 und G' geschaltetem Galvanometer an K_1 und K_1' die Normale 1, 10 und 100 Ω legt. Hierauf überbrückt man K_1, K_1', öffnet vom Messrheostaten allein den 9 Ω-Stöpsel, stellt C auf 500 mm und gleicht nunmehr den Verlängerungswiderstand rechts auf genau 9 Ω ab. Endlich schaltet man zwischen K und K' ein Normalohm, zieht die beiden Stöpsel 9, schaltet die Batterie zwischen G und B', das Galvanometer zwischen B und G_1, und justiert nunmehr den Nebenschluss zum Messdraht, bis Gleichgewicht in der Brücke eintritt. Dann ist der Widerstand des ganzen Mess-

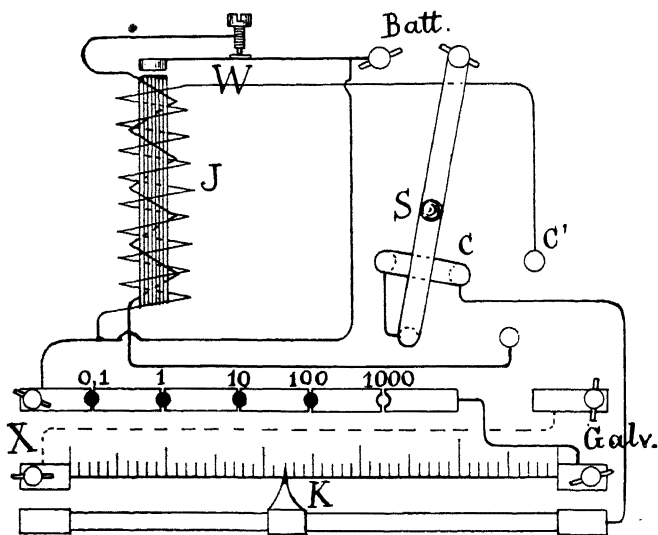



Fig. 224.

drahtes genau 1 Ω und das Instrument ist nunmehr in allen seinen Teilen richtig.

Da beim Ohmmeter immer der ganze Messdraht in den Batteriestromkreis eingeschaltet bleibt, werden seine beiden Seiten niemals ungleich mit Strom belastet; um schädliche Erwärmung zu vermeiden, empfiehlt es sich aber auch hier, wenn man einen Akkumulator als Stromquelle benutzt, bei nicht verlängertem Draht einen Ballastwiderstand von mindestens 3 Ω in den Batteriekreis einzuschalten. — Bei der Messung von Widerständen mit hoher Selbstinduktion ist das Fehlen eines Schlüssels für den Galvanometerkreis ein grosser Übelstand; man thut überhaupt besser, in den Galvanometerkreis stets einen besonderen Schlüssel einzuschalten und denselben erst nach Stromschluss zu schliessen, da man so viel schärfer beobachten kann, ob im Galvanometer noch Strom vorhanden ist.

156. **Drahtbrücken von Hartmann & Braun.**

Fig. 224 giebt das Schaltschema der sogenannten Universalmessbrücke von Hartmann & Braun, welche von genannter Firma nach den Angaben von F. Kohlrausch gebaut worden ist. Bei dieser wird, wie beim Universalgalvanometer, der Strom durch den Schleifkontakt K dem (hier nur 25 cm langen) Messdraht zugeführt und verzweigt sich einmal zwischen den

beiden Teilen des Messdrahtes, sodann zwischen dem aus den Einheiten 0·1, 1, 10, 100, 1000 zusammengesetzten Messrheostaten einerseits und dem unbekannten Widerstand *X* andererseits. Der Hebel *S* ist als Taster ausgebildet und dient so zum Schliessen und Unterbrechen des Stromes. Das Galvanometer liegt an den Enden des Messdrahtes. — Bei diesem Apparat kann der Batteriestrom auch durch den von der Sekundärspule eines Induktoriums *J*, für welches der Wagner sche Hammer *W* als Unterbrecher dient, gelieferten Wechselstrom ersetzt werden, zu welchem Zwecke der Schalthebel *S* nach rechts zu drehen ist; das eine Ende der Sekundärspule bleibt dauernd an die Brücke angeschlossen, während das andere erst durch Überbrückung der Kontakte *C* und *C'* durch einen (von *S* isolierten) Querarm damit verbunden

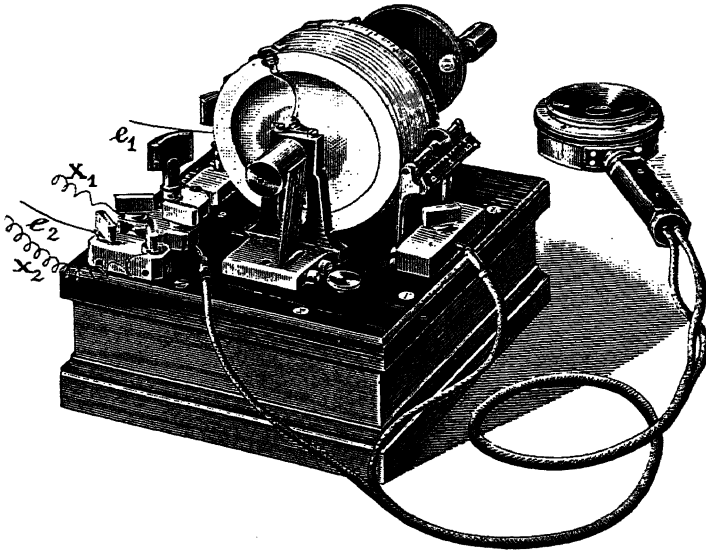



Fig. 225.

wird. Der Wechselstrom wird bei der Messung von elektrolytischen Widerständen verwendet.

Um das Instrument zu kontrollieren, verfährt man genau so wie beim Universalgalvanometer. — Auch bei dieser Messbrücke ist Vorsicht geboten, wenn kleine Widerstände gemessen werden sollen, damit der Messdraht nicht Schaden leidet. — Um immer möglichste Genauigkeit zu erzielen, muss man als Messwiderstand den *X* am nächsten kommenden Rheostatenwert wählen, damit der Kontakt *K* möglichst nahe der Drahtmitte zu stehen kommt. Trotzdem bleibt die Kürze des Messdrahtes ein Übelstand bei diesem sonst bequemen Apparat.

Um einen längeren Messdraht zur Verfügung zu haben, ohne dass der ganze Apparat unbequeme Dimensionen annimmt, kann man denselben, wie bei einer anderen Drahtbrücke derselben Firma, deren Konstruktion ebenfalls von F. Kohlrausch herrührt, ähnlich wie bei dem alten Wheatstoneschen Rheostaten, in Schraubengängen auf eine Marmor-, Serpentin- oder Holzwalze wickeln (Fig. 225). Das den Strom zuführende Kontaktröllchen gleitet längs eines durch Federn angedrückten Messingstabes; auf einem daneben befindlichen Lineal liest man die ganzen Windungen ab, auf einer Kreis-

teilung die Bruchteile derselben. Bei einer vollkommeneren Brücke dieser Art sind auf demselben Grundbrett der Messrheostat mit den Einheiten 1, 10, 100, 1000 und 10000 Ω, sowie zwei Widerstände vom je 4·5fachen des Widerstandes des Messdrahtes angebracht, welche durch Stöpselschalter entweder auf beiden Seiten oder nur auf der einen oder anderen Seite des Messdrahtes angeschlossen werden können, um so die Länge desselben auf das 10fache zu vergrössern. — Die Enden des Messdrahtes sind mit den beiden Messingflanschen der Marmorwalze verschraubt; die Verbindung derselben mit den übrigen Widerständen wird durch zwei kräftige Federn vermittelt, welche auf den starken Zapfenenden der Walze schleifen.

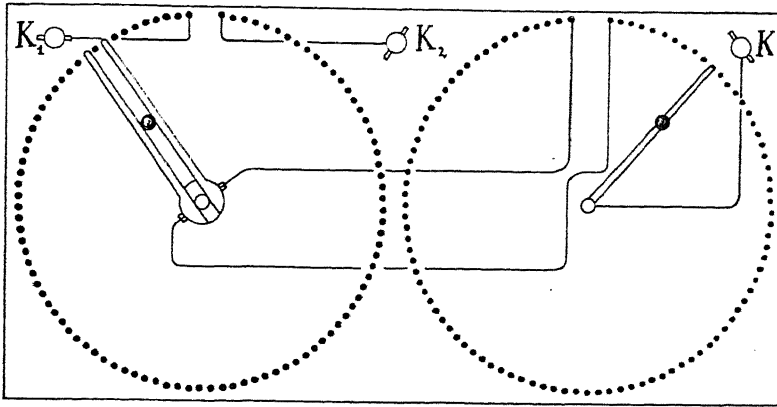
157. Thomson-Varleysche Brücke.

Um einen Messdraht von grossem Widerstande zu erhalten, ersetzt man denselben durch eine Reihe von Widerständen grösseren Betrages, z. B. durch 100 Widerstände von je 10 Ω. Die Enden derselben sind mit 101 im Kreise stehenden Kontakten verbunden, auf denen eine Kontaktkurbel schleift. Man kann so die Abstufung nur noch sprungweise vornehmen, und zwar in 100 Sprüngen. Die Zahl der Sprünge lässt sich aber nach Varley auf das 100fache steigern, indem man 101 gleiche Widerstände, z. B. von je 10 Ω, im Kreise anordnet (Fig. 226) und auf den Kontaktstücken eine Doppelkurbel schleifen lässt, deren beide, voneinander isolierte Kontaktarme immer einen Kontaktknopf zwischen sich einschliessen, also parallel zu 20 Ω liegen. Diese beiden Kontaktarme sind mit den Enden eines zweiten Widerstandssatzes von 100 Widerständen von je 0·2 Ω verbunden, so dass also den 20 Ω der gleiche Betrag parallel geschaltet wird, dieselben also sich dadurch auf 10 Ω reduzieren; somit bleibt, unabhängig von der Stellung der Doppelkurbel, zwischen den Klemmen K_1 und K_2 der Widerstand konstant = 1000 Ω. Auf den Kontaktstücken des zweiten Widerstandssatzes schleift alsdann die dem Gleitkontakt entsprechende Kurbel, welche mit der Klemme K verbunden ist. Anstatt des zweiten Widerstandssatzes könnte man natürlich auch einen Messdraht von 20 Ω Widerstand verwenden und auf diesem einen Gleitkontakt schleifen lassen, um eine völlig kontinuierliche Schaltung zu erhalten. — Sollen übrigens Fehler vermieden werden, so müssen die Widerstände der Verbindungsleitungen der Arme der Doppelkurbel mit den Enden des zweiten Widerstandssatzes oder Messdrahtes gegen die Widerstände der Stufen selbst verschwindend klein sein, was bei einem Werte derselben von nur 0·2 Ω sich sehr schwer erreichen lässt. Deshalb werden die Beträge der Widerstände der Varleyschen Drahtbrücke in der Regel 10- oder 100mal so gross gewählt, so dass der Gesamtwert ihres Widerstandes 10000 bezw. 100000 Ω ist. Der Apparat dient dann namentlich zur Messung hoher Widerstände, z. B. zu Isolationsmessungen.

Man kann übrigens auch drei Widerstandssätze anwenden, einen von 11 × 1000 Ω mit Doppelkurbel, an deren Armen ein Widerstand von 11 × 200 Ω liegt; auf den Kontaktknöpfen des letzteren schleift eine zweite Doppelkurbel, zwischen deren Armen ein Widerstand von 100 × 4 Ω liegt. Auf den Kontaktklötzen des letzteren endlich schleift die dritte, einfache Kurbel. Dies giebt dann ebenfalls einen Brückendraht von insgesamt 10000 Ω Widerstand, der aber viel weniger Widerstände erfordert und darum billiger ist als der oben beschriebene.

In ähnlicher Weise ist der in Fig. 227 abgebildete Messdraht von Franke eingerichtet; derselbe ist nur zweistufig, und die Kontaktklötze sind geradlinig angeordnet; ebenso ist der Draht für den Schleifkontakt gerade ausgespannt.

Fig. 226.

158. Kurbelmessdraht von Edelmann.

Hierher gehört ferner der Kurbelmessdraht von EDELMANN (ETZ 1900, S. 1067), dessen Anordnung schematisch in Fig. 228 dargestellt ist. Derselbe besteht aus vier Sätzen von je 2 × 9 Widerständen von bezw. je 1000, 100, 10 und 1 Ω und einem einfachen Satz von 10 × 0·1 Ω (anstatt des letzteren könnte, wenn kontinuierliche Schaltung erwünscht ist, auch ein Messdraht von 1 Ω Widerstand dienen). Auf den vier ersten Sätzen schleifen Doppelkurbeln, von denen die eine von der einen Reihe jedes Satzes immer soviel Widerstände einschaltet, als die andere von der anderen Reihe ausschaltet, so dass die Summe der in jedem Doppelsatz eingeschalteten Widerstände immer bezw. 9000, 900, 90 und 9 beträgt. Dazu kommt dann die letzte Gruppe von 10 × 0·1 = 1 Ω, so dass also zwischen den Klemmen a und b der gesamte Widerstand 10 000 Ω, zwischen c und d 1000 Ω, zwischen e und f 100 Ω, zwischen g und h 10 Ω ist. Die einfache Kurbel, welche mit

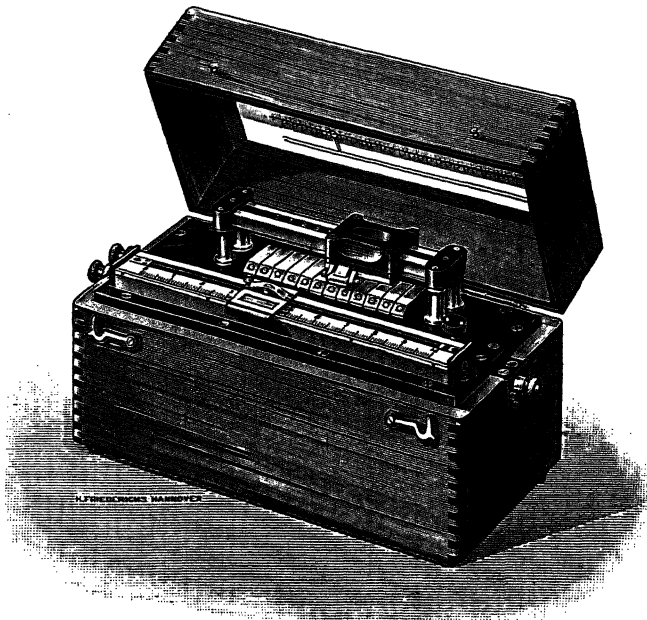
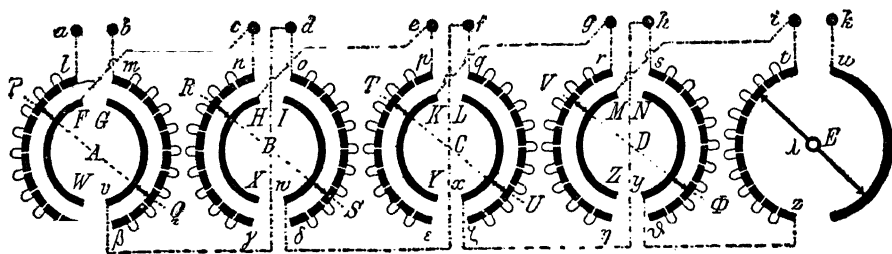



Fig. 227.

Fig. 228.

der Klemme k verbunden ist, vertritt den Schleifkontakt des Messdrahtes. Mit der in Fig. 228 gezeichneten Stellung der Kurbeln wäre also der ganze Schleifdraht von $100000 \times 0{\cdot}1$ Einheiten Länge durch diesen Schleifkontakt in die Teile $ak = 22222$ und $bk = 77778$ geteilt. — Diese Ausführung ist der VARLEYschen jedenfalls vorzuziehen, da der EDELMANNsche Apparat infolge der weit geringeren Zahl der abzugleichenden Widerstände bei gleicher Leistung erheblich billiger ausfällt als die THOMSON-VARLEYsche Brücke.

159. Drahtbrücke für kleine Widerstände von Hartmann & Braun.

Eine für die Messung kleiner Widerstände geeignete Drahtbrücke ist von der Firma HARTMANN & BRAUN konstruiert worden, deren Schaltungsschema in Fig. 229 dargestellt ist. Verschwindet hiernach der Galvanometerausschlag bei der Stellung x_1 und s_1 der beiden gleichbenannten Schneiden, so ist:

Fig. 229.

$$Ax_1 : As_1 = r_1 : r_2.$$

Verschwindet der Strom im Galvanometerkreis ebenso für die Stellung x_2 und s_2, so ist:

$$Ax_2 : As_2 = r_1 : r_2.$$

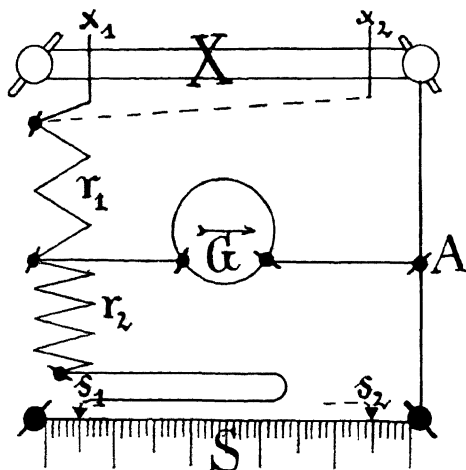
Somit ist auch:

$$Ax_1 - Ax_2 : As_1 - As_2 = X : S = r_1 : r_2,$$

oder

$$X = S\frac{r_1}{r_2},$$

und zwar unabhängig von den Übergangswiderständen, wenn diese nur gegen r_1 und r_2 klein sind.

Da der Widerstand des Messdrahtes zwischen den Endpunkten der Teilung $0{\cdot}1\ \Omega$ beträgt, während $r_1 = 10$ oder $10 + 10$, $r_2 = 10$, 100 oder 1000 Ω gemacht werden kann, wobei durch Umsetzen der Enden der an die Kontaktschneiden angeschlossenen Kabel r_1 und r_2 auch vertauscht werden können, so liegt der Messbereich der Brücke zwischen $0{\cdot}00001$ und 10 Ω. Die maximal zulässige Stromstärke beträgt 5 Amp. In der äusseren Form gleicht diese Brücke der Doppelbrücke Fig. 195.

Viertes Kapitel.

Die indirekte Messung der Stromstärke und Spannung.

35. Messung der Stromstärke mittels der Wärmewirkung des Stromes.

160. Kalorimetrische Strommessung.

Dem JOULEschen Gesetz entsprechend ist die in einem Leiter durch einen Strom von der Stärke J in jeder Sekunde entwickelte Wärme proportional $J^2 R$, wo R den Widerstand des Leiters bedeutet. Misst man hierin J in A und R in Ω, so ist die Proportionalitätskonstante oder das kalorische Äquivalent der Stromenergie sehr nahe gleich 0·239 Gramm-Kalorien, so dass also durch einen Strom von J Amp., welcher Z Sekunden lang durch einen Leiter von R Ω Widerstand hindurchfliesst, 0·239 $J^2 R Z$ g-cal. entwickelt werden. Nennt man diese Wärmemenge Q, so hat man also die Gleichung:

$$Q = 0{\cdot}239\, J^2\, R\, Z.$$

Man kann umgekehrt hieraus auch J berechnen und erhält

hierin wird Q mittels eines geeigneten Kalorimeters gemessen. Als Leiter dient am besten ein Stück Platin- oder Platinsilberdraht. Da der Widerstand eines solchen Drahtes mit wachsender Temperatur ebenfalls etwas zunimmt, und zwar für mässige Temperaturänderungen proportional der letzteren, so hat man dieser Veränderlichkeit von R dadurch Rechnung zu tragen, dass man für R den Mittelwert des Widerstandes während der Zeitdauer der Beobachtung einsetzt.

Ein für solche Messungen geeignetes Kalorimeter ist z. B. das in Fig. 230 dargestellte, welches von WEINHOLD ursprünglich für kalorimetrische Temperaturbestimmungen konstruiert worden ist. Das innere, aus poliertem Messingblech hergestellte Gefäss sitzt zunächst, auf drei Korke gestützt, innerhalb eines nur wenig weiteren Weissblechgefässes, welches durch einen Deckel aus gleichem Material geschlossen werden kann. Das Weissblech ist von einem Holzkasten umschlossen. Auf diese Weise wird eine sehr gute Wärmeisolierung gegen die äussere Umgebung erzielt. In dem weiten Hals des Kalorimetergefässes steckt ein Hartgummistöpsel, durch welchen zwei dicke Kupferstäbe gesteckt sind, die oben mit Klemmen K versehen sind. Mit diesen Kupferstäben ist die Platinspirale *pt*

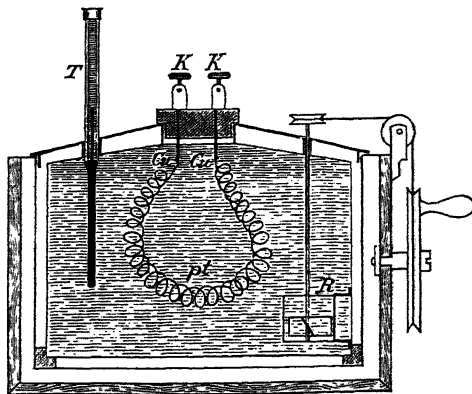



Fig. 230.

mit Silber verlötet. Zum Messen der Temperaturerhöhung dient das in Zehntelgrade geteilte Thermometer T, während durch das mittels Handrades und Schnurwirtels in rasche Umdrehung versetzte Rührwerk R ein rascher Temperaturausgleich innerhalb der das Kalorimeter füllenden Flüssigkeit erzielt wird. Da man zwischen den Endpunkten von pt einen Spannungsunterschied von einigen Volt erhält, darf man das Kalorimeter entweder nicht mit Wasser füllen, sondern muss dazu Alkohol oder Petroleum verwenden, oder man muss den Draht mit einer gut gefirnissten Seidenumspinnnng versehen und die Enden der Kupferstäbe, soweit sie eintauchen, ebenfalls gut isolieren.

Um Q zu finden, bedarf man vor allen Dingen des Wasserwertes des Kalorimeters, welcher im wesentlichen aus dem Flüssigkeitsinhalt in Gramm multipliziert mit der spezifischen Wärme der Flüssigkeit (0·58 für Alkohol, 0·51 für Petroleum) besteht; dazu kommt der Wasserwert des Messinggefässes (= Gewicht desselben in Gramm multipliziert mit der spezifischen Wärme des Messings 0·094) und des Thermometers (letzteren findet man nach F. Kohlrausch genügend genau, indem man das Volumen des eingetauchten Teils in cm³ mit 0·46 multipliziert). Um Fehler, welche durch den Wärmeaustausch zwischen dem Kalorimeter und der Umgebung hervorgerufen werden, möglichst zu vermeiden, nehme man womöglich die Anfangstemperatur des Kalorimeters ebenso weit unterhalb derjenigen der Umgebung, als schliesslich die Endtemperatur darüber liegt (Genaueres über Korrektionen u. s. w. siehe Kohlrausch, Lehrbuch d. praktischen Physik). — Nennen wir alsdann den Wasserwert des Kalorimeters P, die Anfangstemperatur T_0, die Endtemperatur T, so ist

$$Q = P\,(T - T_0),$$

wozu noch eventuell eine Korrektion wegen des Wärmeaustausches mit der Umgebung kommt.

Beispiel: Gewicht des Messinggefässes 240 g, Wasserinhalt 1001 g, Volumen des Thermometers 0·9 cm³, somit

$$\text{Wasserwert} = 1001 + 240 \cdot 0{\cdot}094 + 0{\cdot}9 \cdot 0{\cdot}46 = 1024 \text{ g}.$$

$R = 4{\cdot}052$ (mit Seide isolierte und gut gefirnisste Manganinspirale). Ferner wurden die Temperaturen beobachtet:

0	60	120	180	240	300	360	420	480 Sek. n. d. Einschalten
16·85	17·6	18·2	18·9	19·6	20·3	21·0	21·7	22·48°.

Temperatur der Umgebung 18·1°.

Ferner wurde nach dem Ausschalten des Stromes beobachtet, dass sich in weiteren sechs Minuten die Temperatur von 22·46° bis 22·40° verminderte, d. h. bei einem mittleren Temperaturunterschied zwischen dem Kalorimeter und der Umgebung von 4·33° um $\frac{0{\cdot}06}{6} = 0{\cdot}01^0$ in der Minute; bei 1° Temperaturunterschied würde die Abnahme $\frac{0{\cdot}01}{4{\cdot}33} = 0{\cdot}00231^0$ betragen haben.

Hieraus ergeben sich als Korrektionen für die einzelnen Minuten:

für die	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8. Minute
Mittl. Temp.-Untersch.	— 0·88	— 0·2	+ 0·45	1·15	1·85	2·55	3·25	4·00
Korrektion	— 0·00203	— 0·00046	+ 0·00104	0·00258	0·00428	0·00589	0·00751	0·00924°.

Insgesamt ergiebt sich somit für diese acht Minuten die Korrektion + 0·03°. Die Temperaturzunahme ist somit

$$= 22{\cdot}48 - 16{\cdot}85 + 0{\cdot}03 = 5{\cdot}66^{0}$$

zu setzen, also

$$Q = 1024 \cdot 5{\cdot}66 = 5800 \text{ g-cal.}$$

Ferner ist

$$RZ = 4{\cdot}052 \cdot 480 = 1944.$$

Somit ist

$$J = 2{\cdot}047 \sqrt{\frac{5800}{1944}} = 3{\cdot}534 \text{ Amp.}$$

Ein gleichzeitig eingeschaltetes Ampèremeter zeigte im Mittel 3·598 Amp.

161. Theorie des Hitzdrahtstrommessers.

Die kalorimetrische Strommessung ist zeitraubend und dabei nicht sehr genau. Man kann aber den Draht selbst als Kalorimeter benutzen, indem man denselben in möglichst ruhender Luft frei ausspannt und seine Temperaturzunahme infolge der durch den hindurchgeleiteten Strom in ihm entwickelten Wärme misst, was am einfachsten durch die Ausdehnung des Drahtes geschieht; man erhält auf diese Weise einen sogenannten Hitzdrahtstrommesser. — Nennt man R den Widerstand des vom Strom J durchflossenen Drahtes, so ist die während der Zeit dZ in ihm entwickelte Wärmemenge

$$= 0{\cdot}239\, J^2\, R\, dZ \text{ g-cal.}$$

Es wird nun offenbar keine weitere Temperatursteigerung eintreten, wenn der Draht an die Umgebung in der Zeit dZ eine ebenso grosse Wärmemenge abgiebt; die von der Oberflächeneinheit während der Zeiteinheit abgegebene Wärmemenge lässt sich aber darstellen durch $c f\,(T - T_0)$, worin T die Temperatur des Drahtes, T_0 diejenige der umgebenden Luft bedeutet. Die Funktion f wird mit $T - T_0 = 0$ ebenfalls Null und lässt sich in Form einer Potenzreihe darstellen:

$$f(T - T_0) = T - T_0 + a_1 (T - T_0)^2 + a_2 (T - T_0)^3 + \ldots,$$

von welcher für mässige Temperaturunterschiede das erste Glied genügt. Ist somit O die Oberfläche des Hitzdrahtes, so gilt für das Temperaturgleichgewicht die Beziehung:

$$0{\cdot}239\, J^2\, R = c\, O\, (T - T_0).$$

Ist nun l_0 die ursprüngliche Länge des Drahtes, λ seine Verlängerung, α der lineare Ausdehnungskoeffizient, so ist

$$\lambda = \alpha\, l_0\, (T - T_0).$$

Ferner ist

$$R = R_0 (1 + \sigma (T - T_0)),$$

wenn R_0 den anfänglichen Widerstand des Hitzdrahtes, σ seinen Temperaturkoeffizienten bedeutet. Obige Gleichung geht somit über in (vgl. E T Z 1902, S. 384):

$$0{\cdot}239\, J^2 R_0 (1 + \sigma (T - T_0)) = c\, O\, (T - T_0),$$

worin für $T - T_0$ der Wert $\frac{\lambda}{\alpha\, l_0}$ eingesetzt werden kann. Dann geht unsere Gleichung für J über in die folgende:

$$J^2 (1 + c\lambda) = C\lambda,$$

worin c und C zwei Konstanten bedeuten, von denen $c = 0$ wird, wenn $\sigma = 0$ ist. In diesem Falle wäre also:

$$J^2 = C\lambda;$$

andernfalls aber ist:

$$J^2 = C \frac{\lambda}{1 + c\lambda},$$

wofür, da $c\lambda$ gegen 1 klein ist, auch geschrieben werden darf:

$$J^2 = C\lambda (1 - c\lambda).$$

Die verschiedenen Hitzdrahtstrommesser unterscheiden sich nun im wesentlichen nur durch die Art und Weise, wie bei ihnen die Längenänderung λ des Hitzdrahtes sichtbar und messbar gemacht wird.

162. **Hitzdrahtstrommesser mit Spiegelablesung.**

Der älteste Hitzdrahtstrommesser mit Spiegelablesung ist das von HANKEL 1848 beschriebene Instrument (POGGEND. Ann., Bd. 75, S. 206). Der Hitzdraht (ein etwa 0·46 mm dicker und 1·6 m langer Neusilberdraht) hing mit seinem oberen Ende an einem Arm eines kurzen Wagbalkens, während sein unteres Ende an einem in der vertikalen Richtung mittels Mikrometerschraube verstellbaren Bolzen befestigt war; der Draht wurde durch ein am anderen Arm des Wagbalkens hängendes Gewicht gespannt gehalten. Dieser Arm des Wagbalkens trug am Ende einen Spiegel, mittels dessen die bei der Verlängerung des Drahtes infolge der Erwärmung durch den hindurchgehenden Strom eintretende kleine Drehung des Wagbalkens mit Fernrohr und Skala gemessen wurde. Man kann alsdann λ sehr nahe proportional dem Skalenausschlag S setzen, diesen also ohne weiteres in obiger Formel für die Stromstärke einführen, wodurch man erhält:

$$J^2 = CS (1 - cS)$$

und

$$J = \sqrt{C}\,\sqrt{S}\left(1 - \frac{c}{2} S\right),$$

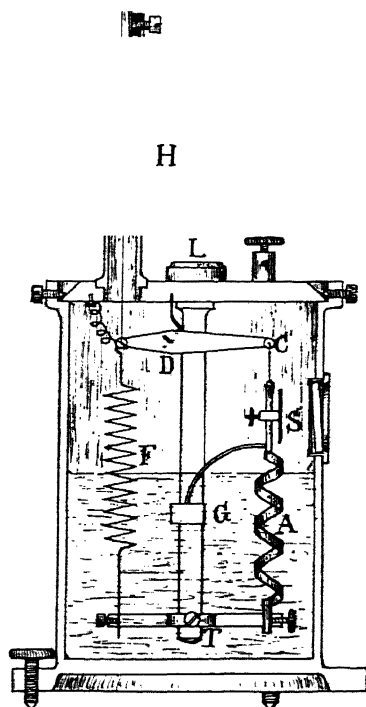
da man für $\sqrt{1 - cS}$ angenähert $1 - \frac{c}{2} S$ setzen kann. (C und c bedeuten natürlich hier andere Konstanten als in der ersten Formel.)

Ein ebenfalls mit Spiegelablesung ausgestatteter Hitzdrahtstrommesser wurde 1895 von Friese beschrieben (ETZ 1895, S. 726). Dieses Instrument wird von der Firma Dr. Edelmann in München gebaut und ist schematisch in Fig. 231 dargestellt. Der Hitzdraht H wirkt hier ebenfalls am einen Ende eines um D drehbaren Wagbalkens, an dessen längerem Arm mittels eines Bündels von Coconfäden das eine Ende einer aus einem dünnen, einige Millimeter breiten Messingstreifen gewundenen Schraubenfeder A, einer sogenannten Ayrtonschen Feder, befestigt ist; das untere Ende derselben ist an einen Messingstab angelötet, welcher in dem Querstück T festgeklemmt ist. Das obere Ende ist an einen zweiten Messingstab gelötet, auf welchem die Fassung des Spiegels S sitzt. Die Ayrtonsche Feder wird durch eine gewöhnliche Feder F zunächst gehörig angespannt, worauf sie, durch Anziehen des oberen Befestigungsstiftes des Hitzdrahtes, teilweise wieder entspannt wird. Dieser obere Befestigungsstift ist in einer Messingfassung festgeklemmt, welche auf eine den Draht umschliessende Glasröhre aufgekittet ist, und trägt gleichzeitig die obere Klemme für die Stromzuführung. Das untere, lose Ende des Hitzdrahtes ist an den Messingdeckel festgeklemmt, welcher die zweite Klemme trägt, und an welchem alle die vorstehend beschriebenen Teile des Instruments befestigt sind; derselbe liegt als Deckel auf einer zylindrischen Messingbüchse, welche dem Spiegel gegenüber ein planparalleles Glasfenster besitzt und etwa zur Hälfte mit Paraffinöl gefüllt ist. In letzteres taucht der mit dem oberen Ende der Ayrtonschen Feder verbundene Dämpferflügel G ein. Die Messingbüchse lässt sich mittels Fussschrauben und Dosenlibelle L vertikal stellen.

Fig. 231.

Wenn nun durch den hindurchgehenden Strom der Hitzdraht warm wird und sich verlängert, so wird durch den Zug der Feder F die Ayrtonsche Feder A etwas gestreckt, wobei sie sich, weil sich ihre Windungen in der Zugrichtung nicht durchbiegen können, um ein entsprechendes Stück aufrollt. Diese kleine Drehung des oberen Endes der Feder wird mittels Spiegelablesung gemessen und der Skalenausschlag S kann der Verlängerung λ des Hitzdrahtes sehr nahe proportional gesetzt werden. Es ist somit auch bei diesem Instrument:

$$J^2 = C \frac{}{1 + cS} \qquad CS(1 - cS),$$

wobei, wenn σ genügend klein und l_0 sowie der Skalenabstand genügend gross genommen werden, unter Umständen c auch so klein werden kann, dass cS gegen 1 verschwindet. Letzteres ist bei dem von Friese selbst beschriebenen Instrument der Fall gewesen, während bei einem vom Verfasser

untersuchten Instrument die vollständige Formel benutzt werden musste. Die Prüfung der letzteren erfolgt übrigens am einfachsten, indem man sie auf die Form bringt:

$$\frac{1}{J^2} = \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{S} + \frac{c}{C}.$$

Beobachtet man hiernach eine Reihe von zusammengehörigen Wertepaaren J und S und trägt alsdann die $\frac{1}{S}$ als Abscissen, die $\frac{1}{J^2}$ als Ordinaten in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein, so müssen die so erhaltenen Punkte auf einer geraden Linie liegen, was auch thatsächlich sehr genau der Fall ist. Bei dem erwähnten Instrument hat übrigens der Hitzdraht einen Durchmesser von ca. 0·05 mm und eine Länge von ca. 28 cm, sein Widerstand beträgt im kalten Zustande 35·5 Ω und steigt beim maximalen Skalenausschlag von 200 Skalenteilen (entsprechend etwa 0·131 Amp. und einer Drehung des Spiegels um etwa 7°) auf 42·1 Ω; das Material ist Platinsilber. Aus der Widerstandszunahme und dem Temperaturkoeffizienten 0·00032 folgt als maximale Temperatursteigerung etwa 560°.

Fig. 232.

163. Hitzdrahtstrommesser mit Zeigerablesung.

Für die technische Verwendung bequemer als die Spiegelinstrumente sind diejenigen, bei denen die Verlängerung des Hitzdrahtes durch die D r e h u n g e i n e s Z e i g e r s gemessen wird. Das älteste derartige Instrument ist bereits 1837 von DE LA RIVE konstruiert worden; derselbe verwendete als Hitzdraht die Spirale eines BREGUETschen Metallthermometers, an welche unten ein in Quecksilber tauchender Kupferstift gelötet war. — Fast fünfzig Jahre später konstruierte CARDEW seinen Hitzdrahtstrommesser, bei welchem ein langer, dünner Platinsilberdraht als Hitzdraht verwendet wird, welcher über Röllchen hin- und hergeführt ist, und dessen freies Ende um eine mit Zeiger versehene Rolle geschlungen ist und durch eine Spiralfeder gespannt gehalten wird. Die Verlängerung des Drahtes hat eine proportionale Drehung des Zeigers zur Folge. — Das CARDEWsche Instrument hat eine sehr ungeschickte Form; dasselbe ist durch die in Fig. 232 schematisch dargestellte Konstruktion der Firma HARTMANN & BRAUN (D. R.-Pat. Nr. 63219 vom 21. April 1891; ASCH, ETZ 1893, S. 162) vollständig verdrängt worden. Bei diesem Instrument ist ein etwa 16 cm langer Platinsilberdraht HH' horizontal ausgespannt; um aufsteigende Luftströmungen zu verhüten, ist derselbe durch ein Dach aus Aluminiumblech geschützt. Das Ende H lässt sich mittels Schraube auf der Messingplatte M verschieben, um die Nulllage korrigieren zu können; das andere Ende H' ist auf einer Eisenplatte befestigt, deren Länge so gewählt ist, dass der Ausdehnungskoeffizient des aus Messing und Eisen zu-

sammengesetzten Trägers gerade demjenigen des Platinsilbers gleich ist, um so den Einfluss der äusseren Temperaturänderungen zu kompensieren. Beide Enden sind übrigens von der Grundplatte isoliert. In der Mitte des Hitzdrahtes ist ein etwa 100 mm langer, dünner Messingdraht mm' angeknüpft, dessen Ende m' ebenfalls an einer von der Grundplatte isolierten Säule befestigt ist. In der Mitte dieses Drahtes endlich greift der um die Zeigerrolle R geschlungene Coconfaden ss' an, dessen Ende s' durch eine Feder gespannt gehalten wird. Durch die Erwärmung des Drahtes HH' senkt sich der Punkt m; infolgedessen weicht der Punkt s nach links aus und die Zeigerrolle dreht sich um einen entsprechenden Winkel. Zur Dämpfung der Bewegung sitzt auf der Achse der Zeigerrolle eine dünne Aluminiumscheibe,

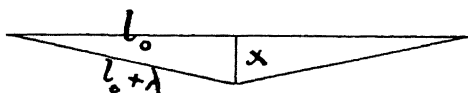



Fig. 233.

deren Rand zwischen den Polen eines kleinen Hufeisenmagneten läuft (FARADAYsche Scheibe). — Durch die oben beschriebene Anordnung wird eine sehr starke Übersetzung erzielt, da (Fig. 233)

$$x^2 = 2\, l_0\, \lambda + \lambda^2,$$

oder, weil λ^2 vernachlässigt werden kann,

$$x^2 = 2\, l_0\, \lambda$$

ist, die Senkung des Mittelpunktes x des Hitzdrahtes also seine Verlängerung $2\,\lambda$ um das $\sqrt{\frac{l_0}{2\,\lambda}}$-fache übertrifft. Derselbe Vorgang aber wiederholt sich bei dem Messingdraht mm', so dass die Verschiebung von s schliesslich 500—600 mal so gross wird, als die Verlängerung λ des Hitzdrahtes. Der Hitzdraht ist übrigens bei den für schwache Ströme (maximal etwa 0·23 Amp.) bestimmten Instrumenten nur etwa 0·06 mm dick und hat einen anfänglichen Widerstand von etwa 12—14 Ω. Bei den für stärkere Ströme bestimmten Instrumenten ist der Draht dicker; sein Widerstand beträgt nur etwa 0·75 Ω und der Strom steigt bis etwa 1·33 Amp. Bei der Messung noch stärkerer Ströme werden Nebenschlüsse angewendet (§ 50).

164. Hitzdrahtstrommesser mit Bolometerschaltung.

Die empfindlichste Schaltung eines Hitzdrahtstrommessers ist diejenige von PAALZOW und RUBENS, welche nach Art des Bolometers bewerkstelligt ist, bei welcher also die Temperaturerhöhung des Hitzdrahtes durch seine Widerstandszunahme in einer WHEATSTONEschen Brückenschaltung gemessen wird (WIED. Ann. 1889, S. 529). Der Hitzdraht besteht hier aus vier gleichlangen Stücken von feinem Platindraht, welche zu einem Viereck zusammengesetzt sind; dasselbe wird mit zwei gegenüberstehenden Eckpunkten als Widerstand in eine KIRCHHOFFsche Brückenkombination eingeschaltet, während der zu messende Strom durch die beiden anderen Eckpunkte des Vierecks geleitet wird; die Verschiebung des Gleitkontakts auf dem Brückendraht kann alsdann als Mass für die Stärke des letzteren Stromes dienen.

36. Messung der Spannung mittels Stromstärke und Widerstand.

165. Spannungsmessung mittels des Spiegelgalvanometers.

Nur in seltenen Fällen bedient man sich bei technischen Messungen von Spannungsunterschieden der früher beschriebenen Elektrometer; dies geschieht eigentlich nur bei der Messung sehr hoher Spannungen, besonders solcher von Wechselströmen. Mittlere und niedere Gleichstromspannungen werden in der Regel in der Weise gemessen, dass man zwischen die beiden Punkte einer Leitung, deren Spannungsunterschied bestimmt werden soll, einen geeigneten Strommesser mit möglichst kleinem Reduktionsfaktor und von bekanntem Widerstand, welcher nach Bedarf durch Vorschaltwiderstände erhöht wird, schaltet und den Spannungsunterschied nach dem OHMschen Gesetz durch das Produkt aus Stromstärke mal Widerstand bestimmt.

Zu genanntem Zwecke eignet sich, wenn es sich um Messungen im Laboratorium handelt, jedes beliebige Spiegelgalvanometer, bei welchem die Stromstärke dem Skalenausschlag genügend proportional ist; ist letzteres nicht genau der Fall, so ermittelt man für das Instrument die Korrektionen, durch welche genaue Proportionalität hergestellt wird (§ 112). — Bequem ist es, wenn der Reduktionsfaktor pro 100 Skalenteile Ausschlag einen runden Wert, z. B. $1 \mu A$, besitzt. Bei Spiegelgalvanometern kann man dies durch Veränderung des Skalenabstandes oder, bei der WIEDEMANNschen Form, durch Änderung des Abstandes der Spulen, oder endlich durch geeignete Verstärkung der Horizontalkomponente durch HAUYsche Stäbe (§ 64) erzielen; letztere Methode bietet gleichzeitig noch den Vorteil, dass man unabhängiger von magnetischen Störungen wird. Bei Spulengalvanometern kann man natürlich ebenfalls zur Erzielung eines passenden Reduktionsfaktors den Skalenabstand entsprechend wählen; man kann aber auch die Stärke und Länge des Aufhängedrahtes ändern oder das magnetische Feld durch passende magnetische Nebenschlüsse aus weichem Eisen so weit schwächen, dass der gewünschte Reduktionsfaktor erzielt wird. Das Spulengalvanometer besitzt vor dem Nadelgalvanometer jedenfalls den Vorzug grösserer Unabhängigkeit von äusseren magnetischen Störungen, obgleich es dagegen nicht absolut gesichert ist; so hat auf die Angaben der WESTONschen Zeigergalvanometer (§ 82) sogar die Orientierung des Instruments gegen den Erdmagnetismus noch einen, wenn auch geringen Einfluss auf die Grösse des durch eine bestimmte Stromstärke erzielten Ausschlags.

Auf alle Fälle ist es wünschenswert, wenn die Spulen von Galvanometern, welche zur indirekten Spannungsmessung bestimmt sind, um einen möglichst konstanten, von Temperaturänderungen unabhängigen Widerstand zu erhalten, aus einer Legierung mit kleinem Temperaturkoeffizienten hergestellt sind, z. B. aus Manganin. Aus demselben Material würden vor allen Dingen auch die zur Ergänzung des Galvanometerwiderstandes dienenden Vorschaltwiderstände herzustellen sein.

166. Spannungsmessung mittels des Torsionsgalvanometers und des Westonschen Galvanometers.

Für technische Messungen, besonders ausserhalb des Laboratoriums, verwendet man anstatt der Spiegel- besser Zeigergalvanometer. Zu diesem Zwecke hat die Firma SIEMENS & HALSKE ihr in § 56 beschriebenes Torsionsgalvanometer konstruiert, und zwar zunächst dasjenige mit einem Multiplikator von 1 Ω Widerstand und dem Reduktionsfaktor 0·1 Amp.

pro 100 Skalenteile Torsion. Für dieses Instrument braucht man somit, da die Torsion etwa bis 170 Skalenteile erreichen kann, um damit Spannungen bis 0·17 Volt zu messen, keinen Vorschaltwiderstand, während für den Messbereich bis zu 1·7 V. ein solcher von 9 Ω, für 17 V. von 99 Ω, für 170 V. von 999 Ω und für 1700 V. von 9999 Ω erforderlich ist. Da diese Widerstände, damit sie sich durch die Stromstärke von 0·17 Amp. nicht zu stark erwärmen, aus Manganindraht von mindestens 0·4 mm Stärke hergestellt sein müssen, so wird der von 9999 Ω ziemlich schwer und teuer. Ausserdem geht im Stromkreis eines solchen Spannungsgalvanometers ziemlich viel elektrische Energie verloren und die verhältnismässig hohe Stromstärke kann bei manchen Untersuchungen unbequem werden. Deshalb hat die Firma Siemens & Halske später für die Spannungsmessung das Torsionsgalvanometer von 100 Ω Widerstand konstruiert. Da bei diesem Instrument der Reduktionsfaktor 0·01 Amp. für 100 Skalenteile Torsion beträgt und sein Messbereich bis 0·017 Amp. reicht, so kann man damit direkt Spannungen bis 1·7 V. messen, während man für solche bis 17, 170 oder 1700 V.

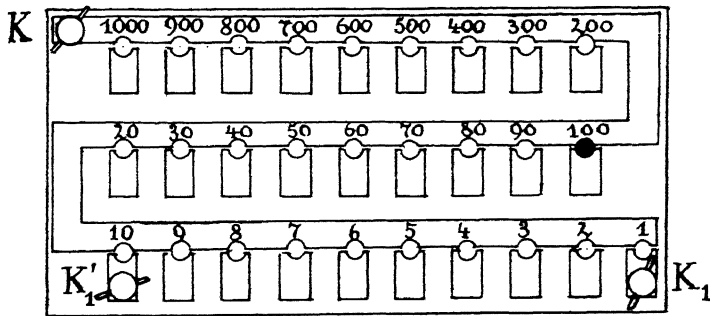



Fig. 234.

Vorschaltwiderstände von 900, 9900 und 99900 Ω braucht. Der geringeren Stromstärke wegen genügt aber hier Manganindraht von 0·15 mm Durchmesser, so dass diese Vorschaltwiderstände weniger schwer und erheblich billiger ausfallen.

Statt der Torsionsgalvanometer verwendet man gegenwärtig für die Zwecke der Spannungsmessung fast ausschliesslich Spulengalvanometer mit direkter Zeigerablesung, deren Konstruktion und Vorzüge bereits in § 82 geschildert worden sind. Für Laboratoriumszwecke empfehlen sich auch hier Instrumente von 100 Ω Widerstand mit dem Reduktionsfaktor 0·01 Amp. für 100 Skalenteile Ausschlag. Die Skala enthält gewöhnlich 150 Teilstriche; um also bis zu 1500 Volt messen zu können, muss auch hier der Vorschaltwiderstand bis auf 99900 Ω erhöht werden.

167. Einrichtung der Vorschaltwiderstände.

Um alle möglichen Spannungen mit möglichster Genauigkeit mit einem Galvanometer messen zu können, empfiehlt es sich, dem Widerstand die in Figur 234 schematisch dargestellte Anordnung zu geben. Der eine der beiden Punkte, zwischen welchen die Spannung gemessen werden soll, wird an die Klemme K des Widerstandskastens angeschlossen, der andere an die eine Klemme des Galvanometers, während die andere mit der zweiten Klemme K_1 des Widerstandskastens verbunden ist. Zwischen den Messingklötzen 1 2, 2 3, . . ., 9 10 sitzen Widerstände von je 100, zwischen 10 20, 20 30, . . .,

90 100 solche von je 1000, endlich zwischen 100 200, 200 300, . . ., 900 1000 solche von je 10000 Ω. Ein Stöpsel gestattet, die einzelnen Klötze mit den Messingschienen zu verbinden. Schienen, Klötze und Widerstandsrollen werden von einer starken Hartgummiplatte getragen; die letzteren sind zum Schutz von einem mit Lüftungsöffnungen versehenen Mahagonikasten umgeben. Die auf den Klötzen stehenden Zahlen stellen die Multiplikatoren dar, mit welchen man die aus dem Skalenausschlag bei 100 Ω Widerstand sich ergebenden Spannungen zu multiplizieren hat, um die gemessene Spannung zu erhalten. Den Vorteil, jede Spannung durch einen möglichst grossen Ausschlag messen zu können, erkauft man allerdings mit der Unbequemlichkeit, dass man die abgelesenen Werte erst mit einem Multiplikator, der nicht immer eine Potenz von 10 ist, multiplizieren muss. Die Klemme K_1' dient zum Anschluss eines Messinstruments mit 1000 Ω Widerstand.

Die Widersstandspulen der Vorschaltwiderstände selbst müssen, um elektromagnetische Störungen zu vermeiden, bifilar gewickelt sein; der besseren Isolation und geringeren elektrostatischen Kapazität wegen ist es zu empfehlen, dabei die 10000 Ω-Spulen in mindestens 5, besser 10 Abteilungen zu wickeln, die man dann hintereinander schaltet. — Ferner empfiehlt es sich, der besseren Abkühlung wegen die Spulen, auf welche man die Drähte aufwickelt, aus möglichst dünnem Pressspan herzustellen. Noch zweckmässiger wickelt man den Draht auf kreuzförmige Träger aus Pressspan, so dass die einzelnen Windungen quadratisch werden, und der Draht von allen Seiten mit der Luft in Berührung ist; man kann dann 0·1 mm starken, doppelt mit Seide umsponnenen Manganindraht ohne Gefahr zu starker Erwärmung bis 0·03 Amp. belasten.

168. Hitzdraht-spannungsmesser.

Auch die in §§ 162 und 163 beschriebenen Hitzdrahtgalvanometer lassen sich zur Spannungsmessung verwenden. Man wird zu diesem Zwecke einen möglichst dünnen Hitzdraht verwenden, damit der Stromverbrauch dieser Instrumente und infolgedessen, namentlich bei höheren Spannungen, der Verbrauch an elektrischer Energie nicht zu gross wird.

Am bequemsten sind für die technische Verwendung natürlich die Zeigerinstrumente; solche werden von der Firma Hartmann & Braun für sehr verschiedene Messbereiche bis hinauf zu etwa 250 Volt geliefert. Die Hitzdraht-Spannungsmesser haben den Vorteil, dass ihre Angaben unabhängig von der Stromrichtung sind, dass man also bei Gleichstrommessungen nicht erst auf das Vorzeichen der Pole zu achten braucht; ferner, dass sie gegen magnetische Störungen ganz unempfindlich sind. Sie haben aber gegen die elektromagnetischen Galvanometer den Nachteil eines erheblich höheren Stromverbrauchs, wodurch sie für manche Messungen ungeeignet werden können.

Von den Elektrodynamometern und Stromwagen (§§ 90—96) soll hier nur kurz erwähnt werden, dass sie ebenfalls für Spannungsmessungen verwendet werden können; dieselben haben indessen nur für Wechselstrommessungen praktische Bedeutung; nur ihre Eichung geschieht stets mit Gleichstrom.

37. Die Spannungsmessung nach dem Kompensationsverfahren.

169. Prinzip des Kompensationsverfahrens.

Die Vergleichung bezw. Messung von elektromotorischen Kräften und Spannungsunterschieden nach dem Kompensationsverfahren erfordert ausser einem zuverlässigen Spannungsetalon,

wozu man jetzt ausschliesslich das CLARKsche oder noch besser WESTONsche Normalelement (§ 109) benutzt, und geeigneten Widerständen nur ein gewöhnliches, genügend empfindliches Galvanoskop; die Methode ist eine sogenannte Nullmethode, ähnlich den im dritten Kapitel beschriebenen Nullmethoden für Widerstandsmessungen, und bietet für die Spannungsmessung dieselben Vorteile, wie jene für die Widerstandsmessung.

Die Kompensationsmethode wurde zuerst 1841 von POGGENDORFF zur Vergleichung der elektromotorischen Kräfte galvanischer Elemente, besonders nicht konstanter, verwendet. Eine Hilfsbatterie B von möglichst konstanter und genügend hoher EMK ist durch einen Widerstand R geschlossen (Fig. 235). Dieselbe erzeugt einen Strom J, dessen Stärke an einem Strommesser S abgelesen werden kann. Das zu messende Element e wird wird nun unter Zwischenschaltung des Galvanometers G und des Unterbrechers U an einen Teil r von R so angelegt, dass der Abzweigungsstrom,

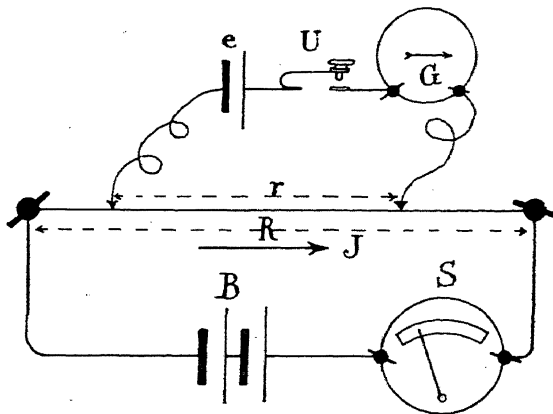



Fig. 235.

welcher ohne das Element e durch den Galvanometerzweig fliessen würde, der EMK e des Elements entgegengesetzt gerichtet ist. Man reguliert alsdann r und eventuell J so, dass das Galvanometer beim Schliessen des Unterbrechers keinen Strom mehr anzeigt. Alsdann ist nach dem OHMschen Gesetz:

$$e = J r.$$

Legt man dann ein anderes Element e' an und hat, wenn das Galvanometer wieder stromlos ist, die Stromstärke J' und den Widerstand r', so ist ebenso:

$$e' = J' r'.$$

Somit ist

$$e : e' = J r : J' r'.$$

Um von der Zuverlässigkeit des Strommessers unabhängig zu werden, empfiehlt es sich, hierbei J konstant zu halten. Dann ist

$$e : e' = r : r'.$$

Ist nun etwa e bekannt, indem man z. B. eines der in §§ 108 und 109 beschriebenen Normalelemente verwendet, so ist

$$e' = e \cdot \frac{r'}{r}$$

und

$$E = e \cdot \frac{R}{r}.$$

Ist die Hilfsbatterie genügend konstant, indem man dafür etwa eine Akkumulatorenbatterie benutzt, so kann man den Strommesser ganz weglassen und erhält dann das Verfahren, welches 1862 du Bois-Reymond zur Messung von elektromotorischen Kräften anwandte. Die zweite Formel zeigt zugleich, wie man nach diesem Verfahren auch beliebig hohe Spannungsunterschiede mittels eines Normalelements messen kann, indem man den Widerstand R hinreichend gross wählt.

Wenn es sich nur um die Vergleichung bezw. Messung der EMK oder der Klemmenspannung von Batterien aus wenigen Elementen handelt, genügt als Widerstand R ein einfacher Messdraht mit Schleifkontakten, während man für höhere Spannungen etwa die Thomson-Varleysche Brücke (§ 157) oder den Edelmannschen Kurbelmessdraht (§ 158) verwenden könnte.

Um die Arbeit bei der Berechnung des Resultats möglichst zu reduzieren, macht man zweckmässig bei gegebenem konstanten e den Widerstand r konstant, und zwar gewöhnlich = 10, 100, 1000 oder 10000 $\times\, e$, so dass also der Quotient $\frac{e}{r}$ sich auf 0·1, 0·01, 0·001 oder 0·0001 reduziert; derselbe giebt, wenn e in Volt und r in Ohm gegeben ist, den in r und R fliessenden Strom in Ampère an. Derartige Widerstandskombinationen bezeichnet man als Kompensationsapparate oder Kompensatoren.

170. Kompensator von Feussner. Nachdem durch die umfassenden Untersuchungen der Phys.-techn. Reichsanstalt die Konstanz und Brauchbarkeit des Clark schen Normalelements erwiesen worden war, wurde zuerst von Feussner ein solcher Kompensator konstruiert, welcher zu genauen technischen Spannungsmessungen brauchbar war und, zweckentsprechende Behandlung des Normalelements vorausgesetzt, bei diesen Messungen eine erheblich grössere Genauigkeit zu erreichen gestattete, als die Messungen mit dem sogenannten Spannungsgalvanometer (Zeitschr. f. Instrk. 1890, S. 117). Bei dieser ursprünglichen Form des Feussner schen Kompensators wurden Stöpselrheostaten verwendet, welche bei der in Fig. 236 schematisch dargestellten neuesten Konstruktion dieses Apparates von Otto Wolff in Berlin (Zeitschr. f. Instrk. 1901, S. 227) durch die bequemeren Kurbelwiderstände ersetzt worden sind. — Auf einer Hartgummiplatte befinden sich zunächst die beiden einfachen Kurbelrheostaten von 14 $\times$ 1000 und 9 $\times$ 100 Ω, an welche drei doppelte Kurbelrheostaten von je 9 $\times$ 10, 9 $\times$ 1 und 9 $\times$ 0·1 Ω sich anschliessen. Der Widerstand R für die an die Klemmen B angeschlossene Hilfsbatterie ist sonach, wie leicht ersichtlich, unabhängig von der Stellung der beiden einfachen und der drei doppelten Kurbeln gleich 14999·9 oder rund 15000 Ω; die EMK dieser Hilfsbatterie muss grösser sein als diejenige des bei N angesetzten Normalelementes oder als ein mit dieser zu vergleichender unbekannter Spannungsunterschied, welcher bei X angeschlossen ist. Mit den Klemmen G ist das Galvanometer verbunden. Der Umschalter links ge-

stattet, an Stelle des Normalelements den Spannungsunterschied X zu bringen, während der Schalter rechts den Stromkreis des Galvanometers ganz zu unterbrechen (Kontakt ∞) oder letzteres entweder **mit** einem Ballastwiderstand von 100000 Ω oder **ohne** solchen einzuschalten gestattet; dieser Ballastwiderstand ist vorhanden, um bei noch unvollkommener Kompensation das Galvanometer, vor allem aber das Normalelement gegen zu starke Ströme zu schützen.

Der Stromkreis von B ist in der Figur durch ausgezogene, derjenige des Normalelements, bezw. von X, durch punktierte Linien bezeichnet. Es würden somit bei der gezeichneten Stellung der Kurbeln die Enden des aus dem Normalelement, dem Galvanometer und dem Ballastwiderstand 100000 Ω bestehenden Kompensationsstromkreises an dem Widerstande 6251·7 Ω liegen.

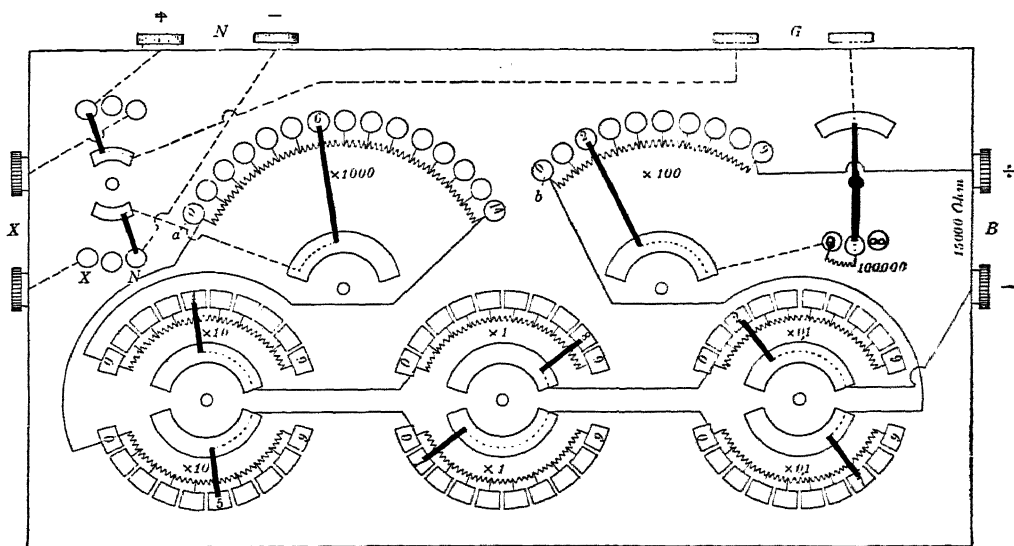



Fig. 236.

Ist die Kompensation bei dieser Stellung des Galvanometerschalters so nahe erreicht, dass das Galvanometer keinen merkbaren Ausschlag mehr zeigt, so schaltet man den Ballastwiderstand aus und kompensiert durch weiteres Drehen der Kurbeln, bis auch jetzt das Galvanometer stromlos ist. Da dies natürlich nur zufällig genau der Fall sein wird, kann man die letzte Stelle durch Interpolation aus zwei Galvanometerausschlägen bestimmen. In der Figur liegt z. B. N an 6251·7; gäbe dabei das Galvanometer etwa 15 Skalenteile Ausschlag nach links, wenn die Zehntelkurbel auf 8 gestellt wird aber 35 nach rechts, so würde die nächste Stelle 150 : 50 = 3 Einheiten erhalten müssen, d. h. der genaue Wert von r wäre 6251·73.

Um die Rechnung zu erleichtern, stellt man die Kurbeln vorher auf einen Wert r ein, welcher dem 10000fachen der EMK des verwendeten Normalelements entspricht, also, wenn man etwa ein Clark-Element bei 15° C. benutzt, auf 14328·5 Ω. Man schaltet alsdann in den Stromkreis der Hilfsbatterie, welche in diesem Falle durch einen **einzelnen** Akkumulator gebildet werden kann, ebenfalls einen Kurbelrheostaten und reguliert letzteren, bis das Galvanometer stromlos wird. Alsdann ist

$$= 0{\cdot}0001 \text{ Amp.},$$

und der Spannungsunterschied zwischen den Klemmen B beträgt 1·4999 oder rund 1·5 Volt. Man kann also jetzt an den Klemmen X Spannungsunterschiede bis zu dieser Grösse messen; wäre also etwa die Einstellung, für welche G bei Einschaltung von X stromlos wird, mit Interpolation in der oben beschriebenen Weise = 6251·73 gefunden worden, so wäre

$$X = 0{\cdot}625173 \text{ Volt.}$$

Die Klemmenspannung der Hilfsbatterie würde man finden, wenn man 15000 Ω, vermehrt um den ausserdem noch durch den Kurbelrheostaten im Stromkreis B eingeschalteten Widerstand R', mit 0·0001 Amp. multiplizierte; reicht also der Rheostat R' etwa bis 150000 Ω, so könnte man im Stromkreis B nach Spannungen bis zu 165000 · 0·0001 = 16·5 Volt messen. — Für noch höhere Werte müsste der Rheostat R' noch grösser sein. Anstatt dessen stellt man aber dann zweckmässiger die Kurbeln des Stromkreises des Normalelements so ein, dass dessen Widerstand nur noch den zehnten Teil so gross ist wie anfangs, also bei einem CLARKschen Normalelement bei 15° auf 1432·8 Ω (oder bei einem WESTONschen Normalelement auf 1019·0 Ω) und kompensiert durch Verändern von R'. Dann ist

$$\frac{e}{r} = 0{\cdot}001 \text{ Amp.,}$$

und die im Stromkreise B wirkende Spannung gleich

$$(R' + 15000) \cdot 0{\cdot}001 \text{ Volt.}$$

Mit einem bis 150000 Ω reichenden Rheostaten R' käme man jetzt sonach bis 165 V. Macht man r dagegen nur halb oder drittel so gross wie zuletzt, so wird

$$= 0{\cdot}002 \text{ bezw. } 0{\cdot}003 \text{ Amp.}$$

und die im Stromkreis B wirkende Spannung wird doppelt bezw. dreimal so gross. Man kann in dieser Weise mittels des beschriebenen Kompensators Spannungen bis zu 1650 Volt mit einer der Genauigkeit der Widerstände und Normalelemente entsprechenden Genauigkeit messen, wenn man noch einen Rheostaten von 150000 Ω zur Verfügung hat, dessen Widerstände Ströme bis 0·01 Amp. vertragen.

171. Kompensator von Raps. Bei dem Kompensator der Firma SIEMENS & HALSKE, welcher von RAPS konstruiert worden ist (E T Z 1895, S. 501), ist die Verwendung eines WESTONschen Normalelements (§ 109) mit der konstanten, von Temperaturschwankungen unabhängig vorausgesetzten EMK 1·019 Volt besonders ins Auge gefasst worden. Dementsprechend sind die Widerstände, denen der das Normalelement, das Galvanometer nebst Vorschaltwiderstand und den Stromschlüssel enthaltende Kompensationsstromkreis parallel geschaltet ist, konstant und können nach Belieben gleich 10190, 1019 oder 101·9 Ω gewählt werden, so dass $\frac{e}{r}$ bei stromlosem Galvanometer die Werte 0·0001, 0·001 oder 0·01 A annehmen kann. — Die Schaltung des Apparats ist in Fig. 237 schematisch dargestellt, und zwar geben zunächst die dicken Linien den Stromlauf bei der Messung von Spannungen an, welche höher als die EMK des Normalelements sind.

Diese Messungen werden nach dem Schema Fig. 235 ausgeführt, wobei E die zu messende Spannung und $e = 1{\cdot}019$ Volt die EMK des Normalelements bedeutet; je nachdem das Normalelement durch Ziehen des entsprechenden Stöpsels des Widerstandssatzes W (Fig. 237) an 10190, 1019 oder 101·9 Ω angesetzt wird, ist $E = 0{\cdot}0001$, $0{\cdot}001$ oder $0{\cdot}01 \times R$, wenn R gleich der Summe des in W gestöpselten und des zwischen die Klemmen $A\,A_1$ eingeschalteten Widerstandes gesetzt wird. Die zu messende Spannung wird an die Klemmen $\pm X$ gelegt, und der dreifache Umschalter L auf „hohe Spannung" eingestellt; der Umschalter L_1 bleibt auf Stellung „N" (Normalelement) stehen; die Kurbelrheostaten K, K_1, K_2, K_3 und B sind ganz ausgeschaltet. Als Rheostat zwischen $A\,A_1$ dient zweckmässig der in § 122 beschriebene Kurbelrheostat, der bis 160000 Ω reicht, sonach R bis auf 170190, 161019 oder 160102 Ω zu bringen gestattet, je nach der Grösse des bei W

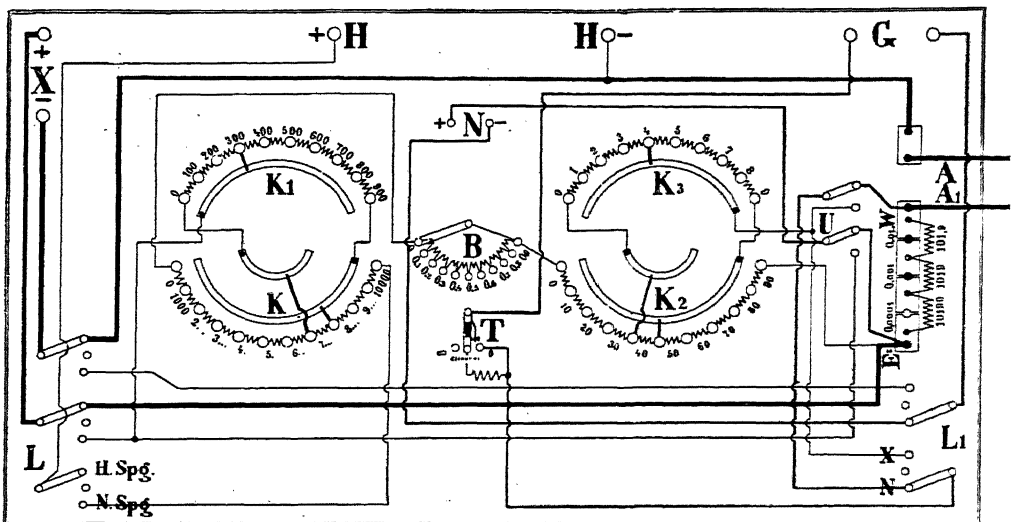



Fig. 237.

gestöpselten Widerstandes. Die Spannung bei X kann also dann bis 17161 oder 1600 Volt betragen. Bei G ist das Galvanometer angeschlossen, das Normalelement bei $\pm N$; der Umschalter U befindet sich in der in Fig. 237 gezeichneten Stellung. Im Kompensationsstromkreis liegt ausserdem noch eine Kurbel mit Taster T, mittels welcher dieser Stromkreis ganz unterbrochen (∞) oder mit einem Ballastwiderstand von 100000 Ω oder, nach nahezu erreichter Kompensation, ohne letzteren vorübergehend oder (durch Umlegen des Tasterknopfes) auch dauernd geschlossen werden kann.

Bei der Messung niederer Spannungen, welche ebenfalls an die Klemmen $\pm X$ angeschlossen werden, legt man zunächst den Schalter L auf Niederspannung. Zwischen die Klemmen $\pm H$ schaltet man eine Hilfsbatterie, deren Stromlauf in Fig. 237 durch dünne Linien dargestellt ist. Dieser Stromkreis besteht also, vom $+$-Pol angefangen, zunächst aus $11 \times 1000\,\Omega$, auf deren 12 Kontaktknöpfen die Arme der Doppelkurbel K schleifen, sodann, je nach der Stellung der Kurbel, aus 0 bis $10 \times 0{\cdot}1\ \Omega$ bei B, sodann aus $10 \times 10\,\Omega$, auf deren 11 Kontaktklötzen die Arme der Doppelkurbel K_2 schleifen, so-

dann aus dem in W gestöpselten Widerstand von 10190, 1019 bezw. 101·9 Ω, endlich aus dem eventuell zwischen A und A_1 eingeschalteten Rheostatenwiderstand. — Zwischen den Armen der Doppelkurbel K liegt eine Reihe von $9 \times 1000\ \Omega$, welche sonach immer einem der Widerstände der Tausenderreihe parallel geschaltet ist; ebenso liegt zwischen den Enden der Doppelkurbel K_2 eine Reihe von $9 \times 10\ \Omega$, welche immer einem der Widerstände der Zehnerreihe parallel geschaltet ist. Sonach ist der Gesamtwiderstand des Stromkreises der Hilfsbatterie

$$= 10 \times 1000 + \frac{1000 \times 9000}{1000 + 9000} + 9 \times 10 + \frac{10 \times 90}{10 + 90}$$

+ eventuell $10 \times 0{\cdot}1 + W +$ eventuell AA_1, d. h. im ganzen eventuell

$$11000 + W + AA_1 \text{ Ohm.}$$

Da nun bei $W = 10190\ \Omega$ der Strom in diesem Stromkreis $= 0{\cdot}0001$ Amp., bei $W = 1019\ \Omega$ gleich 0·001 Amp., bei $W = 101{\cdot}9\ \Omega$ gleich 0·01 Amp. sein muss, wenn der das Normalelement N enthaltende Kompensationsstromkreis stromlos sein soll, so muss in diesen drei Fällen die Hilfsbatterie eine EMK

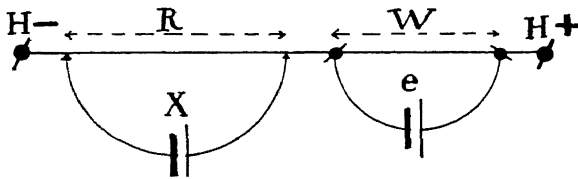



Fig. 238.

von etwas über 2·12 Volt, 12 Volt oder 111 Volt besitzen, und es kann alsdann X bis 1·1, 11 bezw. 110 Volt betragen. Wegen der unbequemen Grösse der Hilfsbatterie benutzt man bei dieser Schaltung den Widerstand $W = 101{\cdot}9\ \Omega$ überhaupt nicht und verwendet bei $W = 10190\ \Omega$ eine Hilfsbatterie von 2, bei $W = 1019\ \Omega$ eine solche von sieben Akkumulatoren.

Bei der Ausführung der Messung stellt man nun den Umschalter L_1 zunächst auf N und kompensiert durch Regulieren am Rheostaten AA_1, stellt also in dem oben beschriebenen Stromkreis der Hilfsbatterie, je nach dem Wert von W, die Stromstärke 0·0001 oder 0·001 Amp. her. Alsdann stellt man den Umschalter L_1 auf X und legt damit $-X$ durch das Galvanometer und den Kurbeltaster T hindurch an die Kurbel K_3, während $+X$ durch L mit K_1 direkt verbunden ist. Alsdann dreht man erst die Kurbel K, dann der Reihe nach K_1, K_2, K_3, endlich, wenn nötig, B, bis das Galvanometer abermals stromlos ist. Alsdann ist die Spannung X gleich der Stromstärke 0·0001 bezw. 0·001 Amp. multipliziert mit der Summe der von den Kurbeln K, K_1, K_2, K_3 und B angegebenen Tausender-, Hunderter-, Zehner-, Einer- und Zehntel-Ohm, also z. B. bei der Stellung Fig. 237 gleich 0·73440 Volt. Es ist nämlich die Schaltung jetzt nach dem Schema Fig. 238 ausgeführt, sonach

$$X = \frac{e}{W} \cdot R,$$

wo R den zwischen den beiden Kurbeln K_1' und K_3' liegenden Widerstand bezeichnet. Um aber R in möglichst bequemer Weise zu finden, nennen wir den auf einen Widerstand der Tausenderreihe kommenden Spannungsabfall 1000, dann ist derjenige für das Tausenderstück, zu welchem durch die Kurbel K die Reihe von 9000 Ω parallel geschaltet ist, nur 900, somit derjenige zwischen der Kurbel K_1 und dem linken Arm von K' gleich

$$900 \; \frac{3000}{9000} = 300,$$

also so gross, als er für einen Widerstand von 300 Ω sein würde. Für die Stücke der Zehnerreihe ist der Spannungsabfall alsdann = 10, für dasjenige, welchem durch die Doppelkurbel K_2' die $9 \times 10\ \Omega$ parallel geschaltet sind, nur 9, und zwischen K_3 und dem linken Arm der Doppelkurbel K_2' gleich

$$9 \cdot \frac{40}{90} \quad 4,$$

also so gross, als er einem Widerstande von 4 Ω entsprechen würde. Auf jeden Widerstand der Zehntelreihe B endlich ist der Spannungsabfall 0·1; während aber durch beliebiges Verstellen der vier Kurbeln K, K_1', K_2, K_3' der Gesamtwiderstand des Stromkreises der Hilfsbatterie nicht geändert wird, ändert sich derselbe durch Verstellung von B, und zwar um maximal 1 Ω auf mehr als 20000 bezw. 11000 Ω, d. h. selbst im ungünstigsten Falle um weniger als der Genauigkeitsgrenze des Normalelements entspricht, so dass die Änderung der Gesamtstromstärke, welche durch die Drehung der Kurbel B verursacht wird, auf die Genauigkeit der Messung ohne Einfluss ist.

Will man statt des WESTONschen ein anderes, z. B. ein CLARKsches Normalelement benutzen, so kann das bei der zuletzt beschriebenen Schaltung geschehen, indem man den Widerstand W ganz stöpselt, den Umschalter U umlegt und dadurch das an die Klemmen $+ N$ (nach Lösung der Verbindung derselben mit dem im Apparatkasten selbst untergebrachten WESTON-Element) angeschlossene, neue Normalelement bei der Stellung N des Schalters L_1 an die Kurbeln K_1' und K_3 anlegt. Hat man also z. B. ein CLARK-Element bei einer Temperatur von 19°, wobei nach § 108 die EMK desselben = 1·4280 Volt ist, so stellt man Kurbel K auf 1000, Kurbel K_1 auf 400, Kurbel K_2 auf 20 und Kurbel K_3 auf 8, während B auf Null stehen bleibt. Man kompensiert nun bei Stellung N gerade wie vorhin mit dem WESTON-Element. Will man alsdann X messen, so legt man erst U, dann L_1 um, kompensiert wieder und berechnet X genau so wie oben, wobei die mit 1000 bezeichnete Einheit den Wert 1 Volt besitzt.

172. Kompensator von Franke.

Einfacher und billiger, und dabei für die meisten technischen Verwendungen ausreichend, ist der Kompensator von FRANKE (ETZ 1897, S. 318), dessen neueste Einrichtung in Fig. 239 dargestellt ist; Fig. 240 ist das Schaltschema dieses Apparats. Derselbe besteht zunächst aus einer Reihe von 16 Kontaktklötzen, zwischen welchen 15 gleiche Widerstände von je 4 Ω sitzen. Vor diese Reihe ist ein etwa 25 cm langer Messdraht von gleichem Widerstande geschaltet. Die Enden dieser 16 Widerstände von je 4 Ω liegen an den mit $H +$ bezeichneten Klemmen. An diese Klemmen wird der aus einem Akkumulator und einem Regulierwiderstand bestehende

Hilfsstromkreis angeschlossen, und die Stromstärke so reguliert, dass in den 64 Ω ein Strom von 0·025 Amp. fliesst. Dies erkennt man entweder an einem in diesen Stromkreis gleichzeitig eingeschalteten Spulengalvano-

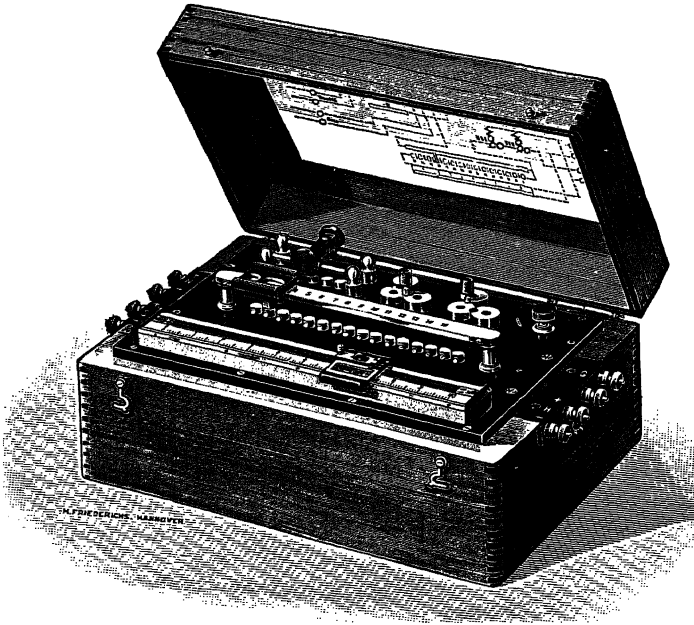



Fig. 239.

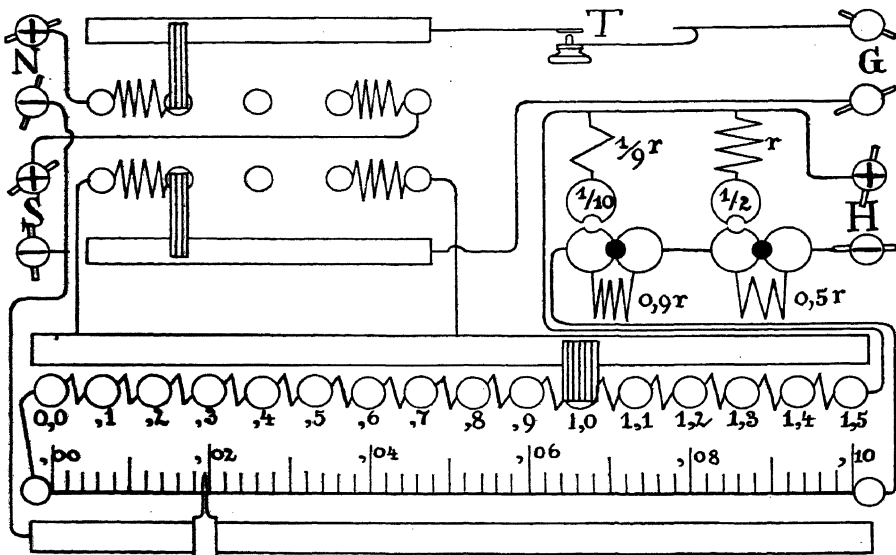



Fig. 240.

meter von grosser Empfindlichkeit, dessen Skala verkürzt ist und die Normalstromstärke auf $\frac{1}{5000}$ ihres Wertes genau einzustellen gestattet; oder man stellt den Normalstrom durch Kompensation mit einem Normalelement ein.

Fig. 241.

Zu diesem Zwecke gleitet auf den Kontaktknöpfen ein Schlitten mit Schleiffeder, auf dem Messdraht ein solcher mit Kontaktrolle. Mit letzterem ist der —-Pol des Normalelements verbunden, während der +-Pol mittels eines aus Fig. 240 leicht verständlichen Umschalters entweder unter Zwischenschaltung von 100000 Ω, oder direkt an die Klemmen G des Galvanometers und durch dieses hindurch an den auf den Kontaktknöpfen schleifenden Schlitten angeschlossen ist. Ein Taster T dient für diesen Stromkreis als Stromschlüssel. Man würde, um im Kompensator die Stromstärke 0·025 Amp. zu erhalten, den einen Schlitten auf den 11., mit 1·0 bezeichneten Klotz einstellen müssen, den anderen Schlitten aber auf den Teilpunkt 19 der hundertteiligen Skala des Messdrahtes, und dann den Hilfsstromkreis so lange zu regulieren haben, bis das Galvanometer auch nach Ausschalten der 100000 Ω stromlos ist. Bei einem Clark-Element von 15° hätte man die Schlitten bezw. auf Klotz 15 (1·4) und Teilstrich 32·85 einzustellen. Die durch Kompensation zu messende Spannung schaltet man an die Klemmen $S\pm$, schiebt den Doppelschlitten des Galvanometerumschalters auf die S-Seite und kompensiert durch Verschieben der beiden Schlitten den Strom im Galvanometerkreis; stände dann etwa der eine Schlitten auf dem 5. Klotz (0·4), der andere auf Teilstrich 58·6, so würde die Spannung an $S = 0{\cdot}4586$ Volt betragen.

Die so direkt zu messende Spannung könnte maximal 1·6 Volt betragen. Hat man höhere Spannungen zu messen, so legt man diese an einen Widerstand von 100000 Ω und zweigt die nach den Klemmen S führenden Leitungen vom 10., 100. bezw. 1000. Teil dieses Widerstandes ab. Hierzu dient ein besonderer Widerstandskasten, dessen äussere Ansicht Fig. 241, dessen Schaltung aber Fig. 242 erkennen lässt. Man kann so den Messbereich bis 16, 160 bezw. 1600 Volt erweitern.

Will man kleinere Spannungen genauer messen, so kann man, ohne die Stromstärke im Hilfsstromkreis zu ändern, zum Kompensatorwiderstand $r = 64\ \Omega$ die Widerstände r bezw. $\frac{1}{9} r$ parallel schalten, wodurch sich der Strom in r auf 0·0125 bezw. 0·0025 Amp. erniedrigt. Gleichzeitig schaltet man 0·5 r bezw. 0·9 r vor, so dass der Gesamtwiderstand des Hilfsstromkreises ungeändert bleibt. Diese Schaltungen bewerkstelligt man mittels der in Fig. 240 rechts ge-

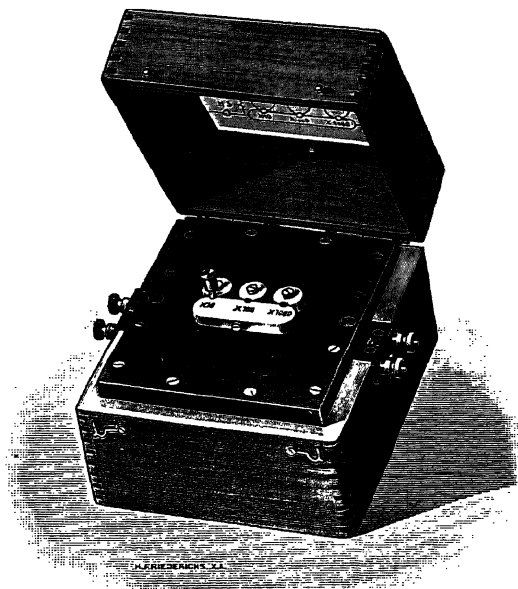
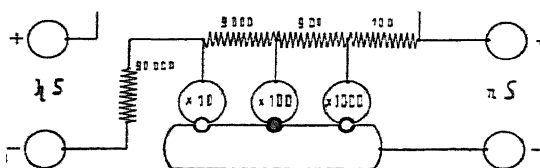



Fig. 242.

zeichneten Stöpsel, welche man bezw. in das mit $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{10}$ bezeichnete Stöpselloch einsetzt. Die an *S* angelegte Spannung ist dann nur 0·5- bezw. 0·1 mal so gross wie ohne Nebenschluss.

Bei einem vollkommeneren Apparat ist hinter 14 × 20 Ω, welche zwischen 15 Kontaktklötzen liegen, eine Reihe von 11 × 2 Ω, zwischen 12 Klötzen liegend, geschaltet, und wie beim THOMSON-VARLEYschen Messdraht (§ 157) wird der Messdraht von 4 Ω Widerstand durch einen Doppelkontakt immer parallel zu je zwei der letzteren geschaltet. Die direkte Ablesung giebt dann noch eine Dezimale mehr. Bei einem weiteren Apparat ist der Schleifdraht durch zwei Reihen von Widerständen mit zwei solchen Doppelkontakten und eine Reihe mit einfachem Schleifkontakt ersetzt, bei der vollkommensten Konstruktion sogar durch drei Reihen von Widerständen mit Doppelkontakt und eine Reihe mit einfachem Kontakt. Die letztgenannten Apparate sind also Anwendungen der THOMSON-VARLEYschen Drahtbrücke für die Messungen nach dem Kompensationsverfahren.

173. Kompensator von Wilsmore. Weniger bequem für elektrotechnische Messungen und in erster Linie besonders für elektrochemische Untersuchungen bestimmt ist der Kompensator von WILSMORE (ETZ 1901, S. 997). Derselbe besteht (Fig. 243) aus

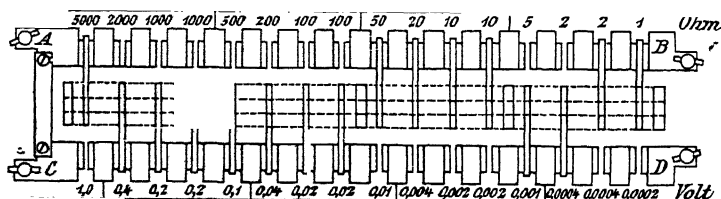



Fig. 243.

zwei Reihen von Widerständen, jede im ganzen 10000 Ω enthaltend, welche durch die Brücke *AC* hintereinander geschaltet sind. Durch Umlegen der entsprechenden Schalthebel werden die Widerstände der einen Reihe kurz geschlossen und dadurch ausgeschaltet, während die entsprechenden der anderen Reihe eingeschaltet werden, so dass der Widerstand zwischen den Klemmen *B* und *D* konstant 10000 Ω beträgt.

Will man nun den Apparat für die Messung von Spannungen bis zum Betrage von 2 Volt benutzen, so schaltet man zwischen die Klemmen *B* und *D* einen Akkumulator mit so konzentrierter Säure, dass seine Klemmenspannung bei dem aus ihm entnommenen, sehr schwachen Strom von 0·0002 Amp. reichlich 2 Volt beträgt; in den Stromkreis dieses Elements schaltet man ausserdem einen Regulierwiderstand. Zwischen *C* und *D* kommt nun zunächst das Normalelement mit Stromschlüssel, Galvanometer und abschaltbarem Vorschaltwiderstand, und man schaltet in der vorderen Reihe, welche die Bezifferung in Volt trägt (unter der Voraussetzung, dass die Spannungsdifferenz zwischen *B* und *D* genau 2 Volt beträgt) so viel Widerstände ein, als der EMK des verwendeten Normalelements entspricht (also z. B. 5095 Ω, wenn man ein WESTON-Element von 1·019 Volt verwendet), und reguliert alsdann den Vorschaltwiderstand im Stromkreis des Akkumulators, bis das Galvanometer stromlos wird. Ersetzt man nachher das Normalelement durch den zu messenden Spannungsunterschied, und reguliert den Widerstand der vorderen Reihe so lange, bis das Galvanometer wiederum stromlos ist, so erhält man

den Wert der zu messenden Spannung, indem man einfach diejenigen Voltwerte der vorderen Reihe addiert, bei welchen kein Schalthebel liegt.

Bei diesem Apparat ist also jedenfalls die Ablesung weniger bequem, als bei den drei früher beschriebenen. Ausserdem dürfte derselbe der vielen Federkontakte wegen auch kaum billiger sein, als z. B. der weit vollkommenere FRANKEsche Apparat.

174. Kompensator von Thiermann.

Ein ganz anderes Prinzip ist endlich bei dem Kompensator von THIERMANN (ETZ 1895, S. 387) angewendet, dessen neueste Ausführung von HEYCK beschrieben worden ist (ETZ 1901, S. 871). Bei diesem System hat man zwei geschlossene Stromkreise, in deren einen das Normalelement N eingeschaltet ist, während der andere den zu messenden Spannungsunterschied E enthält (Fig. 244); diese Stromkreise mögen die Gesamtwiderstände R_1 und R_2 besitzen. Dieselben sind zwischen den Punkten AB und CD leitend

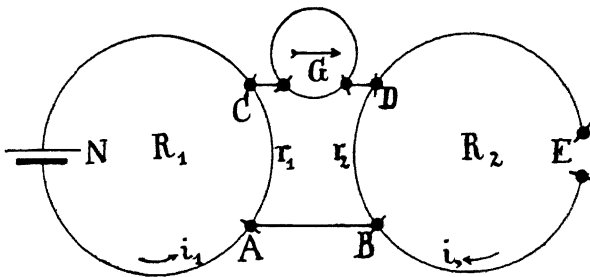



Fig. 244.

verbunden, wobei in die Verbindungsleitung CD ein Galvanometer G eingeschaltet ist. Die Widerstände AC und BD seien r_1 und r_2. Dann verschwindet der Strom im Galvanometer, wenn

oder

$$E \cdot \frac{r_2}{R_2} = N \cdot \frac{r_1}{R_1}$$

ist. Man erhält somit durch eine einzige Kompensation ohne weiteres

$$E = N \cdot \frac{r_1}{R_1} \cdot \frac{R_2}{r_2},$$

hat aber dafür als Übelstände erstens, dass das Normalelement dauernd Strom liefern muss, und zweitens, dass auch sein innerer Widerstand in dem Werte R_1 mit enthalten ist.

Um das Element nicht zu schädigen, darf der demselben entnommene Strom i_1 nur schwach sein. Deshalb wird R_1 so gross gewählt, dass i_1 nur 10^{-5} Amp. beträgt, während man einem richtig konstruierten Normalelement das Zehnfache hiervon entnehmen könnte, ohne eine Änderung seiner EMK befürchten zu müssen. Um die Rechnung möglichst zu vereinfachen, ist R_1 auf $10^5 \cdot N$ Ohm abgeglichen und besteht z. B. bei einem WESTONschen Normalelement mit der EMK $N = 1{\cdot}0187$ Volt und dem innern Widerstand 34 Ω aus dem Element, einem festen Vorschaltwiderstand von $1836 + 89050\,\Omega$, sowie vier Kurbelrheostaten von 10×1000, 9×100, 9×10 und $9 \times 1\,\Omega$,

wobei die Tausender und die Hunderter d a u e r n d in den Stromkreis des Elements eingeschaltet bleiben, während die 99 Ω, je nach der Stellung der beiden Kurbeln, entweder ganz ausgeschaltet sein können oder mit einem beliebigen, zwischen 1 und 99 Ω gelegenen Wert zu R_1 hinzugeschaltet sind; dadurch ändert sich allerdings R_1 zwischen den Grenzen 101820 und 101919 Ω, weicht aber vom Mittelwert 101870 immer weniger als $\frac{1}{2}\,^0/_{00}$ ab, so dass bis zu dieser Fehlergrenze die Stromstärke i_1 im Stromkreise des Normalelements den konstanten Wert von 10^{-5} Amp. annimmt, und die Abweichungen von diesem Werte bei Messungen, deren Genauigkeit $1\,^0/_{00}$ betragen soll, nicht weiter berücksichtigt zu werden brauchen. Der Widerstand r_1 wird von so viel Tausendern, Hundertern, Zehnern und Einern gebildet, als die vier Kurbeln angeben, kann also im Maximum 10999 Ω betragen, während

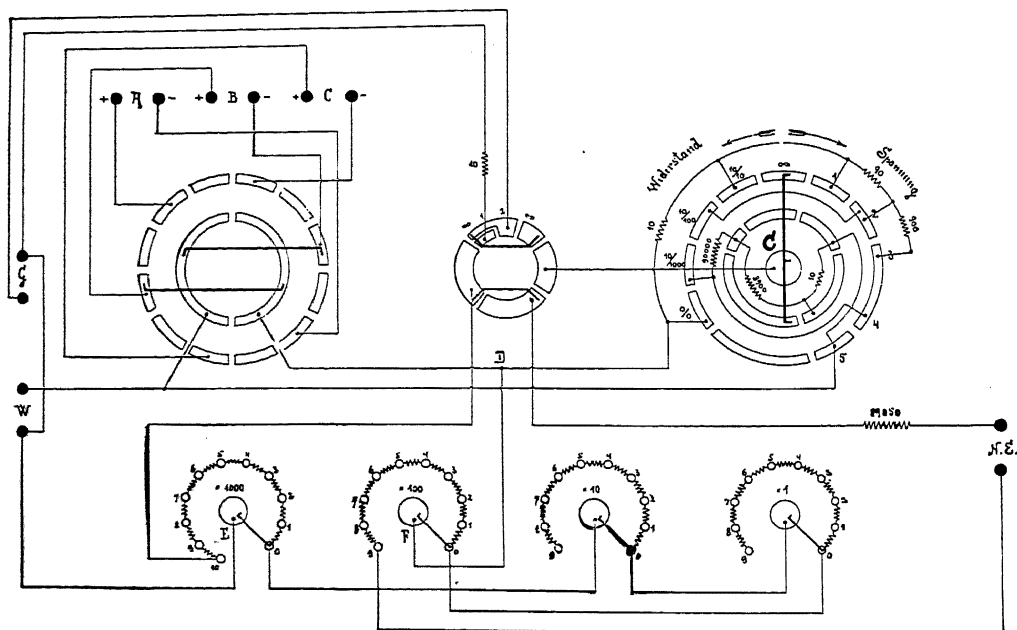



Fig. 245.

als Minimum 1000 Ω benutzt wird, um stets ohne Interpolation bis zu der gewünschten Genauigkeit von $1\,^0/_{00}$ messen zu können. Rechnen wir also rund $1000 < r_1 < 10000$, so liegt $N \cdot \frac{r_1}{R_1}$ zwischen 10^{-2} und 10^{-1} Volt, und sein Wert wird, abgesehen vom Dezimalkomma, unmittelbar an den vier Kurbeln abgelesen.

Der Wert $\frac{R_2}{r_2}$ beträgt je nach der Einstellung eines fünften Kurbelschalters 10^4, 10^3, 10^2, 10 oder 1. Ein sechster Kurbelschalter dient zum Ein- und Ausschalten des Galvanometers, ein siebenter endlich zum Anschluss des Apparates an die beiden Punkte, deren Spannungsunterschied E gemessen werden soll. Man kann nach obigen Angaben mit dem Apparate, und zwar immer nur mit einer e i n z i g e n Kompensation, Spannungen zwischen 1000 und 0·01 Volt mit einer Genauigkeit von $1\,^0/_{00}$ messen.

Die Anordnung der Widerstände, Schalter, Klemmen und Verbindungsleitungen ist aus Fig. 245 zu ersehen. Am NE kommt das Normalelement, an G das Galvanometer, während beim Gebrauch des Apparates als Kompensator die Klemmen W offen bleiben. Die zu messende Spannung wird an eines der drei Klemmenpaare A, B oder C links oben gelegt; den Anschluss vermittelt der darunter befindliche Schalter. Der Schalter oben in der Mitte dient zum Schliessen des Stromkreises des Normalelements und zum Anschluss des Galvanometers, welches bei Stellung 1, ebenso wie der Stromkreis von N, ganz unterbrochen ist. In Stellung 2 ist letzterer geschlossen, das Galvanometer aber durch einen Widerstand von 10 Ω kurz geschlossen. Dieser Widerstand bleibt auch in der Stellung 3 noch als Nebenschluss zum Galvanometer; in dieser Stellung wird die Rohabgleichung mit der Tausender- und der Hunderterkurbel des Rheostaten r_1, welcher in der Figur unten gezeichnet ist, vorgenommen. In Stellung 4 endlich ist das Galvanometer ohne Nebenschluss eingeschaltet, und es wird nunmehr bei voller Empfindlichkeit desselben an der Zehner- und zuletzt an der Einerkurbel die Feinabgleichung vorgenommen. Das Verhältnis $\frac{R_2}{r_2}$ endlich wird vorher mittels des Schalters rechts oben auf den passenden Wert eingestellt, wobei, wenn dieser Schalter nach rechts gedreht wird, d. h. nach „Spannung", die Widerstände R_2, r_2 und ihr Verhältnis in den einzelnen, durch Nummern unterschiedenen Lagen folgende Werte besitzen

Stellung der Kurbel:	1	2	3	4	5	
$R_2 =$	100000	100000	100000	10000	100000	Ω
$r_2 =$	10	100	1000	1000	100000	„
$R_2/r_2 =$	10000	1000	100	10	1	
Messbereich:	1000—100	100—10	10—1	1—0·1	0·1—0·01	Volt.

Der letztgenannte Schalter ist deswegen so kompliziert, weil durch seine Vermittelung der Apparat auch als Wheatstonesche Brücke brauchbar gemacht werden soll. In diesem Falle wird er nach links (auf „Widerstand") gestellt, und die einzelnen Werte des Widerstandes R_2 bilden alsdann den Verzweigungsrheostaten mit den Verzweigungsverhältnissen 10:10, 10:100 und 10:1000, während die vier Rheostaten r_1 den Messwiderstand im Gesamtbetrage von 10999 Ω liefern. Es können alsdann an die Klemmen W angeschlossene Widerstände bis herauf zu 10999 Ω, und, wenn man r_1 nicht unter 1000 Ω bringen will, bis herab zu 10 Ω gemessen werden. Hierbei muss das Normalelement abgeschaltet sein; die Batterie wird an eines der drei Klemmenpaare links oben gelegt. — In der Stellung 0 : 0 der Kurbel rechts oben endlich bildet der Apparat bei unterbrochenem Galvanometer- und Batteriekreis einen einfachen Kurbelrheostaten, der zwischen den Klemmen W Widerstände von 1 bis 10999 einzuschalten gestattet.

Für die Stromstärke im Galvanometer gilt beim Thiermannschen Kompensator die Beziehung (ETZ 1895, S. 388):

$$i_g = \frac{N r_1 R_2 - E r_2 R_1}{r_1 R_2 (R_1 - r_1) + r_2 R_1 (R_2 - r_2) + g R_1 R_2}.$$

Eine Zusammenstellung für die verschiedenen Werte von E zwischen 1000 und 0·01 Volt giebt dann für einen um $\frac{1}{2}\,^0/_{00}$ falschen Wert des Kom-

pensationswiderstandes r_1 als geringste Stromstärke den Wert $\frac{5 \cdot 10^{-5}}{20000 + 10\,g}$, wenn g den Galvanometerwiderstand bedeutet. Hat das Galvanometer also etwa 500 Ω Widerstand, so muss seine Empfindlichkeit derart sein, dass bei 1000 Skalenteilen Skalenabstand 1 Skalenteil Ausschlag einem Strom von 0·004 μA entspricht, eine Empfindlichkeit, welche sich mit den für Kompensatormessungen unbedingt vorzuziehenden Spulengalvanometern ohne Schwierigkeit erreichen lässt. Dann lässt sich die Kompensation bis auf $\frac{1}{2}$ ‰ sicher durchführen.

Die neueste, von SCHÜPPEL beschriebene (ETZ 1904, S. 849) Form des THIERMANNschen Kompensators besteht aus zwei parallel geschalteten THOMSON-

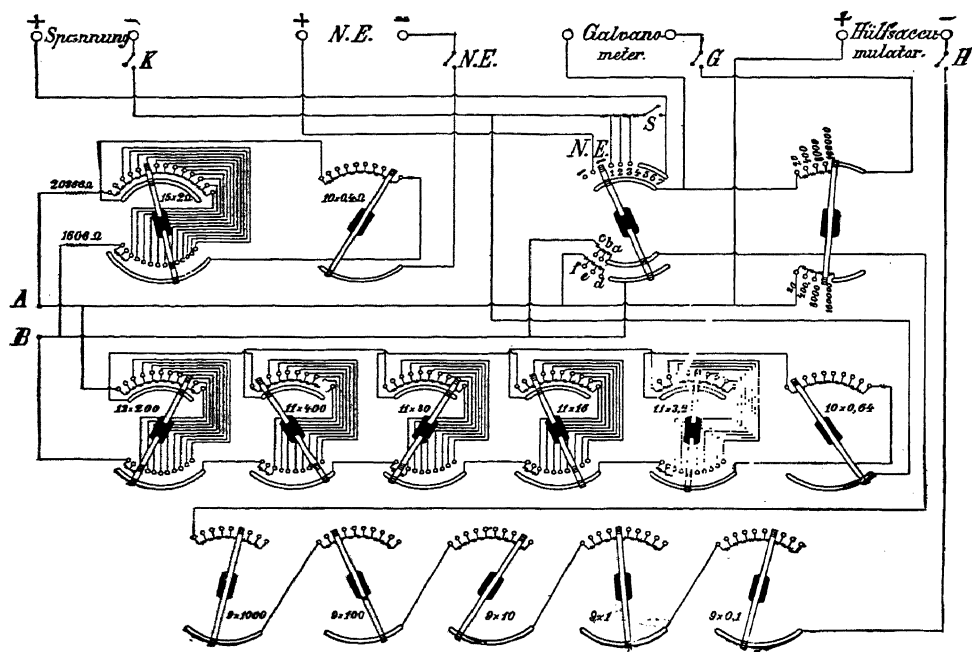



Fig. 246.

VARLEYschen Messdrähten (§ 157) von je 22 000 Ω Gesamtwiderstand, die beide in A und B (Fig. 246) zusammenstossen. Zwischen A und B liegt ein Akkumulator, in dessen Stromkreis ausser dem Schlüssel H ein aus 5 Dekaden von insgesamt 9999·9 Ω bestehender Regulierwiderstand (in Fig. 246 unten) eingeschaltet ist. Der eine (obere) Messdraht dient zum Einregulieren eines Spannungsunterschiedes von 1·1 Volt zwischen A und B mittels eines WESTONschen Normalelements, welches nebst dem Galvanometer zwischen A und einen Punkt des Messdrahtes geschaltet wird, der von A um das 20 000-fache der EMK des Elementes absteht; um der Veränderlichkeit dieser EMK, welche zwischen 1·0183 und 1·0197 Volt liegen kann, genau Rechnung tragen zu können, besteht der obere Messdraht zunächst aus 20 366 Ω, dann folgt ein THOMSON-VARLEYscher Draht von 15×2 und 10×0·4 Ω (insgesamt also 28 Ω), schliesslich, zur Ergänzung auf 22 000 Ω, ein Widerstand von 1606 Ω; am Gleitkontakt des Messdrahtes liegt, unter Zwischenschaltung des Schlüssels NE, der —-Pol des Normalelements NE. Die zu messende Spannung, welche

$\leq$ 1·1 Volt sein muss, liegt mit dem +-Pol ebenfalls an *A*, während der —-Pol am Gleitkontakt eines 6-stufigen Messdrahtes liegt. Für Spannungen über 1·1 Volt (bis 1100 Volt) dient ein dem in Fig. 242 abgebildeten Frankeschen ähnlicher Abzweigwiderstand, während man Spannungen unter 0·11, 0·011 und 0·0011 Volt mit derselben Genauigkeit wie solche unter 1·1 Volt messen kann, indem man, ähnlich wie beim Frankeschen Kompensator Fig. 240, zum Thomson-Varleyschen Messdraht Widerstände von $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$ oder $\frac{1}{999}$ parallel und gleichzeitig das 0·9, 0·99 oder 0·999-fache desselben vorschaltet, wodurch der Gesamtwiderstand für den Hilfsakkumulator ungeändert bleibt, während die Spannung zwischen *A* und *B* auf 0·11, 0·011 bez. 0·0011 Volt herabgedrückt wird. Beide Schalter sind in Fig. 246 in einem vereinigt, der unterhalb der Galvanometerklemmen gezeichnet ist. Der Schalter rechts oben endlich dient für die Nebenschlüsse und Umschaltwiderstände des Gal-

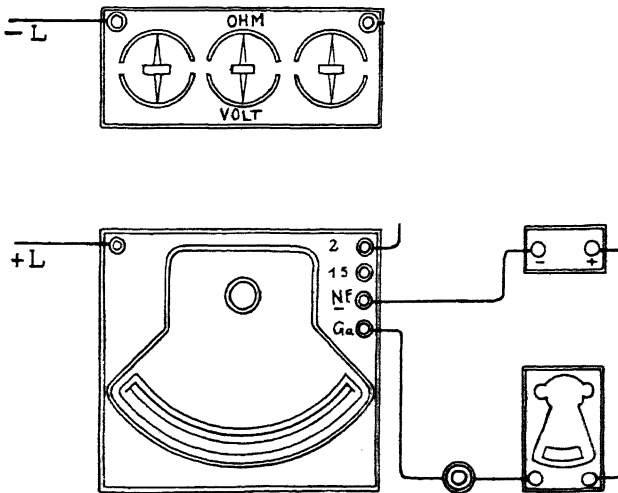



Fig. 247.

vanometers. — Dieser Kompensator hat einen sehr grossen Messbereich, indem er Spannungen zwischen 1100 und 0·0011 Volt mit einer Genauigkeit von 6 Ziffernstellen zu messen gestattet.

175. Kompensationsschaltung der Weston Co.

Als Ersatz für einen Kompensator liefert die European Weston Electrical Instrument Co. eine Zusammenstellung eines Präzisionsvoltmeters mit einem Dekadenwiderstand, welchen zur genauen Kontrolle ein Westonsches Normalelement mit Galvanometer und Taster beigefügt ist. Das in Fig. 247 links unten dargestellte Voltmeter besitzt 200 Ω Widerstand, und die Stromstärke beträgt für den maximalen Ausschlag genau 0·01 Amp. Von 101·9 Ω des Instrumentenwiderstandes ist der aus dem Normalelement mit Galvanometer und Taster bestehende Stromkreis abgezweigt. Der vor das Instrument geschaltete Dekadenwiderstand besteht aus 8 $\times$ 100, 10 $\times$ 1000 und 10 $\times$ 10000 Ω. Will man nun etwa eine Spannung von 555 Volt genau herstellen und messen, so schliesst man dieselbe, nachdem man im Dekadenrheostaten 5 $\times$ 10000 + 5 $\times$ 1000 + 3 $\times$ 100 Ω vorgeschaltet hat, bei + *L* und — *L* an den Apparat an und reguliert so lange, bis das Voltmeter den vollen Ausschlag giebt. Zur genaueren Kontrolle des Voltmeters dient alsdann der Kompensationsstromkreis, indem man die Spannung so lange

weiter reguliert, bis bei Schliessen des Tasters das Galvanometer (in Fig. 247 rechts unten) keinen Ausschlag mehr giebt. Die Kompensation lässt sich sehr rasch bewerkstelligen, weil die Einstellung nach den Angaben des Voltmeters bereits sehr genau ist. Da man das Voltmeter immer beim grössten Ausschlag benutzt, haben Fehler der Skalenteilung keinen Einfluss auf die Genauigkeit.

176. Widerstandsmessung mittels des Kompensators.

Man kann mit allen den oben beschriebenen Kompensatoren auch Widerstandsmessungen nach dem Kompensationsverfahren ausführen, indem man den zu messenden und einen Normalwiderstand hintereinander in den Stromkreis einer geeigneten Stromquelle einschaltet und alsdann erst am Normalwiderstand, dann am unbekannten Widerstand mittels des Kompensators den Spannungsunterschied misst. Dann verhalten sich die Widerstände, falls die Stromstärke dabei ungeändert geblieben ist (um sich davon zu überzeugen, muss man die Kompensation am Normal nochmals wiederholen), wie diese Spannungsunterschiede. Jedenfalls ist die in § 140 beschriebene Methode der Doppelbrücke bequemer; die Methode mit dem Kompensator hat aber vor dieser den unter Umständen sehr ins Gewicht fallenden Vorzug, dass, wie bei der Methode von Matthiessen und Hockin (§ 132), der Nebenschlusskreis stromlos ist, und dass darum die Übergangswiderstände ganz herausfallen.

38. Die Messung der Stromstärke mittels Widerstandes und Spannung.

177. Verschiedene Arten der Spannungsmessung.

Schon die in §§ 50 und 59 beschriebene Methode der Messung stärkerer Ströme mittels Nebenschlusses kann als eine indirekte Strommessung mittels Widerstandes und Spannung aufgefasst werden, da dieselbe auf dem Kirchhoffschen Stromverzweigungsgesetz beruht, welches sich wiederum auf das Ohmsche Gesetz gründet. Thatsächlich kann man nämlich diese Methode auch in der Weise beschreiben, dass man sagt: Der zu messende Strom J erzeugt zwischen den Enden des Nebenschlusswiderstandes r einen gewissen Spannungsunterschied vom Betrage $(J - i)\, r$, welcher mittels eines Spannungsgalvanometers vom Widerstand R gemessen wird; da in letzterem infolge dieses Spannungsunterschiedes der Strom i fliesst, ist:

$$(J - i)\, r = i\, R$$

oder

$$J = i\left(1 + \frac{R}{r}\right),$$

d. h. wir erhalten genau dasselbe Endresultat wie früher.

Man könnte diesen Spannungsunterschied übrigens auch mit einem genügend empfindlichen Elektrometer, z. B. einem Quadrantelektrometer in Quadrantschaltung (§ 102) oder einem Kapillarelektrometer (§ 106) messen. Man hätte alsdann den Vorteil, dass der Spannungsmesser selbst keinen Strom verbraucht, und erhielte für J die Gleichung:

$$J r = e,$$

wenn e den mittels des Elektrometers gemessenen Spannungsunterschied bedeutet. Hieraus folgt $J = \frac{e}{r}$, und zwar erhält man J in A, wenn e in V

und r in Ω gegeben ist. Der bequemeren Rechnung wegen wird man hierbei zweckmässig die Masszahl des Widerstandes r gleich einer Potenz von 10 nehmen, während man bei der galvanometrischen Messung des Spannungsunterschiedes e aus demselben Grunde $1 + \frac{R}{r}$ gleich einer Potenz von 10 macht.

Da das Quadrantelektrometer schwierig zu behandeln ist, misst man am vorteilhaftesten den Spannungsunterschied e mittels des im vorigen Abschnitt beschriebenen Kompensationsverfahrens, welches gleichzeitig eine weit grössere Genauigkeit zu erreichen gestattet, als das Quadrantelektrometer oder das Kapillarelektrometer. Als Widerstände dienen dabei am besten ebenfalls solche, deren Wert durch eine Potenz von 10 dargestellt wird, und welche ähnlich eingerichtet sind, wie die in § 59 beschriebenen und abgebildeten Nebenschlüsse. Wenn übrigens diese Widerstände für die Messung sehr starker Ströme nicht zu umfangreich und kostspielig werden sollen, darf man entweder e nicht zu hoch nehmen (z. B. $e < 0{\cdot}2$ Volt) oder man muss die Widerstände mit einer wirksamen Wasserkühlung versehen (vgl. Fig. 58).

Fig. 248.

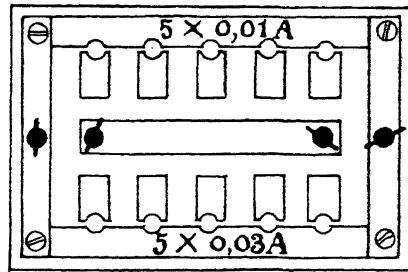
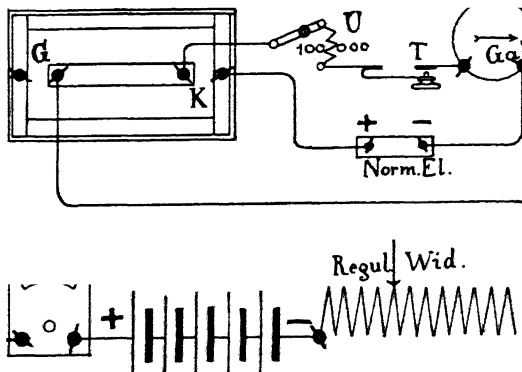
178. Kompensator von Köpsel.

Zur bequemen und raschen Einstellung der Vielfachen von 0·001, 0·01 und 0·1 Amp. hat KÖPSEL (ETZ 1892, S. 323) einen sehr zweckmässigen Kompensator angegeben, der bei Verwendung eines WESTONschen Normalelements (§ 109) von 1·019 Volt Spannung für die Tausendelampère aus parallel zu schaltenden Widerständen von je 1019 Ω, für die Hundertel aus solchen von je 101·9 Ω, für die Zehntel aus solchen von je 10·19 Ω besteht. Fig. 248 zeigt die Einrichtung, welche Verfasser diesen Apparaten gegeben hat. Zwischen der Mittelschiene und den Messingklötzen der oberen Reihe sitzen Widerstände von je 1019, 101·9 bezw. 10·19 Ω, während zwischen ersterer und den Klötzen der unteren Reihe solche von je $\frac{1}{3}$ der Werte der oberen Reihe sitzen, so dass also die Widerstände der oberen Reihe von je 0·001, 0·01 bezw. 0·1 Amp. durchflossen werden müssen, wenn an ihren

Fig. 249.

Enden ein Spannungsunterschied von 1·019 Volt herrschen soll; bei den Widerständen der unteren Reihe beträgt die dazu erforderliche Stromstärke immer das 5-fache der obigen Werte. Durch 10 Stöpsel können die 10 Widerstände beliebig parallel geschaltet werden, so dass jeder Widerstandskasten für alle ganzzahligen Vielfachen der Einheit vom 1- bis zum 30fachen derselben ausreicht (0·001 bis 0·03, 0·01 bis 0·3, 0·1 bis 3 Amp.). Die bei den Messungen zu verwendende Schaltung ist aus Fig. 249 zu ersehen; hiernach ist der das zu prüfende Galvanometer, eine Stromquelle und einen Regulierwiderstand enthaltende Stromkreis mit den Klemmen *G*, der das Normalelement und ein empfindliches Galvanometer mit Tasterschlüssel und Vorschaltwiderstand enthaltende Kompensationsstromkreis mit den Klemmen *K* verbunden. Es werden nun so viel Stöpsel eingesetzt, als der im zu prüfenden Galvanometer gewünschten Stromstärke entspricht, und letztere ist mittels des Widerstandes so lange zu regulieren, bis beim Schliessen des Tasters das Galvanometer im Kompensationskreis keinen Ausschlag mehr giebt.

Auch die in § 175 beschriebene Kompensationsschaltung ist sehr gut zu Strommessungen zu verwenden, wenn die Messwiderstände für

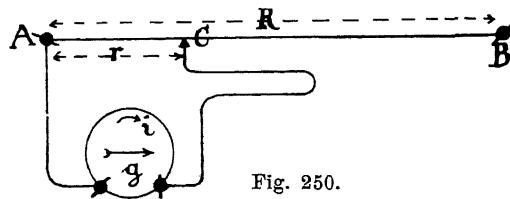



Fig. 250.

1·5 bis 3 Volt Spannungsabfall konstruiert sind. Bei 1·5 Volt setzt man dann — *L* nicht an die mit 2, sondern an die mit 1·5 bezeichnete Klemme (Fig. 247).

179. **Eichung von Spiegelgalvanometern.** Bei der Eichung eines empfindlichen Spiegelgalvanometers kann man dasselbe, mit einem genügend grossen Ballastwiderstand versehen, zu einem kleinen, genau bekannten Widerstand parallel schalten und entweder mittels eines WESTONschen Milliampèremeters (§ 82) oder nach der in § 177 auseinandergesetzten Methode die Gesamtstromstärke messen. Man kann aber auch nebenstehende Schaltung (Fig. 250) benutzen, wobei man entweder mit einem Spannungsgalvanometer (§§ 165 u. 166) oder mit dem Kompensator zwischen *A* und *B* die Spannung misst. Sei dieselbe $= E$, so ist diejenige zwischen *A* und *C* gleich

$$e = E \cdot \frac{\frac{wg}{w+g}}{W - w + \frac{wg}{w+g}}$$

somit die Stromstärke im Galvanometer

$$i = \frac{e}{g} \qquad \frac{Ew}{(W-w)(w+g)+wg} \qquad \frac{E}{g}\,\frac{w}{W} \qquad 1 + w\left(1 - \frac{w}{W}\right)$$

Wenn $\frac{w}{g}$ genügend klein gemacht wird, kann man hierfür auch schreiben:

$$i = \frac{E}{g} \frac{w}{W} \left[1 - \frac{w}{g} \left(1 - \frac{w}{W} \right) \right].$$

W ist am zweckmässigsten ein Stöpselrheostat mit Stöpsellöchern in den Messingklötzen (§ 120), in welche man die Stöpselklemmen mit den zum Galvanometer führenden Leitungen einsetzen kann. Man kann es dann immer so einrichten, dass $\frac{w}{W}$ und $\frac{w}{g}$ für die Rechnung bequeme Werte annehmen.

Man kann auch nach W. Kohlrausch geeignete Thermoelemente zur Erzeugung der für die Eichung empfindlicher Galvanometer erforderlichen geringen elektromotorischen Kräfte benutzen (ETZ 1886, S. 273), ein Verfahren, das aber weniger bequem und zuverlässig ist, wie das oben angegebene.

Zweiter Abschnitt.

Materialprüfungen und Messungen an Apparaten, Stromquellen und Stromverteilungsanlagen.

Fünftes Kapitel.

Prüfung von Leit- und Isoliermaterialien.

39. Die Untersuchung des Leitungskupfers.

180. Normalkupfer.

Schon verhältnismässig sehr geringe Verunreinigungen des Kupfers beeinflussen seinen spezifischen Widerstand σ oder das Reziproke desselben, die spezifische Leitfähigkeit $\lambda = \frac{1}{\sigma}$, sehr beträchtlich. Für elektrische Leitungen darf deshalb nach den „Sicherheitsvorschriften des Verbandes deutscher Elektrotechniker" nur Elektrolytkupfer verwendet werden, dessen spezifischer Widerstand σ bei 15^0 kleiner als 0·0175, oder dessen Leitfähigkeit λ bei derselben Temperatur grösser als 57·1 ist; dabei ist vorausgesetzt, dass das Material in Form eines zylindrischen Stabes von 1 m Länge und 1 mm^2 Querschnitt gegeben sei. Als Normalkupfer gilt nach den genannten Vorschriften solches, dessen Leitfähigkeit bei 15^0 den Wert 60 besitzt, und diese Leitfähigkeit wird mit 100 % bezeichnet. Hiernach müsste für elektrische Leitungen verwendbares Kupfer eine Mindestleitfähigkeit von 95·2 % besitzen. Als Temperaturkoeffizient soll dabei $\alpha = 0{\cdot}004$ für 1^0 angenommen werden.

Dass dieses Normalkupfer des Verbandes deutscher Elektrotechniker noch nicht das reinste ist, was bis jetzt hergestellt worden ist, lehren die Untersuchungen von LAGARDE (ETZ 1893, S. 531), welcher an einem von der Firma GRAMMONT in Pont-de-Chérui hergestellten Elektrolytkupferdraht von besonderer Reinheit (nach der Analyse enthielt derselbe nur noch Spuren von Eisen und Wismut) bei 15^0 $\sigma = 0{\cdot}01640$ oder $\lambda = 61{\cdot}0$ beobachtete. Als Temperaturkoeffizient dieses Materials ergab sich zwischen 0^0 und 40^0 $\alpha = 0{\cdot}00445$. Nach LAGARDE ist ferner für Kupferlegierungen α proportional der Leitfähigkeit zu setzen und besitzt für ein Kupfer, dessen Leitfähigkeit nur noch 90 % des untersuchten ist, den Wert $\alpha = 0{\cdot}00400$.

181. Ermittelung des Querschnitts.

Um die Leitfähigkeit von Kupferdraht zu bestimmen, verwendet man meist kürzere Probestücke, deren Querschnitt man zunächst genau bestimmt. Dies geschieht mittels des in Fig. 251 abgebildeten Schraubenmikrometers, mit welchem eine Genauigkeit in der Bestimmung des Durchmessers von etwa 0·002 mm zu erreichen ist; um Fehler zu eliminieren, welche von der elliptischen Form des Querschnitts herrühren, misst man immer zwei aufeinander rechtwinklige Durchmesser und wiederholt diese Messungen an verschiedenen Stellen des Drahtes, wodurch Fehler beseitigt werden, die durch eine etwaige konische Form des Drahtes entstehen könnten.

Noch genauer erhält man den mittleren Querschnitt eines Stabes, indem man das spezifische Gewicht des Materials ermittelt und mittels dieses und des Gewichtes der Drahtprobe deren Volumen und daraus mittels der sorgfältig gemessenen Länge den mittleren Querschnitt berechnet. Indessen dürfte dieses genaue Verfahren für technische Zwecke zu

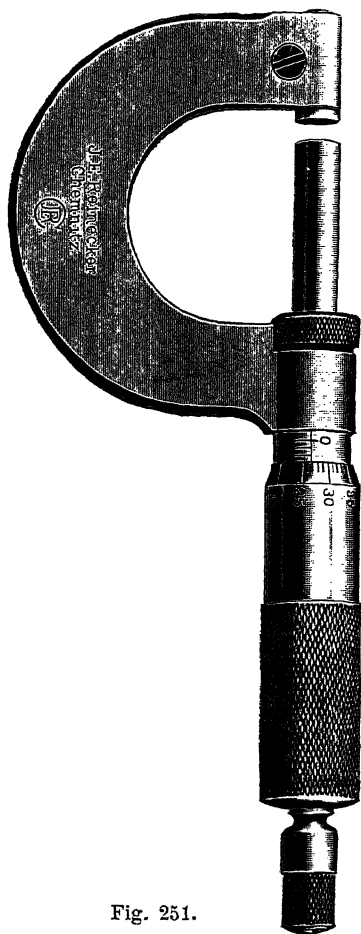
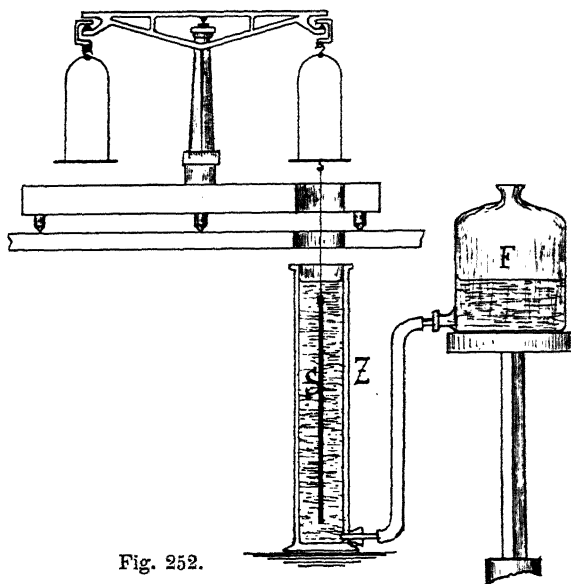



Fig. 251.

Fig. 252.

umständlich sein. Man kann, wenn die Probe nicht zu lang ist, auch die Bestimmung des spezifischen Gewichts umgehen und das Volumen des Stabes mittels der hydrostatischen Wage **direkt** ermitteln, wobei man sich zweckmässig der in Fig. 252 skizzierten Anordnung bedienen kann. Der Stab S wird mittels einer Schleife aus feinem Draht an der einen Wagschale aufgehängt; er hängt dabei in einem unten tubulierten Glaszylinder Z, der mittels Kautschukschlauches mit der ebenfalls am Boden tubulierten Flasche F kommuniziert. Letztere steht zunächst so tief, dass sich in Z kein Wasser befindet. Das auf die linke Wagschale zu legende Gewicht sei P Gramm. Nun hebt man F, bis S ganz in Wasser eintaucht und entfernt mittels eines Drahtes die hängen gebliebenen Luftblasen. Um wieder Gleichgewicht herzustellen,

müssen jetzt auf die rechte Wagschale p Gramm gelegt werden. Dann hat man, wenn λ das Gewicht von 1 cm³ Luft ($\lambda = 0{\cdot}0012$ g), s_g das spezifische Gewicht der Gewichtsstücke ($s_g = 8{\cdot}4$ g/cm³ für Messinggewichte), s dasjenige des Drahtes, V das Volumen des letzteren in cm³, endlich π das Gewicht des Aufhängedrahtes bedeutet:

$$P\left(1 - \frac{\lambda}{s_g}\right) = V(s - \lambda) + \pi.$$

Bedeutet ebenso D das Gewicht von 1 cm³ Wasser, π' das Gewicht des Aufhängedrahtes während des Eintauchens in Wasser, so ist ebenso:

$$P\left(1 - \frac{\lambda}{s_g}\right) = V(s - D) + \pi' + p\left(1 - \frac{\lambda}{s_g}\right).$$

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$V(D - \lambda) = p\left(1 - \frac{\lambda}{s_g}\right) + \pi' - \pi,$$

oder, da $\frac{\lambda}{D}$ und $\frac{\lambda}{s_g}$ nur kleine Brüche sind:

$$V = \frac{p}{D}\left(1 - \frac{\lambda}{s_g} + \frac{\lambda}{D}\right) + \frac{\pi' - \pi}{D - \lambda}.$$

Meist kann $\pi' - \pi = o$ gesetzt werden; darf man dies nicht, so bestimmt man es am besten empirisch, indem man nach dem Entfernen von S den Aufhängedraht erst in Luft, dann so weit, wie beim Versuch vorher, in Wasser eingetaucht wägt. Für D muss man den der jeweiligen Temperatur entsprechenden Wert nehmen, was nach folgender Tabelle geschehen kann:

Tabelle II.

Temperatur	D g/cm³	Temperatur	D g/cm³
10	0·99974	18	0·99866
11	0·99965	19	0·99847
12	0·99955	20	0·99827
13	0·99943	21	0·99806
14	0·99930	22	0·99784
15	0 99915	23	0·99761
16	0 99900	24	0·99738
17	0·99884	25	0·99713

Bei dieser Art der Querschnittsbestimmung müssen übrigens, namentlich bei dickeren Stäben, die Endflächen möglichst eben und parallel sein.

182. Bestimmung der Leitfähigkeit.

Die Widerstandsmessung selbst kann nach irgend einer der Methoden erfolgen, welche wir früher als für die Messung kleiner Widerstände geeignet kennen gelernt haben, also nach den in §§ 132, 135, 137 und 140 beschriebenen Methoden. Ganz besonders bequem ist die Doppelbrücke mit Messdraht (§ 143); auch die einfachen Drahtbrücken für kleine Widerstände von Hartmann & Braun und Franke (§ 159) eignen sich für gedachten Zweck; dieselben sind aber, weil sie eine doppelte Ein-

stellung erfordern, weniger bequem. Bei den Einspannvorrichtungen für die zu untersuchenden Proben ist darauf zu achten, dass die Verbindungsleitungen mit der Brücke an Stellen angesetzt werden, welche innerhalb der Stromzuführungspunkte und genügend weit von diesen weg liegen. Um thermoelektrische Störungen möglichst zu beseitigen, müssen die Kontaktschneiden oder -Rollen aus einem Material hergestellt sein, welches dem zu prüfenden thermoelektrisch möglichst nahe steht; ferner muss man stets mit Stromumkehr arbeiten.

Besonders bequem und ohne jede Rechnung könnte man die Leitfähigkeit von Kupferproben in folgender Weise erhalten. Man ersetzt den Messdraht der HARTMANN & BRAUNschen Brücke (§ 159) oder einer THOMSONschen Doppelbrücke von der in § 143 beschriebenen Form durch einen Draht aus Normalkupfer von genau 1 m Länge und spannt die etwas über 1 m lange Probe über einer Meterskala aus, in deren Nullpunkt man die eine Kontaktschneide aufsetzt. Die Widerstände r_1 und r_2 wählt man so, dass sie sich umgekehrt wie die Querschnitte des Probestabes und

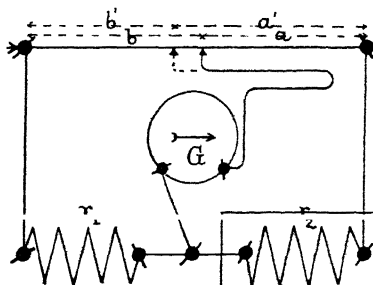



Fig. 253.

des Normaldrahtes verhalten. Dann giebt die auf dem Probestab abzugrenzende Länge, deren Widerstand demjenigen des Normaldrahtes äquivalent erscheint, als Meterbruch geschrieben und mit 100 multipliziert ohne weiteres die Leitfähigkeit der Kupferprobe in Prozenten des Normalkupfers.

183. Bestimmung des Temperaturkoeffizienten.

Den Temperaturkoeffizienten von Widerständen und Materialien bestimmt man entweder, indem man den Widerstand eines und desselben Stücks mit irgend einer geeigneten Messbrücke bei verschiedenen, genau bestimmten Temperaturen wirklich misst; ersterer ist alsdann

$$a = \frac{w_2 - w_1}{w_1 \, t}$$

wenn w_1 und w_2 die gemessenen Widerstandswerte, t den Temperaturunterschied bedeuten. Oder man verwendet zwei gleiche Stücke des zu prüfenden Materials, die man erst bei gleicher Temperatur miteinander vergleicht, dann wiederum, nachdem man die Temperatur des einen um einen gemessenen Betrag geändert hat. Die Vergleichung kann mittels eines einfachen Messdrahtes nach der in Fig. 253 skizzierten Schaltung geschehen, wobei w_2 in einem heizbaren Petroleumbad liegt. Dann ist:

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{a}{b} \text{ und } \frac{w_2(1 + a\,t)}{w_1} = \frac{a'}{b'},$$

woraus folgt:

$$a = \frac{1}{t}\left(\frac{a' b}{a b'} - 1\right).$$

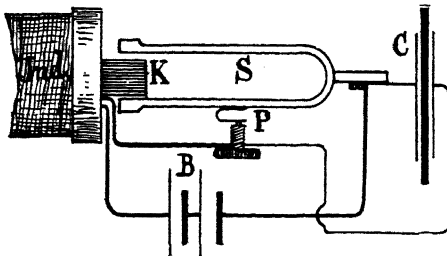
Auch hier muss man sich vor Störungen durch Thermoströme in acht nehmen und zur Kompensation solcher mit Stromumkehr arbeiten und, falls dabei die Resultate verschieden ausfallen, das Mittel nehmen.

40. Die Messung von Flüssigkeitswiderständen.

184. Beseitigung des Einflusses der Polarisation.

Bei der Bestimmung der Widerstände elektrolytisch leitender Flüssigkeiten versagen sowohl die Methoden, welche auf der Messung von Stromstärke und Spannung beruhen, als auch die Brücken- oder Nullmethoden, weil noch die unbekannte EMK der Polarisation an den Elektroden hinzukommt. Nur bei der Methode von SHELDON (§ 127) ist der Einfluss der Polarisation an den Elektroden vermieden, es können aber immerhin dabei Potentialunterschiede zwischen den eingetauchten, mit dem Elektrometer verbundenen Sonden störend wirken.

Fig. 254.

Schon JACOBI (1841) zeigte, wie sich in gewissen Fällen der Einfluss der Polarisation vermeiden lässt, indem man geeignete Elektroden anwendet, z. B. bei Kupfervitriol Elektroden aus reinem Kupfer, bei Zinkvitriol solche aus amalgamiertem Zink. Indessen lässt sich dies Verfahren nicht allgemein anwenden.

Am bequemsten ist das von F. KOHLRAUSCH zuerst angewendete Verfahren, Flüssigkeitswiderstände in der WHEATSTONEschen Brücke zu messen, und dabei den Einfluss der Polarisation durch Verwendung von Wechselströmen zu beseitigen. Als Brücke dient am bequemsten eine der in Abschnitt 34 beschriebenen Drahtbrücken. Die Vergleichswiderstände derselben müssen sowohl induktions- als kapazitätsfrei sein (§ 120), weil sonst die Messungen fehlerhaft werden können (näheres s. i. Abt. 4 und 5 d. B.) Als Stromquelle dient entweder eine kleine Magnetinduktionsmaschine (Sinusinduktor), oder ein Induktionsapparat mit Feder- oder noch besser mit Stimmgabelunterbrecher, wie derselbe schematisch in Fig. 254 dargestellt ist. Der von einer Batterie B gelieferte Primärstrom passiert den federnden Platinkontakt P, der an der Stimmgabel S angebracht ist. Diese wird durch den Magnetismus des Eisenkerns K in Schwingungen versetzt, so dass bei P die Stromunterbrechungen und -Schliessungen in dem Rhythmus der Stimmgabelschwingungen sich vollziehen. Die Wirkung des Unterbrechers wird noch durch den FIZEAUschen Kondensator C unterstützt.

Noch besser als der Stimmgabelinduktor dürfte als Stromquelle für die Telephonbrücke der Summerumformer von SIEMENS & HALSKE geeignet sein, dessen Schaltung aus Fig. 255 zu ersehen ist. Die Eisenmembran M ist über dem magnetisierten Stahlrohr R gelagert; in ihrer Mitte ist unten

ein Beutelmikrophon befestigt, welches nebst der Primärspule P eines Induktors in den Stromkreis von zwei Akkumulatoren A eingeschaltet ist. Im Stromkreis der Sekundärspule S liegt ausser dem äusseren Stromkreis (also z. B. der Messbrücke) eine das Stahlrohr R umschliessende Spule, welche so geschaltet ist, das durch den in S durch Verstärkung des Stromes in P (welche beim Abwärtsschwingen von M eintritt) induzierten Strom der Magnetismus von R verstärkt wird und umgekehrt. Hierdurch erhält sich, einmal in Schwingungen versetzt, die Membran, ähnlich einem NEEFschen Hammer, von selbst in Bewegung, und in S werden fast reine Sinusströme von 400, 600 oder 800 Perioden in der Sekunde (je nach der Stärke von M) induziert, welche bei der Messung ein sehr scharfes Tonminimum geben.

185. Hilfsmittel zur Wahrnehmung schwacher Wechselströme.

Zur Beobachtung des Stromes in der mit Wechselstrom betriebenen Brücke verwendete man früher anstatt des Galvanometers ein empfindliches Elektrodynamometer (§ 89), wobei man aber nur die bewegliche Spule in den Brückenzweig schaltete, während man durch die feststehenden den Gesamtstrom hindurchschickte; andernfalls würde das Instrument für die Wahrnehmung so schwacher Ströme zu unempfindlich gewesen sein. Anstatt des trotz alledem noch immer nicht sehr empfindlichen Elektrodynamometers bedient man sich jetzt zur Beobachtung der äusserst schwachen Wechselströme im Brückenzweig allgemein des Telephons, dessen Empfindlichkeit beträchtlich grösser ist als diejenige des Elektrodynamometers. Damit der Ton gut hörbar ist, muss die Periodenzahl des Wechselstroms hoch genug sein; nach Untersuchungen von FRANKE (ETZ 1897, S. 606) scheint die günstigste Schwingungszahl ziemlich hoch zu liegen und der natürlichen Schwingungszahl der Membran zu entsprechen; 400 bis 600 Schwingungen in der Sekunde erweisen sich als günstig, wenn nicht der Flüssigkeits- und der Vergleichswiderstand zu verschiedene elektrostatische Kapazitäten besitzen; in diesem Falle verschwindet infolge der gegenseitigen Phasenverschiebung der Ströme in den beiden Seiten der Brücke der Ton niemals vollständig, ja es ist dann oft überhaupt unmöglich, ein ausgesprochenes Minimum zu erkennen. Deshalb empfiehlt ELSAS (WIEDEM. Ann., Bd. 44, S. 666) bei der Telephonbrücke nur etwa 100 Schwingungen in der Sekunde zu verwenden; das Telephon besitzt dann zwar nicht das Maximum seiner Empfindlichkeit, dafür aber ist das Tonminimum schärfer zu erkennen als bei sehr hohen Tönen. Auch kann man nach F. KOHLRAUSCH zu der Seite, auf welcher die Kapazität geringer ist, einen passenden Kondensator parallel schalten, den man sich leicht in folgender Weise verschaffen kann (F. KOHLRAUSCH, WIEDEM. Ann., Bd. 56, S. 17): man tränkt einen 12 cm breiten Streifen mässig starken Schreibpapiers bei etwa 120° mit Paraffin, belegt die eine Seite mit einem zusammenhängenden Stanniolstreifen von 10 cm Breite und faltet ihn alsdann entsprechend Fig. 256, so dass bei einem Streifen von 1 m Länge 10 dachförmig angeordnete Flächen von je 10 cm Länge entstehen. Auf die andere

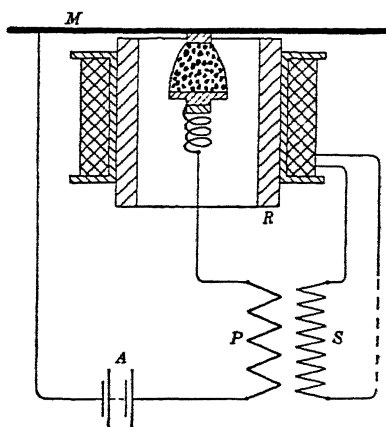



Fig. 255.

Seite des Streifens klebt man alsdann in der aus der Figur zu ersehenden Weise Stanniolstreifen von $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1, 2, 3, 4, 10, 20, 30, 40, 100, 200 cm^2 Fläche, von denen man dünne Kupferdrähte nach aussen führt, welche mit den 12 Messingklötzen eines Stöpselschalters verbunden werden. Den Streifen presst man alsdann zwischen zwei ebengedrehten Scheiben aus mit Paraffin getränktem Holz (§ 90), die man mittels vier Holzschrauben zusammenzieht, fest zusammen. Die zusammenhängende Belegung verbindet man mit der Klemme K_1; mit K_2 können alsdann durch Einsetzen der Stöpsel beliebige von den 12 Stanniolstreifen in Parallelschaltung verbunden werden, so dass man alle Kapazitäten zwischen $\frac{1}{4}$ und $410\frac{3}{4}$ cm^2 Stanniolfläche herstellen kann.

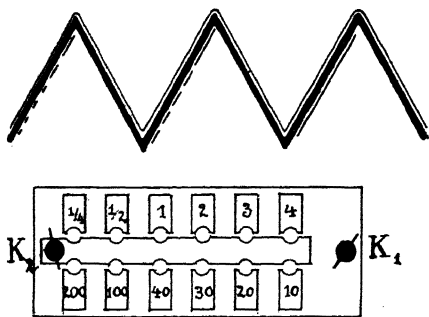



Fig. 256.

Bei allen Widerstandsmessungen mit der Telephonbrücke muss möglichste Ruhe herrschen; zweckmässig verschliesst man das andere Ohr mit Watte. Den Stimmgabelinduktor stelle man so auf, dass man seinen Ton nicht direkt hören kann.

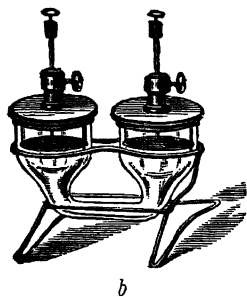
186. Elektroden und Gefässe. Auch Reste von Polarisation an den Elektroden würden die Beobachtungen sehr stören und die Einstellung erschweren. Um diese möglichst zu vermindern, verwendet man sogenannte platinierte, d. h. mit einer dünnen Schicht von Platinmoor überzogenen Platinelektroden. Man erhält solche, indem man die betreffenden Elektroden als Kathoden in einer Lösung von 1 T. Platinchlorid und 0·008 T. Bleiacetat in 30 T. Wasser verwendet, wobei ein Platinstück als Anode dient. Nach F. Kohlrausch genügen für Widerstände bis herab zu 20 Ω Elektrodenflächen von nur $\frac{1}{2}$ cm^2, um die Polarisation genügend herabzumindern. Besser ist es natürlich, denselben grössere Flächen zu geben.

b

Fig. 257.

Die zu untersuchenden Flüssigkeiten kommen in Glasgefässe, denen man vielfach die in Fig. 257 dargestellten Formen giebt. Bei Form *a* lässt sich die Länge der Flüssigkeitssäule verändern; Form *b* wird für Flüssigkeiten von geringerer Leitfähigkeit mit weiteren, für solche von höherer mit engeren U-Rohren versehen. Zur genauen Bestimmung der Temperatur stellt man diese Gefässe in Wasser- oder Petroleumbäder.

Auch aus Spiegelglasplatten zusammengesetzte prismatische Glaströge von rechteckigem Querschnitt und zylindrische Röhren kann man verwenden, bei denen als Elektroden Platten verwendet werden, welche den ganzen Querschnitt ausfüllen. Für solche Gefässe ist der spezifische Leitungswiderstand σ oder die spezifische Leitfähigkeit $\lambda = \frac{1}{\sigma}$ am einfachsten zu berechnen, indem man

$$w = \frac{l\sigma}{q} = \frac{l}{\lambda q}$$

hat. Hierbei werden meist l in cm und q in cm^2 gemessen.

Für Gefässe von der Form Fig. 257 sind die Stromfäden nicht mehr parallele Gerade; der Leitungswiderstand lässt sich dann nur in der allgemeinen Form

$$w = \int \frac{\sigma\, dl}{q} \qquad \sigma K = \frac{K}{\lambda}$$

darstellen, wo K eine von der Form und Grösse des Gefässes und der Elektroden abhängige Konstante ist. Man nennt K die Widerstandskapazität des Gefässes. Dieselbe kann man empirisch ermitteln, indem man das Gefäss erst mit einer Flüssigkeit von bekanntem λ füllt und w bestimmt. Hierzu kann man für enge und lange Gefässe Quecksilber verwenden; für weitere Gefässe empfehlen sich nach F. KOHLRAUSCH (die Zahlen gelten für Ohm, cm und cm^2):

Verdünnte Schwefelsäure mit 30·4 % H_2SO_4 (spez. Gew. = 1·224)
$10^3 \lambda = 736 + 1·20\,(t^0 - 18^0)$;

Gesättigte Kochsalzlösung mit 26·4 % NaCl (spez. Gew. = 1·201)
$10^3 \lambda = 213 + 4·8\,(t^0 - 18^0)$;

Bittersalzlösung mit 17·3 % $MgSO_4$ (spez. Gew. = 1·187)
$10^3 \lambda = 48·9 + 1·3\,(t^0 - 18^0)$;

Essigsäurelösung von 16·6 % $C_2H_4O_2$ (spez. Gew. = 1·022)
$10^3 \lambda = 1·62 + 0·029\,(t^0 - 18^0)$;

Gesättigte Gipslösung $10^3 \lambda = 1·88 + 0·048\,(t^0 - 18)$;

Gesättigte Lösung von Strontiumsulfat $10^3 \lambda = 0·129 + 0·0030\,(t^0 - 18^0)$.

41. Die Widerstände von Isoliermaterialien.

187. Galvanometrische Messmethoden.

Die Bestimmung der Widerstände von Isoliermaterialien geschieht meist nach der Methode des direkten Ausschlags (§ 125), wobei man entweder vorher den Reduktionsfaktor c des Galvanometers (bei Spiegelgalvanometern in μA pro 1 Skalenteil Ausschlag) und die Spannung E der Messbatterie bestimmt; alsdann ist, wenn der Widerstand des Galvanometers und der Batterie vernachlässigt werden kann, und wenn s den (vorher wenn nötig nach § 112 korrigierten) Ausschlag bedeutet, der Isolationswiderstand

$$X = \frac{E}{cs} \cdot 10^6\, \Omega.$$

Zweckmässiger ist es, die Bestimmung von E und c zu umgehen, indem man zunächst die Batterie durch das Galvanometer und einen genügend grossen Drahtwiderstand R schliesst; hierbei sei, um den Ausschlag innerhalb messbarer Grenzen zu halten, ein Nebenschluss parallel zum Galvanometer geschaltet, so dass nur $\frac{1}{N}$ des Stromes durch letzteres hindurchgeht. Alsdann ist, wenn der (korrigierte) Ausschlag S ist, die Stromstärke

$$J = NcS = \frac{E}{R},$$

wenn R so gross ist, dass der Widerstand der Batterie und des Galvanometers dagegen vernachlässigt werden kann. Nunmehr schliesst man die Batterie durch das Galvanometer und den zu messenden Isolationswiderstand X, wobei ein Nebenschluss verwendet werden möge, für welchen der Galvanometerstrom $\frac{1}{n}$ des Gesamtstromes ist; dann ist:

$$i = ncs \quad \frac{E}{X}$$

Aus beiden Messungen folgt:

$$X = R \frac{N}{n} \frac{S}{s}.$$

Die Schaltung bei dieser Methode ist schematisch in Fig. 258 dargestellt. Der Doppelschlüssel S gestattet, nacheinander R und X in den Stromkreis einzuschalten. Der Nebenschluss wird stets erst auf den grössten Wert für N geschaltet.

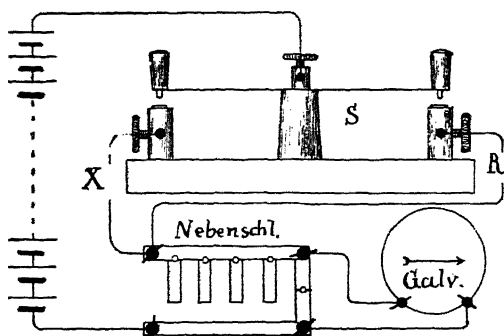



Fig. 258.

Isolationswiderstände lassen sich auch mittels der WHEATSTONEschen Brücke messen, wobei namentlich die KIRCHHOFFsche Drahtbrücke mit VARLEYschem (§ 157) oder Kurbelmessdraht (§ 158) von hohem Widerstand in Frage kommt. Auch der Vergleichswiderstand R erhält einen möglichst hohen Betrag; man kann hierzu z. B. einen Graphit- (§ 123) oder KUNDTschen Widerstand verwenden.

188. Form der Probestücke. Die Materialien bringt man, wenn angängig, in die Form von dünnen, ebenen Scheiben. Diese legt man dann entweder zwischen zwei ebene Metallplatten, deren obere man mit Gewichten belastet. Ein sichereres Anliegen der Metallbelegungen aber erhält man durch Aufkleben von Stanniolbelegungen oder durch Auflegen von mit Kochsalzlösung angefeuchteten Fliesspapierstücken, auf welche man dann erst die Metallplatten aufsetzt; Luftblasen zwischen der Oberfläche des Isolators und der Belegung sind zu vermeiden, da durch solche der Isolationswiderstand grösser erscheint als er wirklich ist. Verfasser verwendet Quecksilberelektroden, um überall ein sicheres Anliegen der Belegungen zu erzielen, und bedient sich dabei des in Fig. 259 im Durchschnitt abgebildeten Apparats. Die Probe P kommt zwischen zwei kreisförmige, scharfe Kanten, deren untere den Rand einer flachen Schale bildet, während die obere genau gleichen äusseren Durchmesser besitzt und die untere Grenze eines flachen Ringes bildet. Ober- und Unterteil sind aus Gusseisen hergestellt. Es wird nun zunächst der Rand des Unterteils mittels der stählernen Fussschrauben nach einer Dosenlibelle horizontal gemacht, alsdann wird die Schale mit Quecksilber so weit gefüllt, dass dasselbe etwas über den Rand hinaussteht. Hierauf wird P unter Vermeidung von Luftblasen aufgeschoben, wobei das überschüssige Quecksilber abfliesst. Alsdann setzt man den oberen Teil auf, wobei man denselben mittels der Stahlstäbe S S' centriert. Schliesslich füllt man auch in den Ring Quecksilber und entfernt alsdann die Stahlstäbe. Die Klemmen K

und K' dienen zur Verbindung mit dem Stromkreis. — Gewöhnlich giebt man den spezifischen Isolationswiderstand eines Materials in Megohm ($10^6\ \Omega$) für 1 cm Länge und 1 cm² Querschnitt an, erhält also, wenn X in Megohm bestimmt ist, und wenn F den wirksamen Querschnitt von P in cm², d seine Dicke in cm bezeichnet,

$X F$

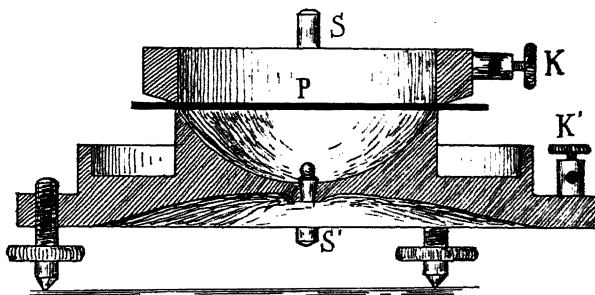



Fig. 259.

Hat man Isoliermaterialien in Röhrenform zu untersuchen, so kann man folgendermassen verfahren: man taucht das eine Ende des Rohres etwa 2 cm tief in heisses Paraffin, setzt es in ein Porzellanschälchen (sog. Glühschälchen) und füllt letzteres mit geschmolzenem Paraffin an (Fig. 260). Man umgiebt alsdann die Aussenfläche bis etwa 5 cm vom oberen Rande mit einem Mantel von feuchtem Fliesspapier, auf welchen man Stanniol wickelt, das man mit Draht festbindet. Das so gebildete Gefäss füllt man mit Quecksilber, wobei man durch einen eingetauchten Eisenstab dafür sorgt, dass dieses innen ebenso hoch steht, als aussen der Fliesspapiermantel reicht. Ist alsdann wiederum X der gemessene Widerstand in Megohm, d_1 der innere, d_2 der äussere Durchmesser, h die wirksame Höhe, so ergiebt sich aus der Formel für ringförmige, radial durchströmte Leiter:

Fig. 260.

$$\sigma = \frac{\pi h X}{ln\ d_2 - ln\ d_1},$$

wobei das Zeichen ln den natürlichen Logarithmus bedeutet.

Umsponnene Drähte kann man bifilar zusammenbiegen und in ein Gefäss mit Quecksilber tauchen. Kabel legt man in einen mit schwacher Kochsalzlösung gefüllten Trog. Man misst alsdann den Widerstand zwischen Seele und Gefäss und dividiert diesen mit der eingetauchten Länge in Meter bezw. Kilometer gemessen, um den Isolationswiderstand für 1 m oder km Länge zu erhalten. Bei Kabeln muss man die eigentliche Isolierschicht auf etwa 10 cm Länge durch Entfernen der Armierung und des Bleimantels freilegen.

189. Fehler durch Oberflächenleitung und elektrostatische Wirkungen.

Bei allen diesen Isolationsmessungen muss man die oft nicht unbeträchtlichen Ströme vom Galvanometer fern halten, welche nicht durch die Masse des Isolators hindurch, sondern über seine Oberfläche hinweg von der einen zur anderen Belegung übergehen. Man erreicht dies bei scheibenförmigen Proben, indem man den Rand mit einem Stanniolring umklebt, den

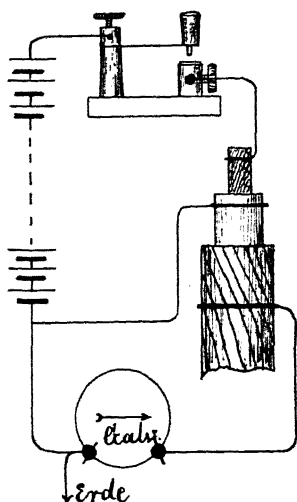



Fig. 261.

man mit dem anderen Batteriepol verbindet. Bei Röhren und Kabeln legt man einen Drahtring um den Rand des Isolators (Fig. 261).

Um ferner die bei den beträchtlichen Spannungen leicht eintretenden elektrostatischen Wirkungen vom Galvanometer fern zu halten, legt man den an dieses angeschlossenen Batteriepol an Erde (s. Fig. 261). Im übrigen müssen aber das Galvanometer mit seinem Nebenschluss, Stromschlüssel und alle nicht geerdeten Zwischenleitungen sehr sorgfältig isoliert sein; letztere führt man am sichersten so, dass sie in ihrer ganzen Länge frei in der Luft hängen.

Da die Isolatoren mit ihren Belegungen Kondensatoren bilden, deren Kapazität, namentlich bei langen Kabeln, eine sehr beträchtliche sein kann, so würde das Galvanometer im Moment des Stromschlusses von dem unter Umständen sehr starken Ladestrom durchflossen und leicht beschädigt werden; deshalb schliesse man das Galvanometer beim Schliessen des Stromes stets kurz und öffne den Kurzschluss erst, wenn man sicher sein kann, dass der Ladestrom zu Ende ist. Auf alle Fälle warte man mindestens eine Minute, ehe man die Ablesung am Galvanometer macht.

190. Temperatur und Feuchtigkeit. Da der Widerstand der Isolatoren, ähnlich wie bei Elektrolyten, mit wachsender Temperatur abnimmt, muss man denselben stets auch noch bei einer höheren Temperatur messen, wenn eine solche bei der technischen Verwendung des Materials vorkommen kann. Hierzu bringt man die geeignet vorbereitete Probe in ein Luftbad, dessen Temperatur man genügend lange mittels eines Thermostaten konstant hält. Bei der Untersuchung hygroskopischer Substanzen ist auch die Angabe der relativen Luftfeuchtigkeit von Wert. Ferner nimmt bei den meisten der in der Technik verwendeten Isolierstoffe der Isolationswiderstand mit wachsender Spannung ab. Die Untersuchungen müssen deshalb womöglich mit der bei der späteren Verwendung zu isolierenden oder einer höheren, jedenfalls immer bei einer möglichst hohen Spannung ausgeführt werden.

191. Elektrostatische Methode von Werner Siemens. Ausser nach den oben beschriebenen Methoden kann man den Isolationswiderstand X eines Kabels, dessen elektrostatische Kapazität C beträchtlich ist, nach Werner Siemens auch auf folgendem Wege mittels des Elektrometers messen. Man ladet das Kabel bis zum Potential $\mathfrak{V}_1$ und überlässt es alsdann eine Zeit von t Sekunden hindurch sich selbst. Am Ende dieser Zeit sei das Potential auf $\mathfrak{V}_2$ gesunken. Dann verliert das Kabel durch die mangelhafte Isolation in jedem Zeitmoment dt, währenddessen das Potential der Ladung $= \mathfrak{V}$ ist und um $d\mathfrak{V}$ abnimmt, eine Elektrizitätsmenge $- C d\mathfrak{V} = i dt$, worin $i = \frac{\mathfrak{V}}{X}$ zu setzen ist. Hieraus folgt durch Integration:

$$X = \frac{t}{C(ln\,\mathfrak{V}_1 - ln\,\mathfrak{V}_2)}.$$

Isolatoren, deren Kapazität an sich nicht genügend ist, um eine grössere Ladung aufzunehmen, kann man mit einem Kondensator verbinden, dessen

Isolationswiderstand X_1 man vorher allein, dann in Verbindung mit X nach obiger Methode gemessen hat. Hat die zweite Messung X_2 ergeben, so ist

$$\frac{1}{X_2} = \frac{1}{X} + \frac{1}{X_1} \text{ oder } X = \frac{X_1 X_2}{X_1 - X_2}.$$

Verluste durch Oberflächenleitung lassen sich hierbei freilich nicht so leicht unschädlich machen, wie bei der Methode des direkten Ausschlags.

Die Messung der Ladungspotentiale $\mathfrak{B}_1$ und $\mathfrak{B}_2$ geschieht entweder mittels eines geeigneten Elektrometers, dessen Isolationswiderstand man natürlich ebenfalls kennen muss, oder man bestimmt den Potentialverlust $\mathfrak{B}_1 - \mathfrak{B}_2$, indem man den Kondensator nach Ablauf der Zeit t wieder auf die Spannung $\mathfrak{B}_1$ ladet und den Ladestrom durch ein ballistisches Galvanometer misst und daraus $\mathfrak{B}_2$ berechnet. Ein ballistisches Galvanometer braucht man ohnedies zur Messung der Kapazität C, so dass also diese Methode nur wenig Messinstrumente erfordert, nämlich ausser der Uhr einen Spannungsmesser zur Bestimmung von $\mathfrak{B}_1$ und das ballistische Galvanometer.

192. Bestimmung der Durchschlagsfestigkeit.

Für viele Isolierstoffe endlich ist auch die Kenntnis des Widerstandes gegen das Durchschlagenwerden erforderlich. Hierbei handelt es sich um die Bestimmung des Grenzwertes des Potentialgefälles $\frac{d\mathfrak{B}}{dx}$ in Volt pro Centimeter, bei welchem der Isolator unter Funkenbildung durchschlagen wird. Die Bestimmung geschieht meist in der Weise, dass man die plattenförmige Materialprobe zwischen zwei kleine, scheibenförmige Elektroden bringt, die mit den Polen eines Hochspannungstransformators von bekanntem Übersetzungsverhältnis verbunden werden. Man steigert alsdann allmählich die primäre (Nieder-) Spannung, bis die Probe durchschlagen wird, wobei die primären Sicherungen durchschmelzen. Die Höhe der erreichten Primärspannung gestattet dann, die Durchschlagsspannung zu berechnen. Allein man erhält hierbei nur die Effektivwerte, während das Durchschlagen von den maximal erreichten Spannungsgefällen abhängt, welche wesentlich höher sind (bei Sinuswechselstrom z. B. 1·41 mal so hoch). Sicherer ist folgendes Verfahren: man bringt die Probe P, deren Dicke d cm sei, zwischen die Entladeelektroden, die man sowohl mit den Belegungen einer elektrischen Batterie von hinreichender Kapazität, als auch mit einem für hochgespannte Elektrizität geeigneten Elektrometer verbindet (Fig. 262), z. B. mit dem in § 100 beschriebenen Plattenelektrometer oder einem nach § 104 für hohe Spannungen verwendbar gemachten Quadrantelektrometer. Ausserdem verbindet man die Belegungen der Batterie mit den Polen einer gut wirkenden Influenzmaschine. Die Batterie hat nur den Zweck, das Ansteigen des Potentials so zu verlangsamen, dass das Elektrometer folgen kann. Man notiert den Stand des letzteren im Moment des Durchschlagens und dividiert denselben alsdann durch d. Je grösser dieser Quotient ausfällt, um so grösser ist die

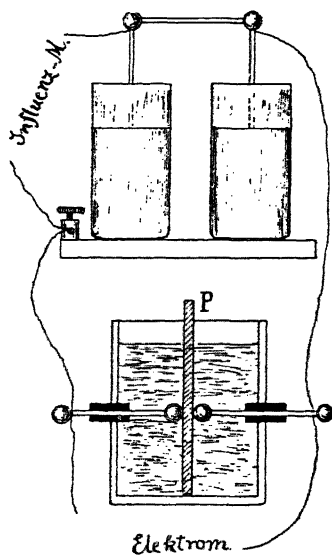



Fig. 262.

Widerstandsfähigkeit des Materials gegen das Durchschlagenwerden. — Um ein Überschlagen der Elektrizität über die Oberfläche der Probe zu vermeiden, kann man sie nebst den Elektroden in ein Gefäss mit Petroleum bringen (Fig. 262).

Sechstes Kapitel.

Eichung von Starkstrom-Messgeräten.

42. Eichung von technischen Spannungs- und Strommessern.

193. Messbatterie für die Eichung von Spannungsmessern.

Für die Eichung technischer Spannungs- und Strommesser können als Stromquelle nur Akkumulatoren, für erstere allenfalls auch Trockenelemente in Frage kommen, da Maschinenstrom hierzu nicht gleichförmig genug ist.

Als Stromquellen für die Eichung von Spannungsmessern dienen zweckmässig Batterien von kleinen Akkumulatoren für maximal etwa 1 Amp. Entladestrom bei dreistündiger Entladung (§ 110). Man schaltet dieselben in kleineren Gruppen, etwa zu je 60, hintereinander, welche man bei der Ladung parallel schaltet, während beim Gebrauch soviel hintereinander geschaltet werden, als zur Erzeugung der gewünschten Spannung notwendig ist. Um die Spannung in Beträgen von 2 zu 2 Volt beliebig ändern zu können, ist eine der Elementengruppen mit zwei Zellenschaltern ausgestattet, von denen der eine 5 Gruppen von je 10, der andere 10 einzelne Elemente zuzuschalten gestattet.

Fig. 263 stellt die Lade-, Fig. 264 die Entladeschaltung für eine solche Batterie von 4×60 Elementen dar. Als Stromquelle für die Ladung ist eine Dynamomaschine, welche bis 150 Volt Spannung zu geben vermag, vorausgesetzt, die den Strom nach zwei Sammelschienen liefert; die Spannung zwischen letzteren wird mittels eines Spannungszeigers gemessen, der durch den Umschalter M auch an die einzelnen Batterien gelegt werden kann. Diese können mittels der Doppelschalter S an die Sammelschienen angeschlossen werden. Der Ladestrom jeder Batterie hat einen Strommesser und einen Regulierwiderstand R zu passieren, durch welch letzteren ermöglicht werden soll, die Batterien auch bei verschiedenem Entladungszustand in Parallelschaltung zu laden, ohne in den stärker entladenen zu starke Ströme zu erhalten. Die ausserdem noch vorhandenen Bleisicherungen sind in der Figur nicht mitgezeichnet.

Für die Entladung ist Batterie B_1 in der aus Fig. 264 ersichtlichen Weise durch die beiden Zellenschalter mit dem doppelpoligen Umschalter U_1 verbunden, während B_2, B_3 und B_4 direkt an U_2, U_3 und U_4 angeschlossen sind. Die aus der Figur zu ersehende Schaltung dieser Umschalter gestattet, die Batterien beliebig in Reihenschaltung mit dem Messtisch zu verbinden.

Man ist in der oben skizzierten Weise imstande, alle Spannungen zwischen etwa 2 Volt und 240×2 Volt bequem und rasch einzustellen. Die Einregulierung der Zwischenwerte geschieht mittels in den Eichstromkreis ein-

geschalteter Regulierwiderstände, am zweckmässigsten Kurbel-Dekadenwiderstände von der in § 122 beschriebenen Konstruktion, welche aus $9 \times 100 + 9 \times 10 + 9 \times 1\ \Omega$ und einem Draht- oder Bandwiderstand von $1\ \Omega$ mit Schleifkontakt bestehen.

194. Eichung von Sprengungsmessern.

Nur bei der Herstellung bezw. Prüfung der Skalen von Normalinstrumenten, welche nach dem Prinzip der Spulengalvanometer gebaut

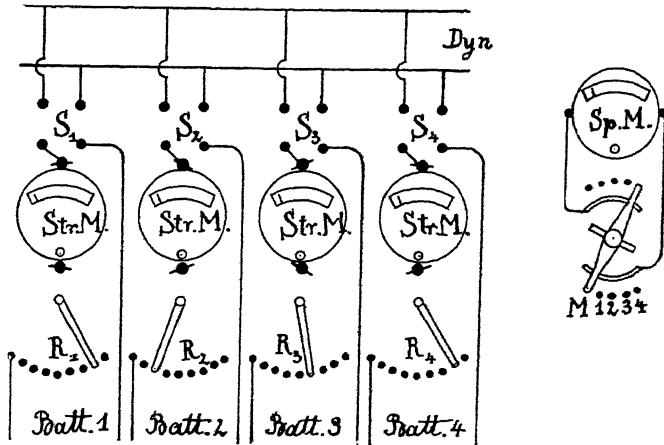



Fig. 263.

sind, eventuell auch bei der Eichung von Hitzdrahtspannungsmessern, benutzt man zur Kontrolle der Spannung den Kompensator. Für die Graduierung der gewöhnlichen Schalttafelinstrumente bedient man sich dann weit bequemer zum Einregulieren der Spannung der sorgfältig geeichten Normalspannungs-

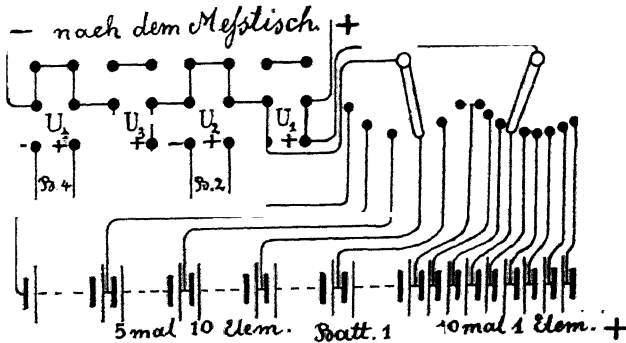



Fig. 264.

galvanometer, welche man an die Schienen des Messtisches zu den zu eichenden Spannungsmessern parallel schaltet. Damit die Genauigkeit der Ablesung bei den Normalinstrumenten nicht zu gering wird, wählt man den Vorschaltwiderstand derselben so, dass der Ausschlag nicht unter 50 Skalenteile herabgeht.

Die Herstellung der Skalen ist in dem die direkt zeigenden Instrumente behandelnden Teile dieses Bandes beschrieben. Hat man ein bereits mit

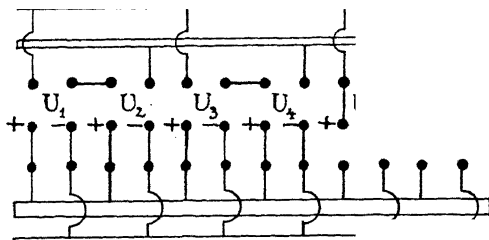



Fig. 265.

Skala versehenes Instrument zu prüfen, so stellt man in der Regel dekadische Spannungswerte ein (z. B. 70, 80, 90, 100, 110 und 120 Volt u. s. w.), bestimmt die Fehler des Instruments an diesen Stellen, wobei es bequemer ist, die Einregulierung nach den Angaben der zu prüfenden Instrumente, nicht nach denen des Normals, auszuführen. Die Differenz: Einstellung des Normals weniger Einstellung des zu prüfenden Instruments giebt alsdann direkt die an der Angabe des letzteren anzubringende Korrektion an. Diese Korrektionen stellt man sich dann entweder in Form einer Tabelle zusammen, und bestimmt für die Zwischenwerte die Korrektionen durch Interpolation; bequemer aber trägt man die gefundenen Korrektionen als Ordinaten in ein Millimeternetz ein, wobei die direkten Ablesungen am Instrument als Abscissen dienen; zur Interpolation verbindet man die Endpunkte dieser Ordinaten durch eine Kurve.

195. Mess-batterie für die Eichung von Strom-messern.

Als Stromquellen für die Eichung von Strommessern dienen Akkumulatoren von hoher Kapazität, deren man mindestens 3, besser 5 oder 10 hintereinander schaltet. Die Elemente müssen, ohne Schaden zu leiden, mindestens eine Stunde lang den Maximalstrom liefern können, für welchen die zu prüfenden Strommesser bestimmt sind. Zur Ladung solcher Starkstrombatterien von geringer Spannung kann man nur Dynamomaschinen

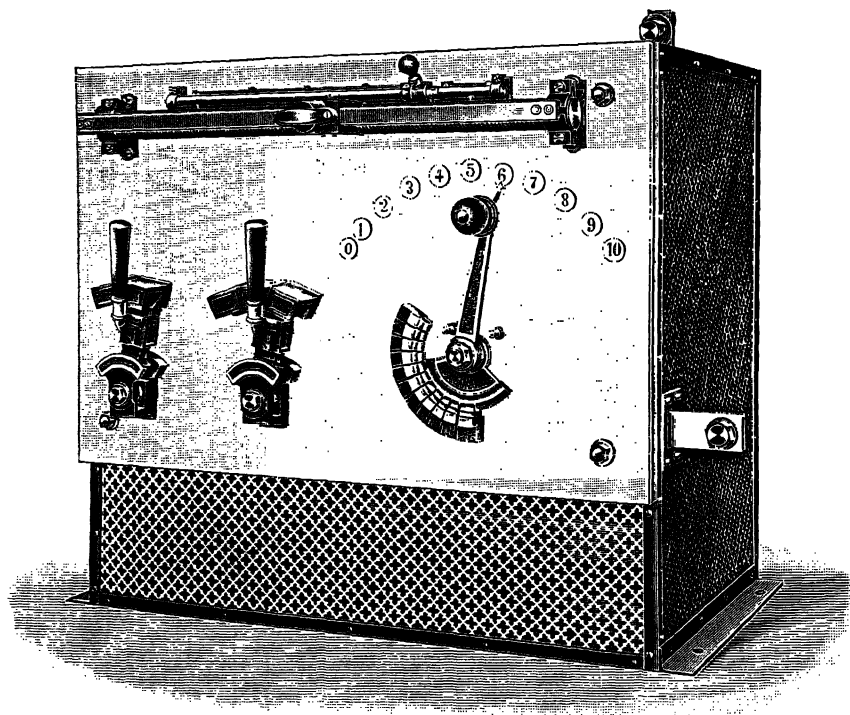



Fig. 266.

niederer Spannung, wie sie für elektrolytische Zwecke gebaut werden, verwenden, welche bei gleicher Leistung erheblich teurer sind als normale Maschinen. Deshalb empfiehlt es sich, wenn die Raumverhältnisse es gestatten, auch hier mehr Elemente für geringere Stromstärke zu verwenden und dieselben dann in Gruppen parallel zu schalten. So könnte man z. B. 60 Elemente für je 100 Amp. mit einer normalen 12-KW-Maschine laden und dann bei der Entladung in 12 Gruppen von je 5 oder auch in 6 Gruppen von je 10 Elementen teilen, die man parallel schaltet, um so Stromstärken bis 1200 bezw. 600 Amp. erzeugen zu können. Fig. 265 lässt erkennen, wie man 6 Gruppen von Elementen entweder alle parallel mit den einen (in der Figur unteren) oder zu je zweien hintereinander mit den anderen (oberen) Schienen des Messtisches beliebig verbinden kann, wobei man sich wiederum der Umschalter *U* bedient (in der Figur sind z. B. die Gruppen 1 bis 4 parallel zu einander an die unteren, 5 und 6 aber in Reihe geschaltet an die oberen Schienen gelegt, so dass man an letzteren die doppelte Spannung zur Verfügung hat wie an ersteren.

Fig. 267.

196. Schaltung und Stromregulierung.

Bei der Eichung von Strommessern werden die Instrumente gleichen Messbereichs mit dem Normalinstrument und einem Starkstrom-Regulierwiderstand in Reihe geschaltet; deshalb ist es wünschenswert, für die Instrumente für geringere Stromstärken, welche einen höheren Widerstand besitzen, eine höhere Spannung zur Verfügung zu haben. Auf alle Fälle ist darauf zu sehen, dass die Verbindungsleitungen zwischen Batterie und Messtisch möglichst kurz werden, damit man in denselben nicht zuviel Spannung verliert.

Die Regulierwiderstände selbst werden am besten nach dem Prinzip der Parallelschaltung konstruiert. Man bemisst z. B. 10 einzelne Widerstände so, dass jeder bei 10 Volt eine Stromstärke von 20 oder 40 Amp. erhält und schaltet dieselben alsdann nach Bedarf parallel. So sind die Regulierwiderstände von Voigt & Häffner eingerichtet (Fig. 266); die Parallelschaltung der einzelnen Widerstände (hier je $^1/_4$ Ω) erfolgt durch den mit der Schaltkurbel verbundenen Kreissektor. Zur Einregulierung der Stromstärken zwischen 4 und 40 Amp. dienen die oben angebrachten Widerstände, deren Länge durch Gleitkontakte abgeglichen wird. — Ebenso stellt Fig. 267 die ähnlichen Apparate von Bertram dar. Auf der Rückseite befinden sich die beiden Anschlussklemmen, während auf den drei übrigen Seiten je drei Schalter angebracht sind, durch welche Konstantanbandwiderstände zwischen die mit den Klemmen verbundenen Schienen geschaltet werden, und zwar auf der einen Seite 2·2 und 1 Ω für 5·5 und 10 Amp.,

auf der zweiten 1, 0·5 und 0·2 Ω für 10, 20 und 50 Amp., endlich auf der dritten dreimal je 0·1 Ω für je 100 Amp. Der Widerstand gestattet also ebenfalls bei 10 Volt Spannung alle Stromstärken zwischen 5 und 400 Amp. in Stufen von je 5 Amp. einzuregulieren. — Zur Konstruktion derartiger Starkstromregulatoren dürften die Asbestgitterwiderstände von SCHNIEWINDT in Neurode i. Westf. gut zu verwenden sein.

Durch sehr hohe Belastbarkeit ausgezeichnet sind die Manganinrohrwiderstände der Firma SIEMENS & HALSKE A.-G. Die aus Manganinrohren hergestellten Widerstände betragen bis maximal 0·006, 0·012, 0·04, 0·08 und 1 Ω und vertragen Ströme bis zu 3000, 2000, 600, 300 und 20 Amp. Dieselben kommunizieren unten mit einem geräumigen Wasserbehälter; die oberen, nach abwärts gebogenen Enden tauchen oben in das Wasser ein, so dass beim Erwärmen durch den Strom in den Röhren und im Behälter eine sehr lebhafte Cirkulation entsteht.

Zur Einregulierung der Zwischenstufen zwischen 0·1 und 5 Amp. kann man sich zweckmässig der in der Phys.-techn. Reichsanstalt hierfür konstruierten Gleitdrahtwiderstände bedienen. Diese bestehen aus aufrecht stehenden, etwa 2 m hohen und 0·5 m breiten Holzrahmen, in welchen mittels Spannrollen R und Federn F in der aus Fig. 268 a u. b

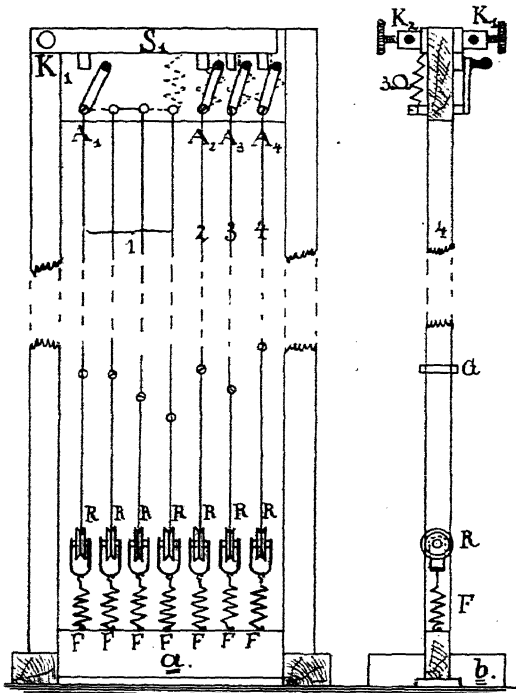



Fig. 268.

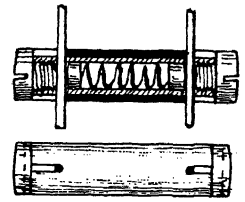



Fig. 269.

ersichtlichen Weise Konstantandrähte ausgespannt sind. Die Enden der letzteren sind mit den Schienen S_1 und S_2 und durch diese mit den Anschlussklemmen K_1 und K_2 verbunden. Mit S_1 können die einen Enden durch Schalter A verbunden werden, während zwischen den anderen Enden der Gleitdrähte und der Schiene S_2 (in Fig. 268 a auf der Rückseite gelegen) passende Widerstände liegen, durch welche für jeden der Drähte eine obere Grenze der Stromstärke festgelegt wird. Die frei gespannten Teile der Drähte sind durch Gleitstücke G überbrückt, deren Einrichtung aus Fig. 269 zu ersehen ist. — Die frei gespannten Teile der Drähte sind etwa je 160 cm lang. — Um alle Stromstärken zwischen 0·1 und 5 Amp. mit einem solchen Apparat einstellen zu können, kann man zuerst eine Gruppe 1 von vier hintereinander geschalteten Drähten von je 0·4 mm Dicke (1 m etwa = 3·8 Ω) mit 50 Ω Zusatzwiderstand anordnen; diese liefert bei 10 Volt die Stromstärken von 0·1

bis 0·2 Amp. Der Draht 2 ist ebenfalls 0·4 mm dick und erhält 36 Ω Zusatzwiderstand; er liefert allein die Stromstärken 0·2 bis 0·3 Amp., mit Gruppe 1 parallel also alle Werte zwischen 0·1 bis 0·5 Amp. Draht 3 ist ebenfalls 0·4 mm dick und erhält 10 Ω Zusatzwiderstand, liefert also allein die Stromstärken zwischen 0·5 und 1, mit 1 und 2 parallel diejenigen zwischen 0·1 und 1·5 Amp. Draht 4 endlich ist 0·7 mm dick (1 m etwa = 1·25 Ω); er erhält 3 Ω Zusatzwiderstand und liefert allein die Stromstärken von 1·5 bis 3·5 Amp., mit den übrigen parallel geschaltet also diejenigen bis 5 Amp.

Kompendiöser und ebenfalls sehr zweckmässig sind die in Fig. 270 a u. b abgebildeten Gleitwiderstände von Dr. Franke. Dieselben bestehen aus einem längeren, in Schraubengängen bifilar auf ein Schieferprisma aufgewickelten Draht, dessen eines Ende geradlinig in zwei parallelen Zweigen verläuft. Durch den Schieber S_1 lassen sich beliebig viele Windungen des Prismas

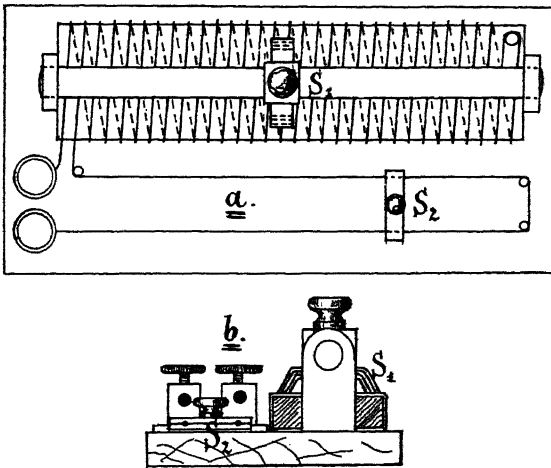



Fig. 270.

durch Kurzschluss ausschalten, während der Schieber S_2 die eingeschaltete Länge der geraden Drähte reguliert.

Als Normalinstrumente dienen zur Strommessung ebenfalls Spulengalvanometer mit Zeigerablesung nebst entsprechenden Nebenschlüssen. Im Interesse der Genauigkeit der Ablesung muss man diese Nebenschlüsse so wählen, dass der Ausschlag nicht unter 50 Skalenteile herabgeht; dazu eignen sich besonders die in § 59 beschriebenen mehrstufigen Nebenschlüsse. — Nur bei der Prüfung dieser Normalinstrumente selbst bedient man sich des Kompensators (§ 177). — In Bezug auf die Bestimmung und Ausführung der Korrektionen gilt das in § 194 Gesagte.

43. Eichung von Leistungsmessern und Elektrizitätszählern.

197. Eichung von Leistungsmessern.

Bei Gleichstromanlagen misst man die Leistung niemals direkt, sondern berechnet sie als Produkt von Stromstärke und Spannung, welche beide man, jedes für sich, misst. Wohl aber kommt die Eichung von Leistungsmessern (§§ 90, 92, 93, 94 u. 96), welche für Wechselstrommessungen dienen sollen,

mittels Gleichstroms in Frage. Man schickt hierbei stets durch feststehenden und beweglichen Stromkreis gesonderte Ströme hindurch, die man gesondert reguliert und misst. Zur Messung dient entweder der Kompensator, oder man bedient sich der direkt zeigenden Spulengalvanometer. Man bestimmt also eine Reihe von Werten des Produktes Ji und die dazu gehörigen Ablenkungen des beweglichen Systems des betreffenden Leistungsmessers. Bei den Instrumenten, welche vom Erdmagnetismus beeinflusst werden, muss man durch geeignete Aufstellung und durch Beobachtungen mit veränderten Stromrichtungen diesen Einfluss kompensieren (§§ 90 u. 92). Ausserdem muss der Widerstand r im Spannungskreis gemessen werden, da die Leistung durch das Produkt $c\alpha r$ dargestellt wird. — Man kann bei der Eichung entweder den Strom im Spannungskreis konstant halten und den im Stromkreis ändern oder umgekehrt. Des geringeren Einflusses elektromagnetischer Störungen wegen ist das letztere Verfahren entschieden vorzuziehen. Man schickt dabei durch die feststehenden Spulen den Maximalstrom hindurch, für welchen das Instrument bestimmt ist.

198. Messung und Regulierung von Strom und Spannung bei Zählerprüfungen.

Die Elektrizitätszähler registrieren entweder ΣJdt, d. h. die verbrauchte Elektrizitätsmenge, oder besser $\Sigma EJdt$, d. h. die verbrauchte elektrische Energie. Bei der Prüfung solcher Apparate kommt also zur Strom- und Spannungsmessung noch eine Zeitmessung hinzu.

Zur Strom- und Spannungsmessung dienen Spulengalvanometer mit den entsprechenden Nebenschlüssen und Vorschaltwiderständen. Für den Gebrauch ausserhalb des Laboratoriums werden dieselben vielfach als Doppelinstrumente ausgeführt, indem beide Galvanometer in ein gemeinsames Magnetsystem und Gehäuse eingebaut werden. Für diesen Fall sind dann besonders auch die in § 59 beschriebenen mehrstufigen Nebenschlüsse sehr bequem.

Werden die Zähler im Laboratorium geprüft, so trennt man, wie bei den Leistungsmessern, Strom- und Spannungskreis voneinander, schaltet ersteren mit einem Normalstrommesser und Regulierwiderstand in den Stromkreis einer Starkstrombatterie (§ 195), während man letzteren mit einem Regulierwiderstand in den Stromkreis einer Spannungsbatterie schaltet und die Spannung mit einem Normalspannungsmesser misst (§§ 193 u. 194). Da im Starkstromkreis nur 10 Volt Spannung verbraucht werden, kann die Untersuchung mit erheblich geringerem Leistungsverbrauch erfolgen als beim wirklichen Gebrauch des Zählers.

Sollen Zähler am Verwendungsorte geprüft werden, so kann dies mit den Verbrauchsapparaten der Anlage nur dann sicher ausgeführt werden, wenn diese aus Glühlampen bestehen; Motoren und auch Bogenlampen geben eine zu stark schwankende Belastung. Die Zähler müssen daher, wenn die eigene Anlage nicht zu benutzen ist, mit Hilfswiderständen in den Stromkreis eingeschaltet werden, welch letztere aber jetzt für die Betriebsspannung der Anlage bemessen sein müssen, die den Strom liefert (gewöhnlich 110 oder 220 Volt). Als Belastungswiderstände bieten sich hier zunächst Glühlampen dar, welche man zu sogenannten Glühlampenbatterien vereinigt. Solche bestehen aus einem leichten Gestell mit einer Anzahl (20—30) von Edison-Fassungen, in welche man Glühlampen geeigneter Grösse und Spannung einsetzen kann (vgl. Fig. 271, welche die Konstruktion von Hartmann & Braun darstellt). Man kann so, wenn man 50-kerzige Lampen benutzt, 3 bis 4·5 KW Belastung erhalten. Zum bequemen Transport werden

diese Glühlampenbatterien in leichte Koffer eingebaut (SIEMENS & HALSKE, HARTMANN & BRAUN). — Billiger in der Anschaffung sowohl wie im Betrieb, weil der Ersatz der durchgebrannten Lampen wegfällt, sind die Konstantandraht-Widerstände, welche von ORLICH beschrieben worden sind (Deutsche Mech.-Ztg., 1903, Nr. 8). Dieselben bestehen aus 8 Spiralen aus 0·7 mm dickem Draht zu je 24 Ω (etwa 18 m) und 4 Spiralen aus 0·3 mm dickem Draht zu je 48 Ω (etwa 7 m), von denen erstere bis zu 5, letztere bis zu

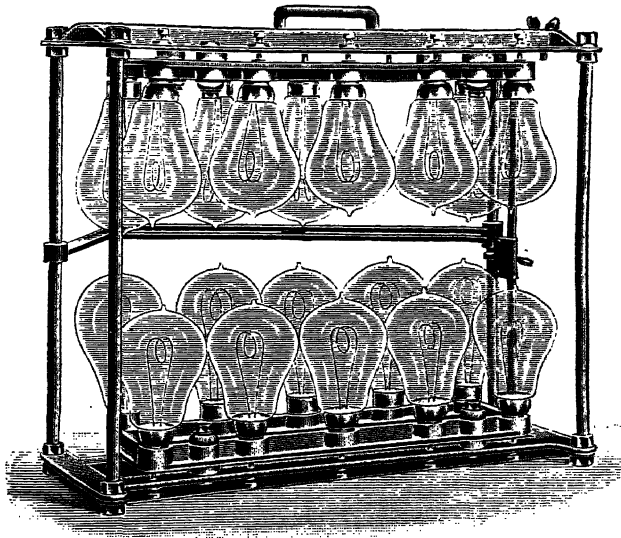



Fig. 271.

2·5 Amp. belastet werden können. Diese Spiralen werden für Spannungen bis 120 Volt einfach, für solche bis 240 Volt zu je zweien in Serie in beliebiger Zahl parallel geschaltet. Diese Schaltung wird bei dem von ORLICH beschriebenen Widerstand durch Stöpsel bewerkstelligt; zweckmässiger dürfte die in Fig. 272 skizzierte Anordnung sein, wobei diese Schaltungen in leicht

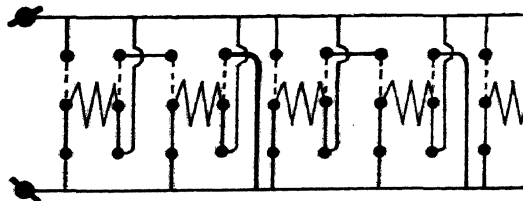



Fig. 272.

verständlicher Weise mittels zweipoliger Umschalter ausgeführt werden. Die in der Figur ausgezogene Stellung der letzteren gilt alsdann für 120 Volt, die punktierte für 240 Volt; in letzterem Falle sind die Umschalter natürlich immer paarweise zu schliessen. Die Spiralen sind zwischen Messinghäkchen in Holzrahmen ausgespannt, welche beim Gebrauch in horizontaler Lage auf Stützen hoch gestellt werden, um eine wirksame Abkühlung durch die hindurchströmende Luft zu erzielen. Beim Transport werden die Rahmen durch

Schutzdeckel aus perforiertem Aluminiumblech geschlossen und in Segeltuchhüllen gesteckt. Ein solcher Widerstand wiegt mit Segeltuchhülle nur 5·6 kg und besitzt die Abmessungen 45 × 45 × 10 cm; dabei kann er bis zu 6 KW belastet werden.

199. Die Zeitmessung.

Zur Zeitmessung dienen Taschenuhren mit arretierbarem grossen Sekundenzeiger, der mittels eines feinzahnigen Räderwerks durch Druck auf einen Knopf mit der Welle des kleinen Sekundenzeigers gekuppelt wird, welche Verbindung beim zweiten Druck wieder gelöst wird; ein dritter Druck führt den Zeiger, mit welchem noch ein Minutenzählwerk (bis 30 Minuten zählend) verbunden ist, wieder in die Nullstellung zurück. Die Ablesung erfolgt bis auf $^1/_5$ Sekunde genau. Diese sogenannten Chronographen, welche bei auswärtigen Messungen unentbehrlich sind, können für Messungen im Laboratorium auch durch sogenannte Doppelzeitschreiber ersetzt werden, welche eine grössere Genauigkeit der Zeitmessung gestatten. Letztere sind Morseschreiber mit zwei nebeneinander stehenden Schreibhebeln, deren einer durch eine Sekundenuhr, deren anderer durch einen vom Beobachter zu bedienenden Morsetaster bethätigt wird. Die Hauptschwierigkeit bei diesen Apparaten bildet der Sekundenkontakt an der Uhr, der sehr leicht zu Störungen Veranlassung giebt, besonders wenn das Uhrpendel zur Unterbrechung der ziemlich starken Ströme des Morseschreibers direkt benutzt wird; auch der vielfach verwendete Platin-Quecksilberunterbrecher, bei welchem eine mit dem Uhrpendel verbundene Platinschneide im Moment des Durchgangs durch die Gleichgewichtslage durch eine Quecksilberkuppe hindurchschlägt und so den Strom für einen kurzen Augenblick schliesst, bewährt sich bei längerer Dauer der Beobachtung nicht, da durch den Unterbrechungsfunken das Quecksilber bald oxydiert wird. Im Elektrischen Prüfamt in Chemnitz hat sich die in Fig. 273 skizzierte, von Keishold konstruierte Einrichtung bewährt. Am unteren Ende des Pendels P ist ein kleiner Hufeisenmagnet H angebracht, welcher beim Durchgang des ersteren durch die Gleichgewichtslage den Anker A anzieht und so vermittels der Kontaktfeder F das Relais R kurz schliesst. Infolgedessen wird dessen Anker losgerissen und schliesst den Strom der Batterie des Morseapparats M. Die Wirkung der Abreissfeder des Relais kann so kräftig gemacht werden, dass die oxydierende Wirkung des Unterbrechungsfunkens sich nicht mehr störend bemerklich macht, während das Pendel nur sehr wenig Arbeit zu leisten hat, da der Kontakt F nur sehr leicht zu sein braucht und völlig funkenlos arbeitet.

Noch besser funktioniert die in Fig. 274 abgebildete Anordnung, bei welcher die Kontakte bei K_1 und K_2 erfolgen, wenn das Pendel nach links bezw. rechts schwingt. Durch Regulieren der Stellschrauben gelingt es leicht, die Sekundenintervalle beiderseits gleich zu erhalten. Die Traverse mit den Kontaktschrauben befindet sich hier am oberen Ende der Pendelstange P. Wesentlich für ein gutes Funktionieren ist, dass die Drehpunkte der Kontaktfedern und des Pendels möglichst zusammenfallen, damit an den Kontaktstellen kein Gleiten stattfindet, wodurch die Bewegung des Pendels erheblich gestört würde. Die Kontakte K_1 und K_2 bethätigen ebenfalls durch Kurzschliessen seiner Windungen das Relais, durch welches die Batterie des Morseapparates geschlossen wird.

200. Der Messtisch.

Zum bequemen Aufhängen und Anschliessen an die Stromquellen, Regulierwiderstände und Messinstrumente gehört eine besondere Messtischeinrichtung,

welcher von der Phys.-techn. Reichsanstalt die in Fig. 275 dargestellte Form gegeben worden ist. Die Zähler werden an einer aus einzelnen Brettern bestehenden Holzwand mittels Holzschrauben befestigt. Der Tisch davor dient zur Aufstellung der Normalinstrumente, Nebenschlüsse und Vorschaltwiderstände, welche nach dem Gebrauch in den darunter befindlichen Schränken untergebracht werden können. Oben liegen zwei starke, blanke Kupferschienen für den Starkstrom, welche an mehreren Stellen zum Ansetzen der Leitungen nach den Stromspulen der Zähler und den Normalstrommessern durch kleine Marmorschalttafeln unterbrochen sind. Zwei schwache, isolierte Leitungen mit Anschlussklemmen dienen für den Strom der Spannungsstromkreise.

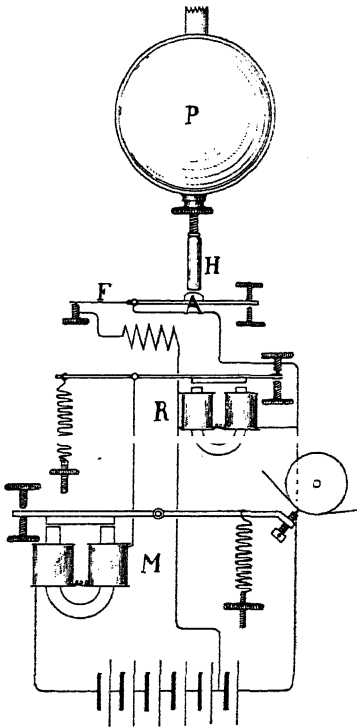
201. Motor- und Registrierzähler.

Das Verfahren bei der Prüfung der Zähler richtet sich nach dem System und ist am einfachsten bei den sogenannten Motorzählern mit entweder oszillierendem oder rotierendem Anker. Man belastet den Zähler mit einer bestimmten, durch Stromstärke und Spannung gemessenen Leistung und misst entweder mittels des Chronographen oder mittels des Doppelzeitschreibers die Dauer einer Schwingung oder eines Umlaufs. Drückt man diese Zeit als Bruchteil einer Stunde aus und multipliziert damit die mittlere Leistung, so erhält

Fig. 273.

Fig. 274.

man den Wert einer Schwingung bezw. Umdrehung in Wattstunden. Hat man also vorher das Übertragungsverhältnis auf das Zählwerk ermittelt, so kann man ohne weiteres den Wert eines Intervalls des letzteren in Wattstunden angeben.

Bei den nur noch selten angewandten Registrierzählern, welche mittels eines Uhrwerks den Stand eines Leistungsmessers in bestimmten Zwischenräumen registrieren, muss man die Richtigkeit des Leistungsmessers, des Uhrwerks und der Übertragung auf das Zählwerk kontrollieren, welche drei Messungen man ebenfalls gesondert durchführt.

202. Prüfung von Uhrpendelzählern.

Am schwierigsten ist die Prüfung der Aron'schen Pendelzähler. Das einfache Verfahren, eine bestimmte Zeit hindurch den Zähler zu belasten und die dabei eingetretene Änderung des Standes der Zeiger am Zählwerk zu beobachten, ist nur bei sehr langer Dauer des Versuchs zuverlässig genug. Um auch bei schwächeren Belastungen rascher zum Ziele zu gelangen, ist

bei den älteren, langpendligen Zählern dieses Systems für jedes Pendel ein kleines Zifferblatt mit einem Zeiger angebracht, dessen Umlaufszeit 80 Pendelschlägen entspricht. Man kann nun entweder mit Hilfe dieser Zifferblätter zunächst die unveränderte Schwingungsdauer der Pendel, dann die durch die Wirkung der elektrischen Ströme verkürzte Schwingungsdauer des einen der Pendel ermitteln, indem man entweder mittels des Chronographen oder des Doppelschreibers die Dauer einer Anzahl von Zeigerumläufen bestimmt. Ist alsdann T die ursprüngliche, t die verkürzte Dauer einer Schwingung, und ist n die Anzahl von Schwingungen, welche das beschleunigte Pendel mehr ausführen muss, damit der Zeiger des niedrigsten Stellenwertes des Zählwerks um einen Teilstrich vorschreitet, so ergiebt sich die Schwingungszahl N des unveränderten Pendels während dieser Zeit aus der Gleichung

$$TN = t\,(N + n),$$

somit der Wert eines solchen Teilstrichs in Wattstunden

$$= \frac{n\,t}{T - t}\,\frac{T}{3600}\,EJ,$$

wenn E und J die gleichzeitig beobachtete mittlere Spannung und Stromstärke bedeutet.

Oder man beobachtet, am besten nach dem Gehör, eine Anzahl von Koinzidenzen der Pendel, deren jede anzeigt, dass das beschleunigte Pendel dem unveränderten um je einen Schlag vorausgekommen ist. Hat man so gefunden, dass in T Sekunden N solcher Koinzidenzen stattgefunden haben, so ist $\frac{N}{n}$ die Anzahl der Teilstriche, um welche der Zeiger des niedrigsten Stellenwertes vorgerückt ist, $\frac{T}{3600}\,EJ$ die Zahl der entsprechenden Wattstunden, somit der Wert eines Teilstrichs: $\frac{n}{N}\,\frac{T}{3600}\,EJ$.

Bei schwankender Belastung, wie dieselbe unvermeidlich ist, wenn man den Strom einem Elektrizitätswerk entnehmen muss, ist endlich folgende Methode am sichersten. Man schaltet sämtliche zu prüfende Zähler gleichen Messbereichs hintereinander, stellt bei allen die Zeiger der oben erwähnten kleinen Zifferblätter auf denselben Punkt, setzt die Pendel dann in Gang und belastet eine halbe Stunde lang, während deren man Stromstärke und Spannung alle fünf Minuten notiert. Dann unterbricht man den Strom, hält die Zählerpendel der Reihe nach auf und bestimmt, wieviel Schläge das unveränderte Pendel machen muss, damit der Zeiger des kleinen Zifferblattes bei ihm wieder in dieselbe Stellung kommt, wie derjenige des beschleunigten Pendels. Durch Division mit n erhält man hieraus die genaue Zahl der Teilstriche, um welche der Zeiger des niedersten Stellenwertes vorgeschritten ist; der entsprechende Leistungsverbrauch ist gleich 0·5 mal dem Mittelwert des Produktes EJ Wattstunden.

Bei den kurzpendligen Aronschen Umschaltezählern ist wegen der gegenseitigen Beeinflussung nahe bei einander schwingender, isochroner Pendel das linke Pendel kürzer als das rechte, und zwar kommen auf 89 Schwingungen des rechten 91 des linken Pendels; dementsprechend ist die Übertragung auf das Zeigerwerk so gewählt, dass ein Umlauf des Zeigers des niedersten Stellenwertes durch $\frac{91}{89}$ mal soviel Schwingungen des linken Pendels

verursacht wird wie des rechten, so dass also bei diesen Schwingungsdauern der Pendel durch beide gleichzeitig keine Bewegung des Zählwerks entsteht; eine solche erfolgt erst, wenn durch den Einfluss der Ströme das eine der Pendel beschleunigt, das andere verzögert wird. Um zu verhüten, dass

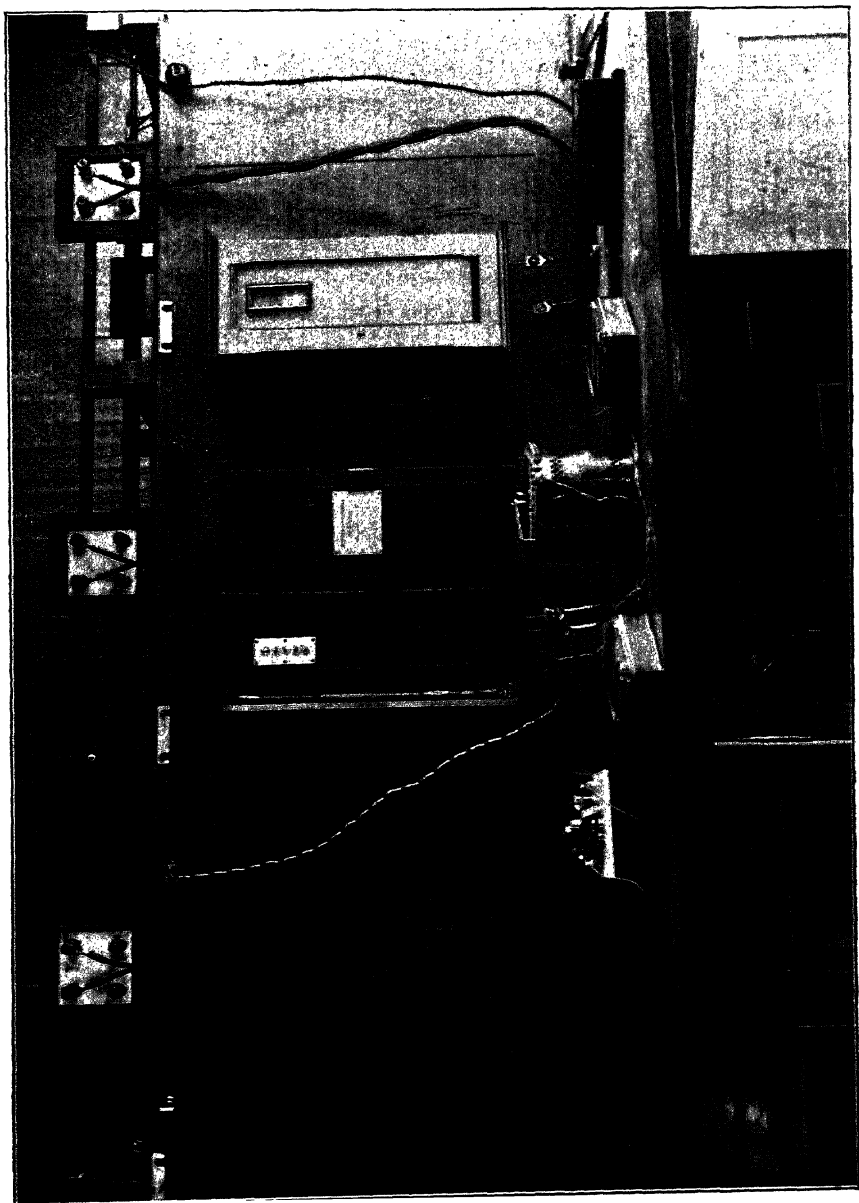



Fig. 275.

bei ungenauer Justierung der Pendel der Zähler im unbelasteten Zustande vor- oder rückwärts zählt, werden in Zwischenräumen von je etwa 10 Minuten die Richtungen vertauscht, in denen die Zeigerwelle durch die beiden Pendel bewegt wird, so dass, wenn dieselbe erst durch das linke links, durch das rechte rechts herum bewegt wurde, in der nächsten Periode das Umgekehrte stattfindet.

Sind die Zähler belastet, so wird dabei gleichzeitig die Stromrichtung in den Spannungsspulen umgekehrt, so dass, wenn in der ersten Periode das linke Pendel beschleunigt, das rechte verzögert ist, in der zweiten die Verhältnisse umgekehrt werden. Bei solchen Zählern empfiehlt sich bei schwachen Belastungen das von ORLICH beschriebene Verfahren (ETZ 1901, S. 96). Macht das linke Pendel ohne Belastung in der Sekunde N_l, das rechte N_r Schläge, mit Belastung aber bei beschleunigtem linken und verzögertem rechten Pendel das erstere N_l', das letztere N_r', nach der Umschaltung aber ersteres N_l'', letzteres N_r'' Schwingungen, ist ferner n_l und n_r die Anzahl von Schlägen der Pendel, die den Zeiger des niedersten Stellenwertes des Zählwerks einmal herumtreiben, so schreitet dieser Zeiger während der ersten Umschalteperiode von T Sekunden in der Sekunde um $\frac{N_l'}{n_l} - \frac{N_r'}{n_r}$, während der zweiten um $\frac{N_r''}{n_r} - \frac{N_l''}{n_l}$ Umdrehungen vorwärts, während zweier aufeinanderfolgender Umdrehungsperioden T also um

$$T\left(\frac{N_l'}{n_l} - \frac{N_r'}{n_r} + \frac{N_r''}{n_r} - \frac{N_l''}{n_l}\right)$$

Umdrehungen. Diese Umdrehungszahl aber entspricht $\frac{2\,T}{3600}\,EJ$ Wattstunden, so dass auf eine Umdrehung dieses Zeigers

$$x = \frac{2\,EJ}{3600\left(\frac{N_l'}{n_l} - \frac{N_r'}{n_r} + \frac{N_r''}{n_r} - \frac{N_l''}{n_l}\right)}$$

Wattstunden kommen. Setzt man nun

$$N_l' - N_r' = \delta N' \text{ und } N_r'' - N_l'' = \delta N'',$$

so kann man für obigen Ausdruck auch schreiben:

$$x = \frac{2\,EJn_r}{3600\left[\delta N' + \delta N'' + (N_l' - N_l'')\left(\frac{n_r}{n_l} - 1\right)\right]}.$$

Ist nun D das Drehungsmoment der Schwere, $\mathfrak{T}$ das Trägheitsmoment des linken Pendels, c eine Konstante, so ist:

$$N_l = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{D}{\mathfrak{T}}},\quad N_l' = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{D + c\,EJ}{\mathfrak{T}}},\quad N_l'' = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{D - c\,EJ}{\mathfrak{T}}},$$

oder, wenn man $\frac{c}{D} = k$ setzt und unter der Voraussetzung, dass $c\,EJ$ gegen D klein ist, nach Potenzen von EJ entwickelt,

$$N_l' = N\left(1 + \frac{1}{2}\,k\,EJ - \frac{1}{8}\,k^2\,(EJ)^2 + \ldots\right)$$

$$N_l'' = N_l\left(1 - \frac{1}{2}\,k\,EJ - \frac{1}{8}\,k^2\,(EJ)^2 - \ldots\right),$$

also:

$$N_l' - N_l'' = N_l k\,EJ.$$

Setzt man dies in der Formel für x ein und beachtet gleichzeitig die Beziehung $\frac{n_r}{n_l} = \frac{89}{91}$, so wird

$$x = \frac{E J n_r}{3600 \left(\frac{\delta N' + \delta N''}{} - \frac{N_l k E J}{91} \right)},$$

worin das zweite Glied gegen das erste klein ist, also nicht so genau bestimmt zu werden braucht. Da für **jede** Belastung $N_l k = \frac{N_l' - N_l''}{E J}$ ist, so kann man $\frac{N_l k}{91}$ leicht bestimmen, indem man bei der maximalen Belastung N_l' und, nach dem Umschalten, N_l'' durch direktes Zählen einer Anzahl von Schwingungen des linken Pendels ermittelt und die Differenz der so gefundenen Werte durch $91\,EJ$ dividiert.

Ferner ist bei derartigen Zählern stets

$$n_r \qquad\qquad ; \; n_l = n \; {}^{227\cdot 5}$$

wo n eine ganze Zahl (einschl. 1) ist; n_r ist somit dadurch leicht genau zu finden, dass man so genau als möglich dasselbe durch direktes Zählen bestimmt und dann nach obiger Formel korrigiert. Es fehlen also in der Formel für x nur noch die Werte $\delta N'$ und $\delta N''$, d. h. die Schwingungszahldifferenzen der beiden Pendel in der Sekunde bei belastetem Zähler vor und nach dem Umschalten, wobei in der ersten Periode das linke, in der zweiten das rechte verzögert sein soll. Diese Werte aber findet man, indem man die Zeitdauer t einer **geraden** Anzahl $2z$ von Koinzidenzen beobachtet, woraus

$$\delta N' = \frac{2 z'}{t'} \text{ und } \delta N'' = \frac{2 z''}{t''}$$

sich ergiebt. Bei schwachen Belastungen kann $\delta N''$ negativ werden, es ist also nötig, in diesem Falle festzustellen, welches der beiden Pendel rascher schwingt; ist es das linke, so muss das nach der Koinzidenzmethode gefundene $\delta N''$ **negativ** genommen werden.

Bei stärkeren Belastungen folgen die Koinzidenzen der Pendel so rasch aufeinander, dass man sie nicht mehr genau beobachten kann. Dann werden Zähler dieser Art geeicht, indem man für eine Doppelperiode ($2\,T$) die Veränderung des Standes des Zeigers des niedersten Stellenwertes beobachtet, während man gleichzeitig den Mittelwert von EJ und den Wert $2\,T$ bestimmt.

203. Mehrleiterzähler.

Bei **Mehrleiterzählern** werden die beiden Hälften einzeln geprüft. Beim Justieren kann man sich mit der genauen Einstellung der einen Stromspule begnügen und dann die andere auf gleiche magnetische Wirkung gegen den Spannungsstromkreis einstellen. Dies kann mittels des Stromes eines Induktors mit Stimmgabelunterbrecher (§ 184) geschehen, den man durch beide Stromspulen so hindurchschickt, dass ihre elektromagnetischen Wirkungen auf die Spannungsspule sich aufheben, wenn sie gleich sind. Man erkennt letzteres, indem man in den Spannungsstromkreis ein Telephon einschaltet; man hat alsdann nur die zweite Stromspule so lange zu verschieben, bis der Ton im Telephon verschwindet.

Siebentes Kapitel.

Die Untersuchung von Stromquellen.

44. Primärelemente, Akkumulatoren und Thermosäulen.

204. Kapazitätsmessungen.

Bei der Untersuchung der in der Überschrift genannten Stromquellen kommt es vor allen Dingen darauf an, ihre Leistungsfähigkeit und ihren Wirkungsgrad festzustellen. Erstere wird durch Daueruntersuchungen bestimmt, während welcher entweder kontinuierlich durch Registrierapparate oder durch in genügend kleinen Intervallen wiederholte Ablesungen der Messinstrumente die Mittelwerte der gelieferten Stromstärke und Klemmenspannung ermittelt werden; ausserdem notiert man im letzteren Falle die Zeitmomente dieser Ablesungen. Will man alsdann die gesamte von der Stromquelle gelieferte Elektrizitätsmenge oder ihre Stromkapazität haben, so trägt man, wenn die Stromstärken sehr variieren, diese als Funktion der Zeit auf und bestimmt durch Planimetrieren den Flächeninhalt der so erhaltenen Kurven. Wird, wie bei der Untersuchung von Akkumulatorenbatterien, der Strom auf möglichst gleichbleibender Stärke erhalten, so kann man den Mittelwert der abgelesenen Stromstärken mit der Dauer der Stromlieferung multiplizieren. Als Einheit dient allgemein die Amperestunde (= 3600 Coulomb).

Um die gesamte, von der Stromquelle nach aussen abgegebene elektrische Leistung zu finden, muss man das Produkt aus Stromstärke und Klemmenspannung als Funktion der Zeit auftragen und die so erhaltene Kurve planimetrieren, wobei es unter Umständen ebenfalls genügt, aus den einzelnen Ordinatenwerten das Mittel zu nehmen und dieses mit der Zeit zu multiplizieren. Als Einheit dieser Leistungskapazität dient die Wattstunde.

Als Regel gilt, dass man die Kapazität von Stromquellen stets möglichst unter denjenigen Bedingungen messen soll, unter welchen sie später benutzt werden. So ist es besonders wichtig, dass man Trockenelemente, welche für intermittierenden Betrieb sind, nicht dauernd geschlossen hält, sondern nur periodenweise in Intervallen, wie sie bei der Verwendung etwa zu erwarten sind. Eine für derartige Untersuchungen geeignete Vorrichtung hat Strecker angegeben (ETZ 1895, S. 19). Dieselbe besteht aus einer Uhr, auf deren Minutenzeigerwelle eine Scheibe mit 60 Löchern sitzt; in letztere können Stifte eingesteckt werden, durch die ein Hebel ausgehoben wird, welcher einen Kontakt schliesst. Würden also z. B. solche Stifte in die Löcher 1 2 3, 15 16 17, 31 32 33 und 46 47 48 gesteckt, so würde der Kontakthebel jede Viertelstunde 3 Minuten lang ausgehoben werden. Durch den Hebel wird nun ein Strom geschlossen, welcher eine Anzahl von Relais bethätigt; jedes der letzteren aber schliesst wieder den Stromkreis eines der zu prüfenden Elemente. Von Zeit zu Zeit wird bei den einzelnen Elementen die Stromstärke und Klemmenspannung gemessen.

Bei den für die Starkstromtechnik besonders wichtigen Kapazitätsproben von Akkumulatorenbatterien genügt es meist, dieselben mit

der höchsten zulässigen Stromstärke zu entladen und die Entladung so lange fortzusetzen, bis die Spannung der einzelnen Elemente während des Stromdurchganges unter etwa 1·83 bis 1·85 Volt gesunken ist. Letztere misst man mittels eines kleinen Spannungsgalvanometers, dessen Messbereich bis 3 oder 5 Volt reicht. Die Belastung kann, wenn angängig, durch Glühlampen erfolgen. Bei Elektrizitätswerken ist dies meist nicht möglich, und man hilft sich hier, da Drahtwiderstände für grössere Stromstärken und Spannungen zu schwer und zu kostspielig werden würden, mit sogenannten Wasserwiderständen. Ein solcher besteht aus einem möglichst geräumigen Bottich (1—3 m^3 Inhalt), den man mit reinem Wasser füllt, in welches man zwei Elektroden aus starkem Eisen oder Bleiblech oder zwei Gusseisenplatten eintaucht. Man richtet es so ein, dass während des Betriebs sowohl die Tiefe des Eintauchens als auch die gegenseitige Entfernung der beiden Platten bequem reguliert werden kann. Beim Beginn des Versuchs stellt man die beiden Elektroden möglichst tief und nähert sie einander möglichst, schliesst den Strom und schüttet unter Umrühren soviel Schwefelsäure zu, dass der Strom die gewünschte Stärke erreicht. Infolge der durch den Strom entwickelten Wärme steigt die Temperatur in einiger Zeit bis zum Siedepunkt des Wassers und damit nimmt gleichzeitig die Leitfähigkeit zu, so dass man, um den Strom konstant zu halten, genötigt ist, die Platten allmählich weiter voneinander zu entfernen und zu heben. Wenn möglich wärme man deshalb das Wasser vor. Da durch den Zusatz von Schwefelsäure die Leitfähigkeit des Wassers ausserordentlich steigt, muss man mit dem Zusatz derselben sehr vorsichtig sein; bei Batterien für höhere Spannung (über 400 Volt) kann man deshalb statt der Schwefelsäure auch Soda oder Kochsalz zusetzen. Die Elektrodenflächen sind so zu bemessen, dass etwa 10 bis höchstens 20 Amp. auf 1 dm^2 Fläche kommen; je grösser man die Stromdichte nimmt, um so schwieriger ist es, den Strom konstant zu halten. Das verdampfte Wasser muss man durch Nachgiessen oder besser durch kontinuierlichen Zufluss aus einer Wasserleitung während der Dauer des Versuchs ersetzen. — Bei der Beurteilung der Kapazität einer Akkumulatorenbatterie ist übrigens auch die Temperatur zu berücksichtigen, da nach Heim (ETZ 1901, S. 811) zwischen 14° und 45° durch Temperatursteigerung um 1° die Kapazität um durchschnittlich 2·7 % zunimmt. — Ausserdem ist es wichtig, während der Entladung die Abnahme der Säuredichte mittels Aräometers zu beobachten. Es genügt, letztere Beobachtungen alle halben Stunden zu wiederholen, während Stromstärke und Spannung alle 10—15 Minuten abgelesen werden müssen.

205. Innerer Widerstand von Elementen mittels der Wheatstoneschen Brücke.

Will man die EMK von Elementen während der Stromlieferung bestimmen, so kann dies nur indirekt geschehen, indem man zu der beobachteten Klemmenspannung das Produkt JR hinzufügt, wenn R den inneren Widerstand des Elements bedeutet. Gleichzeitig ergiebt sich dann auch der elektrische Wirkungsgrad des Elements; derselbe ist nämlich gleich dem Quotienten Klemmenspannung dividiert durch EMK. Zur vollständigen Untersuchung galvanischer Elemente gehört also auch die Messung ihres inneren Widerstandes. Da dieser im allgemeinen von der entnommenen Stromstärke abhängt, haben alle Methoden, bei welchen die Messungen nicht während des Betriebs vorgenommen werden, oder bei welchen bei der Messung die Stromstärke wesentlich geändert werden muss, nur geringen praktischen Wert.

Die inneren Widerstände von Elementen lassen sich nicht ohne weiteres mittels der durch Bequemlichkeit und Genauigkeit ausgezeichneten Null-

methoden in der früher als WHEATSTONEsche Brücke beschriebenen Kombination (Nr. 33 u. 34) bestimmen, da hier die Voraussetzung nicht erfüllt ist, dass nur in einem von den sechs Leitern eine EMK vorhanden sei. Es lässt sich indessen nach FRÖLICH (ETZ 1893, S. 48 und „Über Isolations- und Fehlerbestimmungen“, Halle 1895, S. 127 u. 217) die Methode der WHEATSTONEschen Brücke in modifizierter Form auch auf den Fall ausdehnen, dass in allen Zweigen der Brücke elektromotorische Kräfte enthalten seien. Es ergeben sich nämlich unter dieser Voraussetzung aus dem Schema Fig. 276 mittels des ersten KIRCHHOFFschen Satzes für die beiden Maschen I und II die beiden Gleichungen:

$$I. \quad i r \qquad + J r_2 - i_1 (r_1 + r_2) = \sum_I e.$$

$$II. \quad i (r + r_3 + r_4) - J r_3 + i_1 (r_3 + r_4) = \sum_{II} e.$$

Ändert man jetzt in ganz beliebiger Weise E und R einzeln oder beide zusammen, so ergiebt sich ein neues Stromsystem i', J', i_1', für welches die Gleichungen gelten:

$$I.' \quad i' r \qquad + J' r_2 - i_1' (r_1 + r_2) = \sum_I e.$$

$$II.' \quad i' (r + r_3 + r_4) - J' r_3 + i_1' (r_3 + r_4) = \sum_{II} e.$$

Vorausgesetzt also, dass sich durch diese Änderungen die e nicht geändert haben, ergiebt sich aus diesen vier Gleichungen, indem man $I. - I.'$ und $II. - II.'$ bildet und aus diesen beiden homogenen Gleichungen die Unbekannte $i_1 - i_1'$ eliminiert:

$$\frac{i - i'}{J - J'} = \frac{r_1 r_3 - r_2 r_4}{r (r_1 + r_2 + r_3 + r_4) + (r_1 + r_2)(r_3 + r_4)}.$$

Ist sonach

$$i - i' = 0,$$

d. h. ändert sich bei einer beliebigen Änderung des Diagonalzweiges E, R die Stromstärke im andern Diagonalzweig e, r, welcher das Galvanometer enthält, nicht, so muss

$$r_1 r_3 - r_2 r_4 = 0$$

sein, d. h. es gilt dieselbe Gleichgewichtsbedingung, wie für die gewöhnliche WHEATSTONEsche Brücke.

Bei dieser Methode kann man auch gemäss Fig. 277 das Element in den Zweig 4 schalten und im übrigen nur Widerstände verwenden. $r_1 + r_2$ ist ein Messdraht, r_3 ein Vergleichswiderstand. Der Zweig E, R enthält keine EMK, sondern kann nur durch einen Taster T geschlossen und unterbrochen werden. Man führt die Ablenkung der Galvanometernadel durch einen angenäherten Magnet auf 0 zurück und reguliert dann r_1 und r_2 so, dass beim Schliessen von T keine Bewegung der Nadel eintritt; dann ist

$$r_4 = \frac{r_1}{r_2} r_3$$

(Methode von MANCE). Sehr bequem ist hierzu das SIEMENSsche Universalgalvanometer in seiner älteren Ausführung (mit Nadelgalvanometer) zu verwenden (§ 154).

Anstatt den Galvanometerausschlag durch einen Magnet zu kompensieren, kann man aber auch statt des Galvanometers die primäre Spule eines Induktionsapparates einschalten und das Galvanometer in den sekundären Stromkreis des letzteren schalten. Die Unveränderlichkeit der Stromstärke beim Niederdrücken des Tasters T äussert sich alsdann dadurch, dass die Galvanometernadel dabei nicht in Zuckungen gerät.

Man kann auch in den Zweig E, R einen Stimmgabelinduktor einschalten (§ 184) und statt des Galvanometers ein Telephon, im

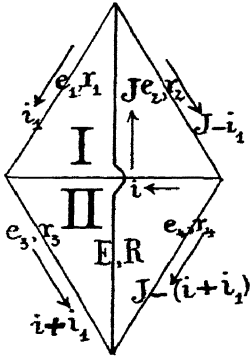



Fig. 276.

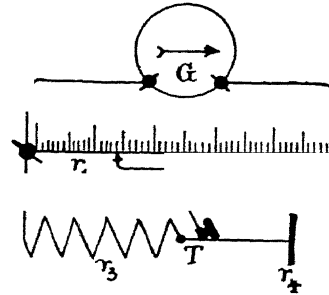



Fig. 277.

übrigen aber die Schaltung Fig. 277 verwenden; dann ist, wenn der Ton im Telephon verschwindet, ebenfalls

$$r_4 = \frac{r_1}{r_2} r_3$$

(Methode von Kohlrausch). Will man hierbei die Elemente im stromlosen Zustande untersuchen, so muss man zwei gleichartige gegeneinander

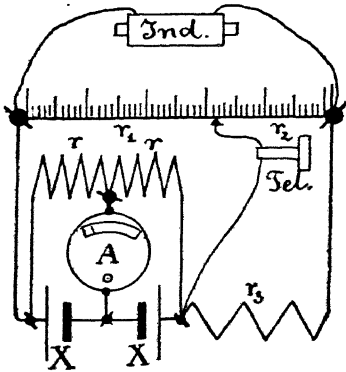



Fig. 278.

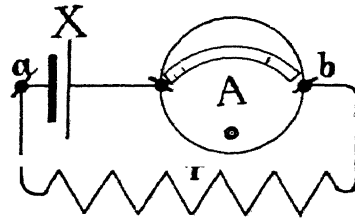



Fig. 279.

in die Brücke einschalten und erhält die Summe ihrer Widerstände.

Die in Fig. 278 skizzierte Schaltung ermöglicht auch die gleichzeitige Messung der Stromstärke und Klemmenspannung. Dabei ist für das Tonminimum im Telephon:

$$r_4 = 2\,\frac{Xr}{X+r} = \frac{r_1}{r_2}\, r_3,$$

hieraus kann bei bekanntem r der unbekannte Widerstand X der Elemente berechnet werden. Die Stromstärke wird am Strommesser A abgelesen. Die Methode setzt voraus, dass die Elemente einander vollkommen gleich sind

Man kann übrigens in derselben Weise auch ein einziges Element bei Betrieb untersuchen, wenn man dasselbe mit dem Strommesser und dem Widerstand r nach Fig. 279 schaltet, wobei die Punkte a und b mit der Brücke verbunden werden. Dann erhält man

$$r_4 = \frac{Xr}{X + r};$$

von X ist noch der Widerstand des Strommessers A abzuziehen.

Eine Abänderung der beschriebenen Schaltungsweise von Uppenborn (ETZ 1891, S. 157) erfordert vier gleichartige Elemente, bietet aber dafür den Vorteil, dass die Messung des inneren Widerstandes vom Widerstande des Schliessungsbogens ganz unabhängig erfolgt. Die Elemente werden nach Fig. 280 zu zweien hintereinander, und die beiden Reihen dann parallel geschaltet. Zwischen A und B liegt der Schliessungsbogen der vier Elemente, während C und D Punkte gleicher Spannung sind und mit den Klemmen der Telephonbrücke verbunden werden. Für den Wechselstrom des Induktors sind A und B Punkte gleicher Spannung, so dass also der zwischen C und D gemessene Widerstand genau dem Widerstande X eines Elements entspricht, wenn die Widerstände der vier Elemente als gleich gross vorausgesetzt werden dürfen. Die Erfüllung dieser Voraussetzung bildet bei der Uppenbornschen Methode die einzige Schwierigkeit.

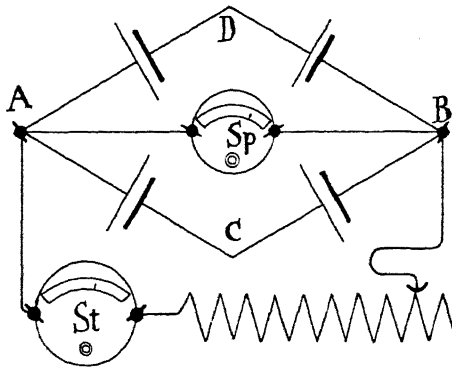



Fig. 280.

206. Methode von Hospitalier.

Eine sehr brauchbare Methode, welche auch für einzelne Elemente deren Widerstand unabhängig von demjenigen des Schliessungsbogens zu messen gestattet, rührt von Hospitalier her. Bei derselben schliesst man das Element bezw. die Batterie ausser durch einen Regulierwiderstand durch einen der Grösse nach bekannten Widerstand r, der am besten dem Batteriewiderstand R möglichst gleich sein soll. Hierauf legt man an die Enden von r einen Kondensator C von passender Kapazität und führt den Ladestrom durch ein ballistisches Galvanometer; der entsprechende Ausschlag sei s_1, dann ist $Jr = ks_1$, wo k eine Konstante ist. Alsdann legt man, nachdem man ihn entladen hat, den Kondensator unter Kurzschluss des Galvanometers (um einen zu starken Ausschlag infolge Ladung mit der Klemmenspannung zu vermeiden) an die Pole der Batterie; beim Aufheben des Kurzschlusses tritt alsdann kein Ausschlag auf, weil der Kondensator sich nicht weiter laden kann; nur wenn dieser nicht genügend isoliert, erhält man einen Dauerausschlag, der aber nur klein sein darf. Nunmehr unterbricht man plötzlich den Batteriestrom und erhält dabei einen zweiten ballistischen Ausschlag s_2, weil infolge des Wegfalls des Stromes J die Klemmenspannung der Batterie plötzlich um JR steigt; dann ist $JR = ks_2$. Aus beiden Beobachtungen aber folgt:

$$R = \frac{s_2}{s_1} r.$$

Diese Methode beruht darauf, dass das ballistische Galvanometer nur den plötzlichen Stromstoss anzeigt, der dem Anwachsen der Spannung um JR entspricht, nicht aber ein etwaiges, nach dem Öffnen eintretendes, langsames Ansteigen der Spannung infolge des Verschwindens der Polarisation. Die Methode giebt also zu grosse Werte für R, wenn in dem untersuchten Element eine mit dem Strom J momentan verschwindende Polarisation vorhanden ist.

Um die verschiedenen erforderlichen Schaltungen rasch, bequem und sicher ausführen zu können, hat Verfasser den in Fig. 281 abgebildeten Schalter konstruiert (ETZ 1898, S. 142, „Der Mechaniker“ 6. Heft 11). Derselbe besteht aus einer Hartgummiwalze mit einer Anzahl von Messingkontakten darauf, auf welchen sieben mit Klemmen verbundene Federn schleifen. Fig. 282 giebt eine Abwicklung des Mantels dieser Walze und das Schema der Schaltung. Man ersieht, dass in der Stellung der Walze, wobei die Federn diese in der untersten Linie berühren, der Kondensator kurz

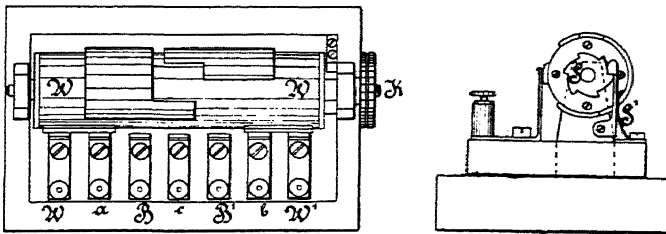



Fig. 281.

geschlossen, also entladen ist; bei dieser Stellung schliesst man den Strom. Dreht man dann die Walze um $\frac{1}{6}$, so dass die Federn in der obersten Linie berühren, so wird der Kondensator C unter Zwischenschaltung des Galvanometers an die Enden von r (W Fig. 282) gelegt; man erhält dabei den ersten ballistischen Ausschlag s_1. Hierauf entladet man den Kondensator, indem man die Walze abermals um $\frac{1}{6}$ dreht, so dass die Berührung der Federn in der zweiten Linie erfolgt, schliesst durch weiteres Drehen um $\frac{1}{6}$ das Galvanometer kurz, dreht hierauf die Walze abermals um $\frac{1}{6}$, wodurch man bei kurz geschlossenem Galvanometer die Batteriepole an die Belegungen des Kondensators legt. Durch nochmaliges Drehen um $\frac{1}{6}$ hebt man alsdann den Kurzschluss des Galvanometers auf. Bei dieser Stellung wird nun der Strom unterbrochen und dadurch der zweite ballistische Ausschlag s_2 erhalten. Dann geht man wieder in die Anfangsstellung und kann nun den Strom wieder schliessen und die Widerstandsmessung nach einiger Zeit wiederholen. Die einzelnen Stellungen der Walze sind durch Einschnappen eines Sperrkegels in ein Sperrad gesichert, wodurch gleichzeitig das Rückwärtsdrehen verhindert wird. Bei höherer Spannung der zu messenden Batterie tritt bei Stellung 5 leicht infolge ungenügender Isolation des Konden-

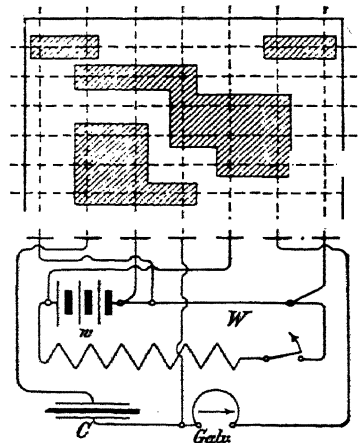



Fig. 282.

sators ein Dauerkreisausschlag ein, welcher nichts weiter schadet, wenn er klein ist, da er nach derselben Richtung hin liegt, nach welcher beim Unterbrechen des Stromes der ballistische Ausschlag erfolgt; man braucht dann letzteren nur von der abgelenkten Stellung des Galvanometers aus zu rechnen. In den Stromkreis kann man natürlich einen Strommesser einschalten und gleichzeitig die Spannung der Batterie messen; allein man muss dann stets während der Widerstandsmessung das Spannungsgalvanometer abschalten. Dagegen kann man unter Umständen anstatt r gleich den Strommesser verwenden, wenn dessen Widerstand genau bekannt ist (z. B. wenn man ein WESTON-Galvanometer mit Nebenschluss verwendet, s. §§ 59 und 82).

Folgende Messungen wurden z. B. an einem DANIELL-Element angestellt:

$$J = 0{\cdot}102\ A;\ r = 1\ \Omega;\ s_1 = 23{\cdot}45;\ s_2 = 8{\cdot}3;$$

hieraus folgt:

$$R = 1 \cdot \frac{8{\cdot}3}{23{\cdot}45} = 0{\cdot}355\ \Omega.$$

$$J = 0{\cdot}810\ A;\ r = 0{\cdot}1\ \Omega;\ s_1 = 18{\cdot}8;\ s_2 = 62{\cdot}05;$$

hieraus folgt:

$$R = 0{\cdot}1\ \frac{62{\cdot}05}{18{\cdot}8} = 0{\cdot}330\ \Omega.$$

Der Widerstand hat also infolge der Temperaturzunahme bei dem stärkeren Strom einen kleineren Wert.

207. Thermosäulen.

Auch für die Untersuchung von Thermosäulen kann man die oben beschriebenen Methoden der Widerstandsmessung, namentlich die letztgenannte, mit Vorteil verwenden. Da diese Apparate meist mit Leuchtgas geheizt werden, so interessiert vor allen Dingen hier der stündliche Gasverbrauch, der einer bestimmten Nutzleistung entspricht; man muss also auch diesen bestimmen, indem man das Gas durch einen sogenannten Experimentiergaszähler, wie man denselben auch bei photometrischen und kalorimetrischen Messungen braucht, hindurchleitet. Bei Messungen an Thermosäulen muss man immer erst den Eintritt des stationären Zustandes abwarten, was unter Umständen mehrere Stunden dauert.

45. Untersuchung von Gleichstromdynamos.

208. Gegenstände der Untersuchung.

Von der Untersuchung von Gleichstromdynamos soll hier in erster Linie die Prüfung der Maschinen hinsichtlich der Erfüllung der Bestimmungen der „Normalien für elektrische Maschinen und Transformatoren“ (ETZ 1902, S. 504) behandelt werden; ausserdem soll die Ermittelung der Charakteristiken, soweit diese für die Beurteilung einer Maschine von Wert sind, kurz besprochen werden. Die Untersuchung hat sich nach den soeben genannten „Normalien etc.“ zu erstrecken auf die Leistung und Überlastungsfähigkeit der Maschine, die Temperaturzunahme, den Wirkungsgrad, die Spannungsänderung bei Belastungsänderungen und die Isolation; von diesen Untersuchungen wird die letztgenannte bei der Messung der Isolation elektrischer Starkstromanlagen im nächsten Kapitel besprochen werden.

209. Leistung und Überlastungsfähigkeit eines Generators.

Bei der Ermittelung der Leistung und Überlastungsfähigkeit ist die Maschine eine genügend lange Zeit mit der auf derselben angegebenen

Belastung zu betreiben. Die Belastung erfolgt bei Stromerzeugern mit geeigneten Belastungswiderständen, als welche entweder die Glüh- und Bogenlampen der von der betreffenden Maschine mit Strom versorgten Anlage, oder, wo dies nicht angängig ist, besondere Glühlampenbatterien oder, namentlich bei grossen Maschinen, Wasserwiderstände (§ 204) benutzt werden können. Die Ermittelung der abgegebenen Leistung in Kilowatt erfolgt durch alle 10 bis 15 Minuten wiederholte Ablesung der Stromstärke und Spannung an geeigneten Messinstrumenten; als solche können auch registrierende Instrumente oder sorgfältig geeichte Zähler dienen, namentlich wenn es nicht möglich ist, die Belastung genügend konstant zu halten.

Die Zeitdauer der Belastung richtet sich danach, ob die zu prüfende Maschine die betreffende Leistung nur für kürzere Zeit oder dauernd liefern soll. Im ersteren Fall hat die Belastung so lange zu erfolgen, als vom Verfertiger als zulässig angegeben ist, im letzteren Falle aber so lange, als zur Erreichung eines stationären Temperaturzustandes notwendig ist. Hierfür genügen bei kleineren Maschinen etwa vier Stunden, während grosse Maschinen auch nach zehnstündigem Betrieb ihre höchste Temperatur noch nicht ganz erreicht haben. Indessen soll nach den genannten „Normalien u. s. w." auch bei solchen die Dauerbetriebsprobe nicht länger als zehn Stunden fortgesetzt werden. — Von der kurz dauernden und der Dauerbelastung wird noch unterschieden die intermittierende Belastung, bei welcher mit nach Minuten zählenden Betriebsperioden in regelmässiger Folge Betriebspausen abwechseln; solche Belastungen kommen namentlich bei Strassenbahn-, Kran- und Aufzugsmotoren vor. Solche Maschinen sollen 1 Stunde lang mit ihrer Normalbelastung betrieben werden. — Die Überlastung endlich soll für $^1/_2$ Stunde 25 %, für 3 Minuten 40 % der normalen Leistung betragen dürfen, ohne dass die Maschine dadurch Schaden leidet. Diese Überlastungsversuche sollen bei so niedrigen Temperaturen begonnen werden, dass durch sie keine für die Maschine schädlichen Temperatursteigerungen hervorgerufen werden können.

210. Bremsversuche an Motoren.

Die von einem Elektromotor abgegebene Leistung muss durch Bremsversuche ermittelt werden und ist in Pferdestärken anzugeben. Die Dauer der Versuche unterliegt denselben Bestimmungen, wie sie oben für die Stromerzeuger angegeben worden sind. Ausser dem Pronyschen Zaum kommen bei derartigen Untersuchungen die verschiedenen Arten von Band- und Seilbremsen, sowie für kleine Motoren ganz besonders die Wirbelstrombremsen in Frage.

Der Pronysche Zaum (Fig. 283) besteht aus zwei Bremsbacken aus hartem Holz, welche durch Schraubenbolzen an die zwischen ihnen befindliche Bremsscheibe angepresst werden. Einige seitlich an die Bremsbacken angeschraubte Flacheisenstücke verhindern das Herabgleiten. Die am Umfange der Scheibe wirkende Reibung wird entweder durch Gewichte P ausbalanciert, welche auf eine am Hebelarm H hängende Wagschale gesetzt werden, oder anstatt dessen durch eine Federwage, oder endlich durch eine Brückenwage, auf deren Brücke man (bei umgekehrter Drehrichtung, wie in Fig. 283) das Ende von H drücken lässt; die Bewegung von H wird durch die beiden Anschläge A begrenzt, zwischen denen H gerade einspielen muss. Zur Kühlung und um die Reibung gleichförmiger zu machen, lässt man durch den Trichter T Seifenwasser zufliessen. Vor dem Versuch wird bei gelösten Schrauben zwischen die Scheibe und den oberen Bremsbacken

eine Stahlschneide geschoben und das ganze System durch Einstellen des Gegengewichts G ins Gleichgewicht gebracht. — Die Bremsscheibe wird anstatt der Riemenscheibe auf die Motorwelle aufgekeilt; man macht zu diesem Zwecke die Bohrung der Nabe so weit, dass sie für die stärksten in Frage kommenden Wellen ausreicht, und verwendet für schwächere Wellen Zwischenbuchsen. Man kann auch eine den Centrierfuttern der Drehbänke ähnliche Klemmvorrichtung in die Nabe einbauen und so die Zwischenbuchsen umgehen, die natürlich für jeden Wellendurchmesser besonders angefertigt werden müssen.

Bezeichnet bei horizontal einspielendem Wagbalken h den Abstand der durch die Aufhängeschneide der Wagschale gehenden Senkrechten von der Drehungsachse der Scheibe in m und ist u die Anzahl der Umdrehungen in der Minute, P das auf die Wagschale aufgelegte Gewicht (bezw. der von der Federwage angezeigte Zug) in kg, so ist die Leistung des Motors

$$L = \frac{2\pi h u P}{60 \cdot 75} \mathrm{PS} = 0{\cdot}001396\, h\, u\, P\, \mathrm{PS}$$

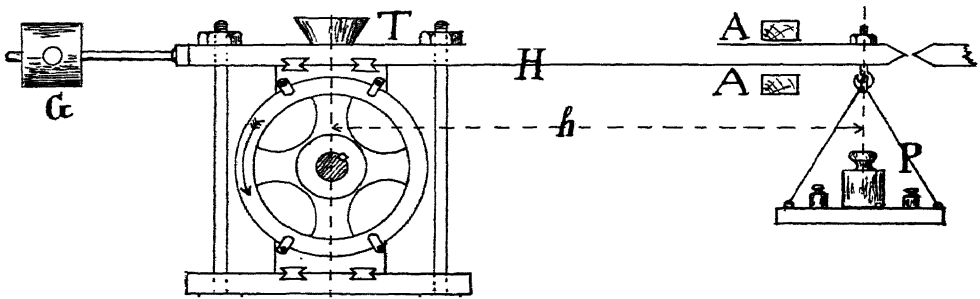
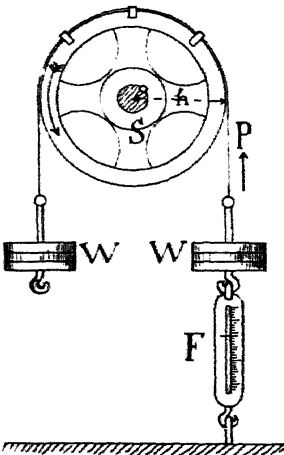



Fig. 283.

Um Motoren verschiedener Leistung untersuchen zu können, muss man eine Anzahl solcher Bremszäume verschiedener Grösse besitzen; für jeden derselben ist h eine gegebene Konstante, so dass also das Produkt $0{\cdot}001396\, h = C$ konstant und nur uP veränderlich ist.

Fig. 284.

Das am äusseren Umfange zuzuführende Seifenwasser bildet bei der grossen Umdrehungszahl, welche Elektromotoren zu besitzen pflegen, einen Übelstand bei dieser Art von Bremsen. Deshalb sind hier im allgemeinen die Bandbremsen vorzuziehen. In ihrer einfachsten Form besteht eine solche aus einem breiten, dünnen Band aus Kupfer, Stahlblech oder Hanfgurt, welches über die Riemenscheibe des zu untersuchenden Motors, oder besser über eine besondere, auf deren Welle aufgekeilte Bremsscheibe S gelegt wird (Fig. 284); einige daran befestigte Bügel aus Bandeisen verhindern das Herabgleiten des Bandes. Die Grösse der Reibung zwischen Band und Scheibe wird durch auf die Wagschalen W beiderseits in gleicher Anzahl aufgelegte, scheibenförmige Gewichte reguliert. Der Zug der Reibung P wird durch

ein Federdynamometer F gemessen, welches am Fussboden verankert ist (bei kleineren Motoren genügt es, F unten an einem grösseren Gewichtsstück zu befestigen). Man kann auch nach Fig. 285 zur Bestimmung von P eine gewöhnliche Küchenwage benutzen, thut aber der Sicherheit wegen dann gut, die andere Wagschale durch eine Schnur zu verankern, damit nicht durch einen unglücklichen Zufall das Band mit herumgerissen werden kann. Der Zug der Reibung wird hierbei erhalten, indem man das um die Anzeige der Wage verminderte linke Gewicht vom rechten abzieht.

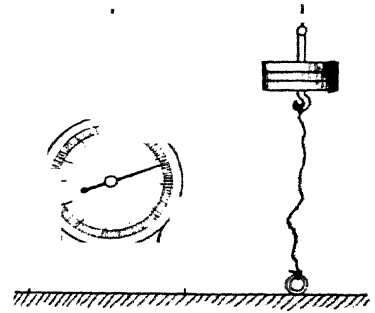



Fig. 285.

Eine andere Form des Bremsbandes, bei welcher keine Federwage gebraucht wird, mit selbstthätiger Regulierung, ist von Brauer konstruiert

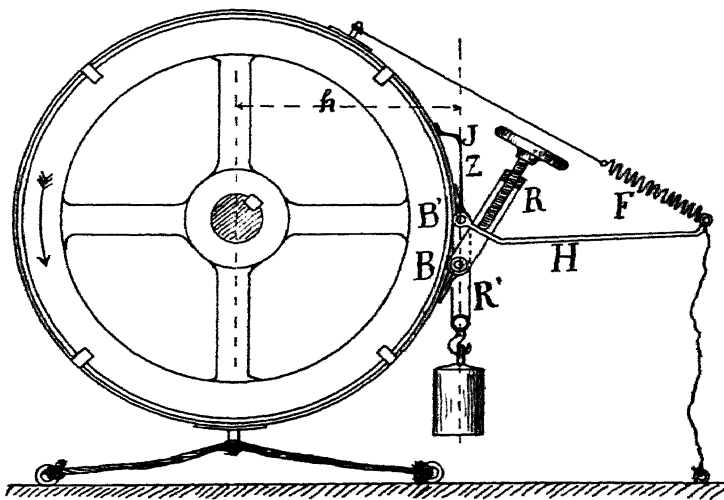



Fig. 286.

worden (Fig. 286). Die Enden des Kupfer- oder Stahlbandes sind um die beiden Stahlbolzen B und B' gelegt. Der untere B dient als Achse für einen Rahmen R, welcher das Muttergewinde für die Regulierschraube trägt; der obere B' bildet die Achse für einen einseitigen Hebel H und den Rahmen R', an welchem das Gewicht P hängt. Nahe am Bolzen B' drückt das Ende der Regulierschraube auf den Hebel H, während am anderen Ende von H eine durch eine Feder F gespannte Schnur befestigt ist, deren anderes Ende in eine am Bremsband sitzende Öse geknüpft ist. An demselben Ende des Hebels greift eine andererseits am Fussboden befestigte Schnur an. Die Regulierschraube wird so stark angezogen, dass das Gewicht P durch die Reibung gerade gehoben wird, während die Schnur leicht gespannt ist; die richtige Einstellung ist erreicht, wenn ein mit dem Ende B' des Hebels H verbundener Zeiger Z auf die Marke J einspielt. Bei jeder Vergrösserung der Reibung spannt sich die Schnur stärker, wodurch, wie leicht ersichtlich, die Spannung des Bremsbandes und damit die Reibung vermindert wird.

Beim Bremsband ist, wie beim Bremszaum, $L = 0{\cdot}001396\,huP$ PS. Dabei bedeutet h beim gewöhnlichen Bremsband (Fig. 284) den Abstand der Zugrichtung von der Drehungsachse, beim Brauerschen (Fig. 286) den Abstand der durch die Mitte des Bolzens B' gelegten Senkrechten von der Drehungsachse. Bei letzterem würde eigentlich noch die Spannung der Schnur hinzukommen, deren Grösse nach dem Hebelprinzip auf den Abstand h zu reduzieren wäre. Indessen ist das Drehungsmoment dieser Spannung der Schnur gegenüber demjenigen von P so klein, dass es gegen letzteres vernachlässigt werden kann.

Metallbänder müssen, um eine genügend konstante Reibung zu geben, und vor allen Dingen, um ein Festfressen zu verhindern, mit Seifenwasser oder Öl geschmiert werden. Hanfbänder geben nach den Erfahrungen des Verfassers auch trocken eine sehr gleichmässige Reibung, wenn man nicht die Zugkräfte auf sie direkt wirken lässt, sondern sie nur als Zwischenlage zwischen dem stählernen Bremsband und der Bremsscheibe benutzt.

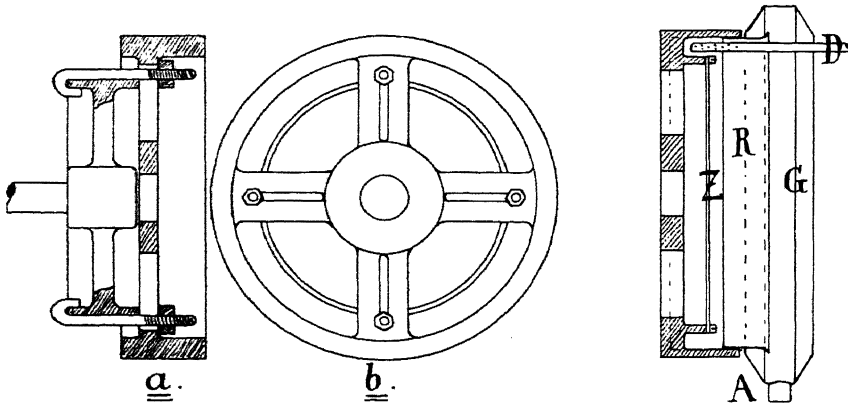



Fig. 287. Fig. 288.

Die Bremsscheibe S verbindet man entweder, wie beim Pronyschen Zaum, durch Zwischenbuchsen und Keil vermittels der Nabe mit der Welle der zu prüfenden Maschine, wobei man die Riemenscheibe entfernen muss, oder man giebt derselben die in Fig. 287 skizzierte Einrichtung, welche gestattet, dieselbe mittels Haken an der Riemenscheibe selbst zu befestigen. Um das Gewicht der Bremsscheibe möglichst zu verringern, empfiehlt sich hierbei die Verwendung von Stahlguss.

Ist die dauernd zu bremsende Leistung so gering, dass die Bremsscheibe auf 1 PS etwa $0{\cdot}1\ m^2$ von der Luft berührte Fläche besitzt, so ist nach Brauer eine besondere Wasserkühlung nicht erforderlich. Bei höheren Leistungen muss man aber die Bremsscheibe durch Wasser kühlen, was man am besten gegen die Innenseite des Radkranzes spritzt. Eine Einrichtung der Bremsscheibe, bei welcher jedes Herumspritzen des Kühlwassers vermieden wird, zeigt Fig. 288. Der Radkranz besitzt hier einen **U**-förmigen Querschnitt; in diesen ringförmigen Raum wird durch einige Düsenrohre D das Kühlwasser eingespritzt. Diese Düsen sitzen an einer Scheibe, welche an einem Stativ befestigt ist, so dass ihre Höhenlage passend eingestellt werden kann. Ausserdem trägt diese Scheibe die Rinne G, welche das ablaufende Wasser auffängt; letzteres läuft bei A ab. Den Übergang vermittelt

ein Blechring R, dessen Rand, um das Abspritzen zu erleichtern, nach aussen sich konisch erweitert. Die Blechscheibe Z verhindert das Eindringen von Wasser in den Raum, in welchem die Befestigungsschrauben sich befinden, aus welchem es leicht durch die Schlitze nach der Maschine gespritzt werden könnte.

Die beste und genaueste Bremsvorrichtung für kleine Motoren bis etwa herauf zu 3 PS ist die sogenannte Wirbelstrombremse (vgl. GRAU, ETZ 1900, S. 265, sowie FEUSSNER, ETZ 1901, S. 608). Dieselbe beruht auf dem bekannten ARAGOschen Versuch, wonach zwischen einem Magnet und einer vor seinen Polen rasch rotierenden Kupferscheibe ein gegenseitiges Drehungsmoment infolge der Wechselwirkung zwischen dem Magnet und den durch Induktion in der Scheibe entstehenden Wirbelströmen besteht. Verbindet man die Kupferscheibe mit der Welle des zu prüfenden Elektromotors und lagert den vorher ausbalancierten Magnet auf Schneiden, deren Rich-

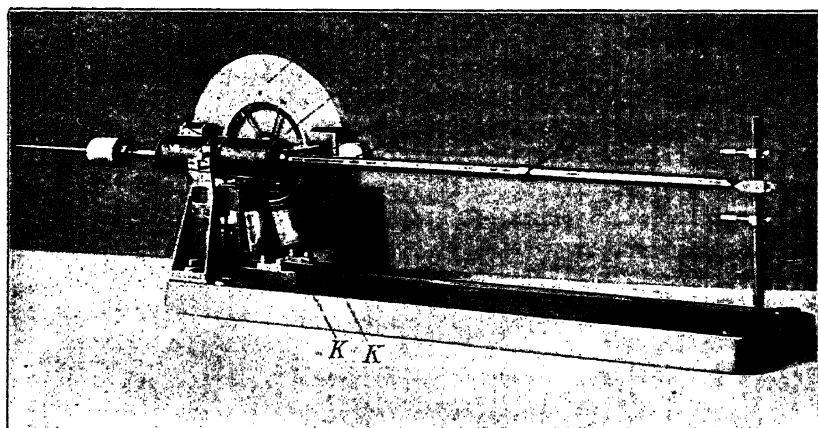



Fig. 289.

tung mit der Rotationsachse der Scheibe zusammenfällt, so kann man das auf den Magnet ausgeübte Drehungsmoment messen. Multipliziert man dasselbe mit der Winkelgeschwindigkeit $\frac{2\pi u}{60}$ der rotierenden Scheibe, so erhält man die vom Motor auf letztere übertragene Leistung.

Nach diesem Prinzip fertigt u. a. die Firma SIEMENS & HALSKE zwei Typen der Wirbelstrombremse an, von denen die kleinere, in Fig. 289 abgebildete, für Leistungen von etwa 0·01 bis 0·5, die grössere für solche zwischen 0·25 und 2·7 PS dient. Bei dem kleineren Apparat ist der auf Schneiden in Stahlpfannen wagebalkenartig gelagerte Elektromagnet D (Fig. 289) so vor dem Motor aufgestellt, dass die Schneiden in die Richtung seiner (wagerechten) Achse fallen. Der Kraftlinienschluss des Elektromagnets wird durch Polschuhe A und ein in der Figur hinter der Kupferscheibe E liegendes, gebogenes Jochstück aus weichem Eisen vermittelt, welches durch Messingbügel C starr mit dem Elektromagnet verbunden ist, jedoch so, dass sich die Entfernung zwischen den Polflächen innerhalb gewisser Grenzen ändern lässt. Die ringförmige Kupferscheibe E ist durch Stahlspeichen mit einer Nabe verbunden, welch letztere sich mittels einer Universalklemmvorrichtung auf das

Ende der Welle des zu untersuchenden Motors aufsetzen lässt. Die Scheibe bewegt sich bei der Rotation durch die beiden Zwischenräume zwischen den Polschuhen, welche bei Erregung des Elektromagnets von dessen Kraftlinien durchsetzt werden. Der Erregerstrom wird den Spulen D durch zwei Quecksilbernäpfe zugeführt, in welche die Drahtenden eintauchen, und welche ihrerseits mit den Klemmen K verbunden sind. Das Gegengewicht G dient zum Ausbalancieren des beweglichen Systems, wenn das Laufgewicht Q auf dem geteilten Messingrohr bis zum Anfang der Teilung zurückgeschoben ist. Alsdann giebt das Produkt aus dem Laufgewicht Q in kg und der zur Herstellung des Gleichgewichts bei rotierender Scheibe und erregtem Elektromagnet erforderlichen Verschiebung h von Q in m das zwischen D und E entwickelte Drehungsmoment; somit ist $L = \frac{2\pi Q}{60 \cdot 75} u h$ PS. Um die Rechnung zu erleichtern, werden dem kleineren Apparat 5 Laufgewichte beigegeben, für welche $\frac{2\pi Q}{60 \cdot 75}$ bezw. $= 0{\cdot}00002$, $0{\cdot}00005$, $0{\cdot}0001$, $0{\cdot}0002$ und $0{\cdot}0005$ ist, während für den grösseren Apparat 3 Laufgewichte mit den Konstanten $0{\cdot}0005$, $0{\cdot}001$ und $0{\cdot}002$ vorgesehen sind. — Bei dem kleineren Apparat liegt der Magnet D immer wagerecht, was zur Folge hat, dass die Vertikalkomponente des Erdmagnetismus ein Drehungsmoment ausübt, das aber hier vernachlässigt werden kann. Bei dem stärkeren Magnet der grösseren Form würden aber die daraus entstehenden Fehler nicht mehr zu vernachlässigen sein, weshalb man hier thunlichst die magnetische Achse von D in die Inklinationsrichtung stellt. Zu diesem Zwecke ist D gegen den Wagbalken drehbar angeordnet und lässt sich in der richtigen Lage durch Schrauben festklemmen; ausserdem muss man dafür Sorge tragen, dass die Schwingungsebene des Wagbalkens möglichst mit dem magnetischen Meridian des Beobachtungsortes zusammenfällt.

Die Änderung der Belastung geschieht bei diesen Wirbelstrombremsen durch Änderung der Erregerstromstärke des Elektromagnets, eventuell auch durch Änderung des Zwischenraums zwischen den Polschuhen. Will man eine bestimmte Leistung bei einer bestimmten Tourenzahl erreichen, so stellt man das Laufgewicht dementsprechend ein und reguliert alsdann die Erregung des Elektromagnets, bis die Bremse einspielt. Ein Übelstand besteht bei den Wirbelstrombremsen darin, dass das Drehungsmoment selbst der Umlaufsgeschwindigkeit proportional ist, wodurch bewirkt wird, dass bei geringeren Umlaufsgeschwindigkeiten die Leistung der Bremse ungefähr umgekehrt wie das Quadrat der Umlaufszahl abnimmt.

211. **Bestimmung der Umlaufszahl.**

Von grösster Wichtigkeit ist bei diesen Versuchen eine genaue Ermittelung des zweiten bei der Berechnung der Leistung auftretenden Faktors, der Umlaufszahl u. Man kann sich dazu entweder eines Umlaufszählers und einer Uhr bedienen und die Anzahl der Umläufe zählen, welche die Motorwelle in einer bestimmten Zeit, z. B. in einer Minute, ausführt, oder man kann die momentane Umlaufszahl mittels eines sogenannten Tachometers bestimmen. Bei nicht ganz konstanter Umlaufszahl liefert das erste Verfahren einen Mittelwert für u.

Zur Zeitmessung genügt zwar eine Taschenuhr mit Sekundenzeiger, die Messungen werden aber bequemer und genauer, wenn die Uhr mit einer sogenannten Chronographeneinrichtung versehen ist. Diese besteht aus einem um die Mitte des Zifferblattes drehbaren grossen Sekundenzeiger,

welcher mit dem Sekundenrad der Uhr gekuppelt werden kann. Zu diesem Zwecke sitzt auf der Zeigerwelle und auf der Welle des Sekundenrades je ein sehr fein gezahntes Rad; diese beiden Räder besitzen gleiche Zähnezahl und werden durch ein an einem Hebel sitzendes Zwischenrad gekuppelt, welches durch den Druck auf einen, gewöhnlich mit dem Remontoiraufzug der Uhr verbundenen Knopf mit beiden zum Eingriff gebracht wird. Bei einem zweiten Druck springt das Zwischenrad wieder zurück, und der Chronographenzeiger steht still; beim dritten Druck wird er schliesslich wieder in die Anfangsstellung zurückgedreht. Zweckmässig ist es, wenn der grosse Zeiger noch mit einem Zählwerk verbunden ist, durch welches die *ganzen* Umdrehungen, d. h. die Minuten, wenigstens bis zu 30, gezählt werden. Da die Unruhe eine Schwingungsdauer von $^1/_5$ Sekunde besitzt, so geschieht die Bewegung des Zeigers in Sprüngen von je $^1/_5$ Sekunde; dementsprechend ist auch das Zifferblatt des Chronographen in Fünftelsekunden eingeteilt. Die drei Kupplungsräder müssen sehr sorgfältig gearbeitet sein, weil sonst die Bewegung des Zeigers eine ungleichförmige wird.

Der einfachste *Umlaufszähler* besteht aus einer kurzen Stahlwelle mit Schnecke (Fig. 290), welche durch eine Dreikantspitze, die man in den Körner der Maschinenwelle einsetzt, mit dieser gekuppelt werden kann; die Welle wird sicherer mitgenommen, wenn man auf sie ein Stück

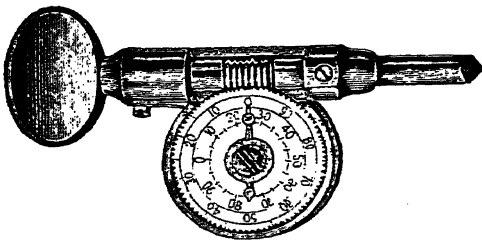



Fig. 290.

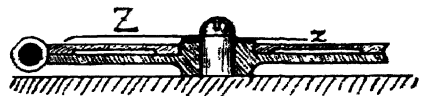



Fig. 291.

weichen schwarzen oder roten Gummischlauchs fest aufschiebt, aus dem die Spitze nur einige Millimeter herausragt; beim Eindrücken der Spitze legt sich der Rand des Schlauchs fest an die Wandung des Körners an und giebt infolge der grossen Reibung eine sehr zuverlässige Verbindung. In die Schnecke greift ein Schneckenrad mit 100 Zähnen ein, welches sich somit bei 100 Umdrehungen der Welle einmal herumdreht; ausserdem erfolgt bei dem abgebildeten Apparat immer beim Durchgang durch Null ein Schlag auf eine auf der Rückseite befestigte Stahlglocke. Die Anzahl der einzelnen Umdrehungen der Welle wird von den beiden feststehenden Zeigern angezeigt; das äussere Zifferblatt dient für Rechts-, das innere für Linksdrehung. — Oft sind bei derartigen Zählern zwei Räder von 100 und 99 Zähnen vorhanden, welche gemeinsam in die Schnecke eingreifen (Fig. 291). Das untere von 99 Zähnen dient als Träger für das obere von 100 Zähnen; ausserdem trägt es den kleinen Zeiger z, während der grosse Z fest mit dem Gehäuse verbunden ist. Auf dem Rad mit 100 Zähnen sind zwei Teilungen, eine äussere von 0 bis 100 für den grossen und eine innere von 0 bis 10000 für den kleinen Zeiger, der bei jeder Umdrehung des grossen Rades gegen dieses um einen Zahn voraus kommt. — Eine von Dr. May herrührende Form dieser Art von Umlaufszählern gleicht äusserlich einer Taschenuhr; das Zifferblatt steht fest und die beiden Zeiger laufen um, von denen der grosse die einzelnen Umläufe bis 100, der kleine aber die

Umläufe des grossen Zeigers bis 100 zählt; der ganze Apparat zählt also ebenfalls bis zu 10000 Umläufen.

Mit der oben beschriebenen Art von Umlaufszählern beobachtet man am genauesten folgendermassen: Man drückt dieselben an die umlaufende Welle an, setzt den Chronographen in Gang in dem Augenblick, wo der grosse Zeiger die Nullstellung durchläuft bezw. ein Glockenschlag erfolgt, zählt die Anzahl der ganzen Umläufe und zieht den Zähler in dem Augenblick zurück, wo der Chronographenzeiger wieder durch Null hindurchgeht. Die Stellung des Zeigers am Umlaufszähler giebt alsdann die einzelnen Umläufe an, welche man zu den gezählten Hunderten hinzuzufügen hat, um die genaue Umlaufszahl in der Minute zu erhalten.

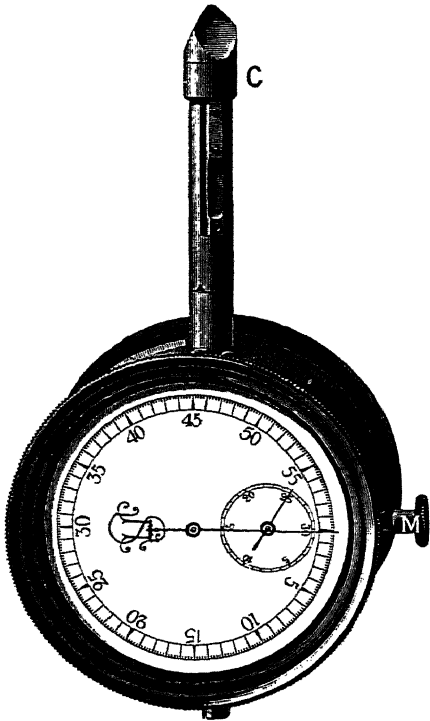



Fig. 292.

Bei einer anderen Gattung von Umlaufszählern ist dasselbe Prinzip verwendet wie bei den Additions-Rechenmaschinen, d. h. die mit der Maschinenwelle gekuppelte Welle des Zählers besitzt einen einzigen Zahn, der bei jeder Umdrehung ein Kronrad um $^1/_{10}$ seines Umfanges dreht; dieses erste Kronrad besitzt auf der anderen Seite wiederum einen einzigen Zahn, welcher bei jeder ganzen Umdrehung des ersten ein zweites Kronrad um $^1/_{10}$ seines Umfanges dreht u. s. f. In dieser Weise zählt das erste Kronrad die einzelnen Umdrehungen, das zweite die Zehner, das dritte die Hunderter, das vierte die Tausender u. s. f. Eine sehr zweckmässige Kombination eines solchen Umlaufszählers mit einem Chronographen stellt das in Fig. 292 abgebildete Tachoskop von James Jaquet dar. Die mit Dreikant versehene Büchse *C* läuft lose auf der Welle des Zählwerks und wird mit dieser, indem sie sich zurückschiebt, erst in dem Moment gekuppelt, in welchem das Einerrad eben weiter gerückt hat. In demselben Augenblick setzt sich der Zeiger eines Chronographen in Bewegung, dessen Zifferblatt auf der vorderen Seite des Gehäuses angebracht ist. Sobald man nun das Tachoskop von der umlaufenden Welle zurückzieht, steht das Zählwerk und der Chronograph still, und man kann einerseits die Anzahl der Umläufe, andererseits die Zeit ablesen.

Bei manchen Messmethoden (siehe die sogen. Auslaufsmethoden) muss man die augenblickliche Umlaufszahl einer Welle kennen. Hierzu dienen einmal die sogenannten Tachometer, welche auf dem Prinzip des Schwungpendels beruhen. Als Gegenkraft gegen die Wirkung der Zentrifugalkraft der Schwungmassen dient die Spannung von Spiralfedern. Die Dehnung der Federn wird durch Zahnstange und Trieb auf einen Zeiger übertragen, der auf einem empirisch geeichten Zifferblatt die der Federspannung entsprechende minutliche Umlaufszahl der Pendelwelle anzeigt. Diese Tachometer werden teils feststehend ausgeführt und alsdann gewöhnlich durch Riemen oder

Schnur angetrieben, teils als sogenannte Handtachometer. Die letztere Form ist für die hier in Frage kommenden Messungen die bequemere. Ein solches Handtachometer von Dr. Horn stellt Fig. 293 dar. Dasselbe hat eine Einrichtung, welche gestattet, vier verschiedene Messbereiche zu erzielen, je nachdem man die oben sichtbare Welle schwächer oder stärker andrückt. Dabei werden zwischen die Pendelwelle und die Kupplungswelle verschiedene Räderübersetzungen eingeschaltet, so dass letztere ihre normale Umdrehungszahl (z. B. zwischen 250 und 1000) ausführt, während erstere die 3·2-fache, die gleiche oder die 0·32-fache Umlaufszahl besitzt. Dementsprechend hat das abgebildete Instrument beim schwächsten Andrücken den Messbereich 800—3200, bei stärkerem 250—1000, beim stärksten 80—320 Umläufe in der Minute. Der Messbereich erscheint immer im Ausschnitt des zylindrischen Gehäuses; durch Druck auf den rechts sichtbaren Knopf wird die betreffende Stellung der Kupplungswelle gesichert, so dass sie sich auch bei stärkerem Andrücken oder beim Loslassen nicht mehr verschieben kann. Zur Kupplung mit der umlaufenden Welle dienen bei rasch laufenden Wellen je

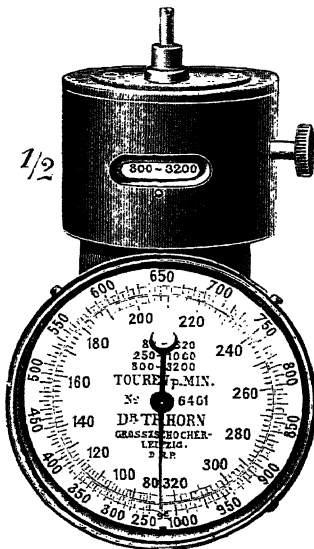



Fig. 293.

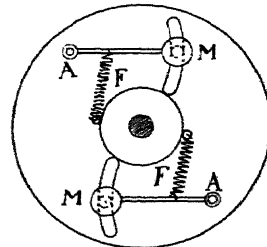



Fig. 294.

nach der Form ihres Endes Gummispitzen, -muffen oder -trichter, bei langsam laufenden gewöhnlich Stahldreispitze.

Bei kleinen Motoren ist der Leistungsverbrauch eines solchen Tachometers gegen die Leistung des Motors nicht mehr zu vernachlässigen. In diesem Falle giebt die Firma Siemens & Halske dem Schwungpendeltachometer die Form einer flachen Scheibe, welche auf einen in das Ende der Motorwelle eingeschraubten Stift aufgesteckt wird (Fig. 294). Die beiden Schwungpendel haben ihre Drehungsachsen in den Punkten A und werden durch die Federn F nach der Mitte gezogen, aus der sie sich unter Anspannung der Federn um so weiter entfernen, je rascher die Welle rotiert. Dabei bewegen sich die Schwungmassen M vor kreisbogenförmigen Schlitzen in der Scheibe, und ihre gelb gezeichneten Mitten erscheinen auf der mattschwarzen Vorderseite derselben als gelbe Kreise. Um deren Lage festzustellen, sind auf der Scheibe in gleichen Abständen eine Anzahl von weissen Kreisen aufgemalt. Die Umlaufsgeschwindigkeiten der Scheibe, bei welchen sich die Mitten der M auf diese Marken einstellen, werden empirisch ermittelt.

Ebenfalls auf der Zentrifugalkraft, aber nicht starrer, sondern flüssiger Massen beruht das Gyrometer von Dr. Braun. Dasselbe besteht nach Fig. 295 aus einem geschlossenen zylindrischen Glasrohr, welches auf einer vertikalen, von der rotierenden Welle durch Schnurübertragung angetriebenen Welle befestigt ist. Das Glasrohr ist teilweise mit einer Flüssigkeit gefüllt, deren Oberfläche bei der Rotation infolge der Zentrifugalkraft die Form eines Paraboloids annimmt; die Lage des Scheitels des letzteren markiert an der empirisch geteilten Skala die jeweilige Umdrehungszahl. Soll das Instrument Mittelwerte anzeigen, so muss die darin befindliche Flüssigkeit zäh, soll es raschen Schwankungen der Umlaufsgeschwindigkeit folgen, so muss sie leicht beweglich sein.

Legt man die Rotationsachse nicht senkrecht, sondern gegen den Horizont schwach geneigt, so wird das Instrument empfindlicher, d. h. eine bestimmte Einstellung des Parabelscheitels entspricht einer geringeren Umdrehungszahl. Fig. 296 zeigt ein Braunsches Gyrometer für Handgebrauch,

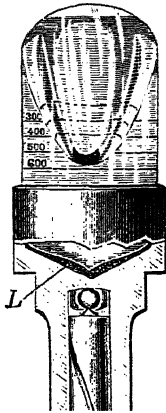
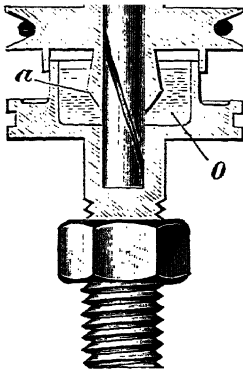
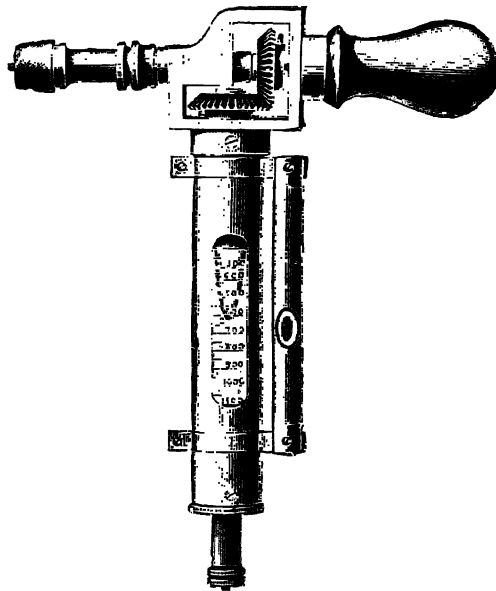



Fig. 295.

Fig. 296.

welches sowohl in vertikaler Stellung der Rotationsachse für Umlaufszahlen von 500—1500 als auch in liegender für Umlaufszahlen von 200—600 zu benutzen ist; beim Gebrauch mit liegender Achse muss die mit dem Instrument verbundene Röhrenlibelle einspielen. Die Ausführung der Braunschen Gyrometer hat die Firma Rich. Gradenwitz in Berlin übernommen. Die Instrumente werden von der Physikalisch-technischen Reichsanstalt beglaubigt.

Leistungsverluste durch das Tachometer sind, wie beim Siemens & Halskeschen Schwungpendeltachometer, ebenfalls vermieden bei den akustischen

und optischen oder stroboskopischen Tachometern. Bei ersteren setzt man auf die Welle der zu prüfenden Maschine eine Blechscheibe mit Löcherreihen, gegen welche man einen Luftstrom bläst, d. h. eine sogenannte Sirene. Man bestimmt die Schwingungszahl des entstehenden Tones mittels eines Monochords und dividiert das 60 fache davon durch die Anzahl der Löcher der angeblasenen Reihe; dies giebt die Umdrehungszahl der Scheibe in der Minute. Diese akustische Methode erfordert eine sehr ruhige Umgebung und ein geübtes Gehör, ausserdem vollkommene Unveränderlichkeit der Umlaufszahl.

Wesentlich bequemer und ganz besonders für kleine Motoren geeignet ist die stroboskopische Methode. Auf der rotierenden Welle sitzt eine mattweiss gestrichene Scheibe mit darauf gemalten konzentrischen Reihen von schwarzen Punkten. Parallel und konaxial zu ihr ist auf einer von einem Elektromotor mit regulierbarer Umlaufszahl angetriebenen Welle eine zweite Scheibe mit radialen Schlitzen befestigt. Setzt man nun letztere in gleichem Sinne in Umlauf und blickt durch die Schlitze nach den Punktreihen, so scheint diejenige stillzustehen, bei welcher immer ein Punkt genau mit einem Schlitz zusammenfällt. Bleiben dagegen die Punkte gegen die Schlitze etwas zurück, so scheint die Punktscheibe sich langsam rückwärts zu drehen, während sie andernfalls sich langsam vorwärts zu drehen scheint. Hat z. B. die Schlitzscheibe 12 Schlitze, die Punktscheibe Punktreihen von je 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4 Punkten, so stehen bei genau gleicher Umlaufsgeschwindigkeit beider Wellen alle Punktreihen still. Steht dagegen die Reihe mit 9 Punkten still, so bedeutet dies, dass der Motor sich um 1, 2 . . . n-Neuntel seines Umfanges gedreht hat, während die Schlitzscheibe um $^1/_{12}$ sich gedreht hat. Macht die letztere etwa 1200 Umdrehungen in der Minute, so ist alsdann $\frac{n}{9} \cdot \frac{60}{u} = \frac{1}{12} \cdot \frac{60}{1200}$, d. h. $u = \frac{12}{9} \cdot 1200 \cdot n$, wo n eine der Zahlen 1, 2, 3 . . . ist. Welche Zahl zu nehmen ist, erkennt man am Verhalten der benachbarten Punktreihen; ist $n = 1$, so läuft Reihe 10 vor-, 8 rückwärts; wäre $n = 2$ zu nehmen, so würde ausser 10 auch 5 vor- und ausser 8 auch 4 rückwärts laufen u. s. w. Man kann den ungefähren Wert von u auch mittels eines gewöhnlichen Umlaufszählers ermitteln und so das stroboskopisch gefundene u kontrollieren. Die Bestimmung der Umlaufszahl der Schlitzscheibe geschieht am genauesten durch Registrieren mittels des in § 199 besprochenen Doppelzeitschreibers, indem man die Welle desselben mit einer Schnecke versieht, in welche man ein Schneckenrad von 100 Zähnen eingreifen lässt; dieses Schneckenrad erhält einen Kontaktstift, welcher bei jeder Umdrehung einmal den Stromkreis des Registriermagnets des Zeitschreibers schliesst. — Die zuletzt beschriebenen Methoden der Bestimmung der Umlaufszahl eignen sich hauptsächlich für den Gebrauch im Laboratorium.

Eine letzte Gruppe von Tachometern benutzt die Thatsache, dass die in einem Anker, welcher in einem konstanten magnetischen Feld rotiert, induzierte EMK der Umdrehungszahl des Ankers proportional ist. Man kann derartige aus einer kleinen Dynamomaschine mit konstantem Feld und einem Spannungsmesser bestehende Tachometer auch als elektromagnetische bezeichnen. Dieselben eignen sich besonders zum Anzeigen der Umlaufszahl in der Ferne, da der Spannungsmesser in grösserer Entfernung angebracht werden kann. Sollen die Angaben des Spannungsmessers der EMK des

Ankers proportional sein, so muss der Ankerwiderstand und die Stromstärke so gering sein, dass der Spannungsverlust im Anker vernachlässigt werden kann. Man kann aber diesen Verlust auch dadurch berücksichtigen, dass man die Skala des Spannungsmessers empirisch für Umdrehungen in der Minute eicht.

212. Ermittelung der Charakteristiken.

Unter der Charakteristik einer Dynamomaschine versteht man die Beziehung zwischen der aufgewendeten magnetomotorischen und der im Anker erzeugten elektromotorischen Kraft E; statt der magnetomotorischen Kraft benutzt man meist die Magnetisierungsstromstärke J_m. Anstatt der EMK kann man auch die der Beobachtung allein unmittelbar zugängliche Klemmenspannung P als Funktion der Magnetisierungsstromstärke darstellen und nennt diese Charakteristik die äussere; im Gegensatz hierzu heisst die ersterwähnte Charakteristik die innere. Diese Charakteristiken stellt man graphisch dar, indem man die J_m als Abscissen, die E bezw. P als Ordinaten aufträgt. Bei der Nebenschluss- und Compoundmaschine kann unter Umständen auch die Nutzstromstärke J oder die Ankerstromstärke J_a als Abscisse dienen.

Die experimentelle Ermittelung der äusseren Charakteristik erfordert die gleichzeitige Beobachtung von u, P, J und J_m, sowie die Messung des Anker- (r_a) und Bürstenübergangswiderstandes (r_b) (s. § 216). Dann ist

$$E = P + (J \pm J_m)(r_a + r_b)$$

bei Nebenschlussdynamo und -Motor und

$$E = P \pm J(r + r_b)$$

bei der Hauptstrommaschine, wenn

$$r = r_a + r_m$$

die Summe von Anker- und Magnetwicklungswiderstand bedeutet. Ändert sich während der Versuche die Umdrehungszahl ein wenig, so hat man durch Multiplikation der so berechneten E mit $\frac{u_0}{u}$ auf das normale u_0 zu reduzieren.

Die Anwendung dieser Charakteristiken in der Theorie der Gleichstrommaschinen wird im III. Bande besprochen werden. Hier soll nur noch eine Frage behandelt werden, welche namentlich bei der Prüfung sehr grosser Maschinen von Wichtigkeit werden kann, wenn es nicht möglich ist, dieselben mit voller Belastung zu untersuchen, ob nämlich mit der Maschine bei einer bestimmten Stromstärke ein bestimmter, vorgeschriebener Wert der Klemmenspannung erzielt werden kann. Um diese Frage wenigstens angenähert zu beantworten, kann man die sogenannte Leerlaufs- und die Kurzschlusscharakteristik verwenden. Erstere erhält man, indem man die Maschine mit Fremderregung (bei Nebenschlussmaschinen auch mit eigener Erregung) bei so gut wie stromlosem Anker laufen lässt und die dabei an den Klemmen auftretende Spannung, welche mit der entwickelten EMK identisch gesetzt werden kann, misst (Kurve E_0 in Fig. 297). Die Kurzschlusscharakteristik ermittelt man, indem man den von der Magnetwicklung getrennten Anker bei der beim normalen Betrieb anzuwendenden Bürsteneinstellung durch einen Strommesser kurz schliesst und die Erregerstromstärke nach und nach so weit steigert, dass man die Ankerstromstärken bis hinauf zur höchsten, welche die Maschine noch geben soll, erhält (Kurve J_K in Fig. 297).

Um aus diesen beiden ohne nennenswerten Leistungsaufwand zu erhaltenden Charakteristiken einen Schluss auf das Verhalten der normal belasteten Maschine zu machen, kann man entweder zu dem gewünschten P die dem Ankerstrom $J_a = J_K$ entsprechende EMK, welche sich aus der zu J_K gehörigen Magnetisierungsstromstärke mittels der Leerlaufscharakteristik ergiebt, hinzuzählen und für das so erhaltene E_0 aus letzterer das zugehörige J_m ermitteln. Hierbei erhält man für dieses zu grosse Werte, wie sich aus

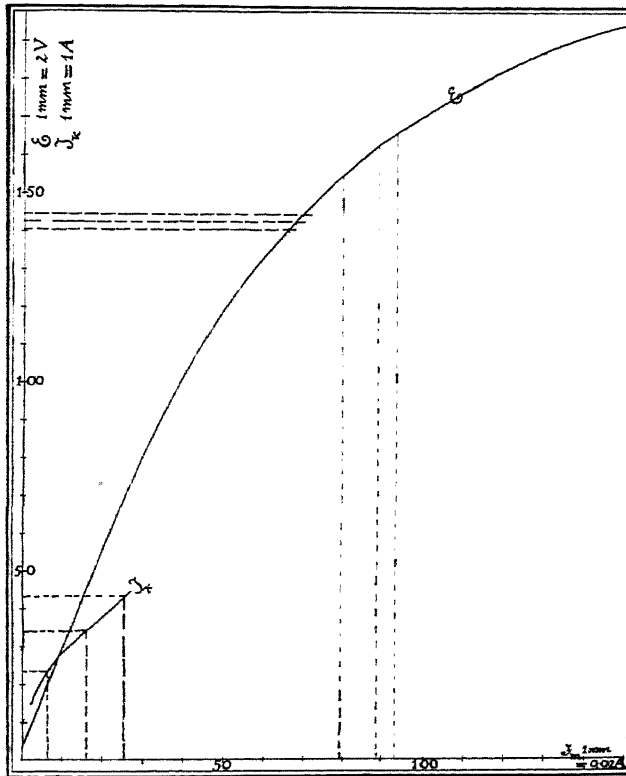



Fig. 297.

folgenden direkten Beobachtungen ergiebt, welche an derselben Maschine angestellt worden sind, auf welche sich Fig. 297 bezieht:

$J_m =$	1·86	1·77	1·59 Amp.
$J =$	41·5	32·3	22·0 „
$J_a =$	43·4	34·1	23·6 „
$P =$	281	289	285 Volt.

Hieraus folgt, indem man die E_0 für die beobachteten J_m ermittelt:

$$E_0 - P = 51{\cdot}0 \qquad 36{\cdot}4 \qquad 25{\cdot}0 \text{ Volt,}$$

während nach der Kurzschlusscharakteristik diese Werte

$$= 140{\cdot}8 \qquad 90{\cdot}5 \qquad 40{\cdot}0 \text{ Volt}$$

sein müssten.

Man kann aber auch zweitens zu der zu $E_0 = P$ gehörigen Magnetisierungsstromstärke diejenige hinzuzählen, welche zur Erzeugung von $J_a = J_K$ erforderlich ist, und diese Summe als das normale J_m annehmen. So erhält man anstatt der direkt gefundenen die Werte:

$$J_m = 1{\cdot}82 \qquad 1{\cdot}70 \qquad 1{\cdot}47 \text{ Amp.},$$

also etwas zu kleine Werte. Es fällt also, nach der ersten Methode beurteilt, die Maschine viel ungünstiger, nach der zweiten ein wenig günstiger aus, als sie in Wirklichkeit ist (vgl. die ähnlichen Methoden bei den Wechselstrommaschinen).

Hat man den Widerstand r_m der Magnetwicklung gemessen, so ist $J_m = \frac{P}{r_m}$ die grösste bei dem betreffenden P noch zu erhaltende Magnetisierungsstromstärke. Ist also das nach obiger Methode gefundene J_m grösser als dieser Wert, so vermag die Maschine bei der angenommenen Stromstärke die gewünschte Klemmenspannung nicht mehr zu liefern.

213. Definitionen des Wirkungsgrades.

Der Wirkungsgrad einer Dynamo oder eines Motors η lässt sich durch folgende Gleichungen darstellen:

$$\eta = \frac{\text{Nutzleistung}}{\text{Zugeführte Leistung}} = \frac{\text{Nutzleistung}}{\text{Nutzleistung} + \text{Verluste}}$$
$$= \frac{\text{Zugeführte Leistung} - \text{Verluste}}{\text{Zugeführte Leistung}}.$$

Die erste dieser Definitionsgleichungen ist unmittelbar verwendbar nur bei sogenannten Motorgeneratoren (Gleichstromumformern), d. h. Maschinen, welche auf demselben Anker eine Motorwicklung und eine Generatorwicklung tragen. Hier wird sowohl die dem Motor zugeführte als auch die von der Dynamo abgegebene Leistung direkt elektrisch gemessen. Ferner ist die erste Gleichung zur Bestimmung des Wirkungsgrades eines Motors zu verwenden, dessen Nutzleistung man durch Bremsversuche ermittelt hat, während sich die zugeführte elektrische Leistung aus der gleichzeitigen Messung der Stromstärke J und der Klemmenspannung P ergiebt, indem man das Produkt JP durch 735·5 dividiert.

Will man dagegen den Wirkungsgrad einer Dynamo nach dieser Gleichung ermitteln, so muss man sie entweder als Motor laufen lassen und bremsen, wobei die Belastung so zu wählen ist, dass Umlaufszahl, EMK und Ankerstromstärke den normalen Betriebsverhältnissen der Dynamo entsprechen, oder man muss direkt die ihr zugeführte mechanische Leistung ermitteln. Dies kann bei einer durch Riemen angetriebenen Dynamo mittels eines sogenannten Übertragungsdynamometers geschehen, d. h. mittels einer Vorrichtung, welche das auf die Welle der Dynamo übertragene Drehungsmoment zu messen gestattet.

214. Die Übertragungsdynamometer.

Bei dem älteren, von v. Hefner-Alteneck konstruierten Riemendynamometer wird der Spannungsunterschied zwischen der ziehenden und der auflaufenden Seite des Treibriemens gemessen, indem dieser über die vier in einem feststehenden Rahmen gelagerten Leitrollen *1*, *2*, *3*, *4* (Fig. 298) und über die am einseitigen Hebel H sitzende Rolle R geführt wird. Ist der Rahmen so befestigt, dass in der Gleichgewichtsstellung, welche durch das Einspielen des Zeigers Z markiert wird, die beiden über R

laufenden Riementeile zu H symmetrisch liegen, so ist der Unterschied der Riemenspannungen proportional dem Unterschied der von den beiden Riementeilen auf R ausgeübten Drucke; letztere Grösse aber wird durch die Spannung der Feder F gemessen. Die Ölpumpe O dient zum Beruhigen; durch das Gegengewicht G wird das Gewicht des Hebels H und der Rolle R

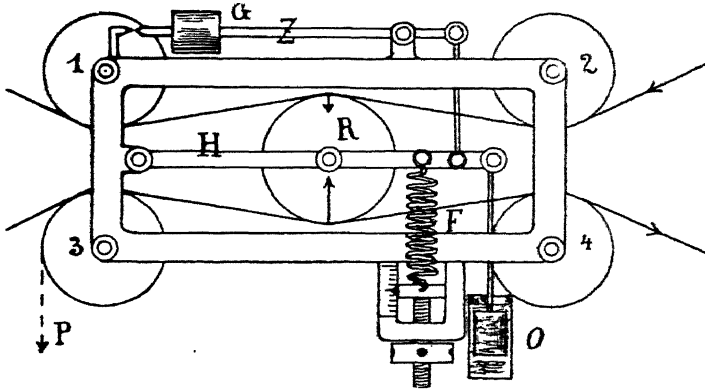



Fig. 298.

ausgeglichen. Die Eichung von F erfolgt empirisch, indem man den unteren Riementeil rechts von 4 festklemmt, den oberen lose liegen lässt und an das links herabhängende Stück Gewichte P hängt. Ein Nachteil des beschriebenen Apparats ist die schwierige Führung des Riemens.

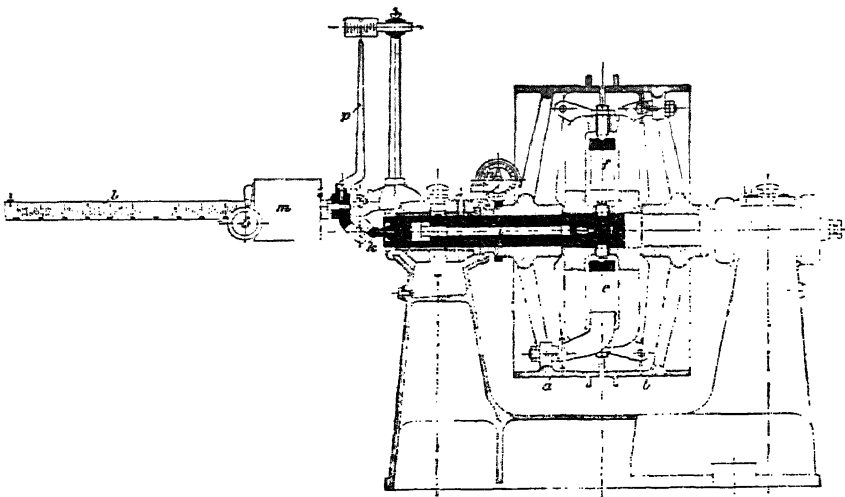



Fig. 299.

Eins der besten gegenwärtig existierende Übertragungsdynamometer ist das von Fischinger konstruierte, das in einer neuerdings wesentlich verbesserten Form von der Elektrizitätsaktiengesellschaft vorm. Herm. Pöge in Chemnitz gebaut wird. Auf einer auf zwei Böcken gelagerten Welle sitzen lose die beiden Riemenscheiben a und b (Fig. 299), während zwischen ihnen ein Doppelrahmenstück liegt, welches mit der Welle fest verbunden ist. In den

beiden Hälften dieses Rahmens sind die Achsen f und e zweier zweiseitiger Hebel $c\,d$ und $c'\,d'$ gelagert, deren äussere Arme sich gegen an die beiden Riemenscheiben angegossene Knaggen anlegen. Die Verbindung erfolgt durch Stahlbolzen, welche sich gegen Stahlpfannen stützen (Fig. 300). An den inneren Enden der Achsen f und e sitzen die Arme g und g', welche durch Stahlbänder mit den Enden der diametral durch einen Längsschlitz der Welle geführten Querstange h verbunden sind (s. Fig. 300, welche einen Mittelschnitt senkrecht zur Achse von der in Fig. 299 linken Seite gesehen darstellt). Durch ein Drehungsmoment also, durch welches die Riemenscheibe a von links gesehen links, b rechts herum gedreht wird, werden die Enden der Arme g und g' in Fig. 300 nach vorn gedreht und ziehen daher das Querstück h nach derselben Richtung. Gegen die Mitte von h aber stützt sich eine Stahlstange, welche durch eine axiale Bohrung der Welle nach aussen führt und sich am anderen Ende mittels des Konus k gegen einen vertikal abwärts gerichteten Wagbalkenarm stützt. Der andere Wagbalkenarm l (Fig. 299) ist horizontal; derselbe besitzt eine Teilung, und auf ihm ist das zum Ausgleichen des Druckes der Stange h dienende Laufgewicht m verschiebbar. Die richtige Stellung der Wage wird durch den Zeiger p angezeigt. Sonach ist das Drehungsmoment von m proportinal demjenigen zwischen den bei den Riemenscheiben a und b, und zwar ist das Hebelarmverhältnis so gewählt, dass $10\,m\,l$ das Drehungsmoment am Umfange der Riemenscheiben in mkg darstellt. Der Wagebalken l ist so geteilt, dass die Stellung von m die am Umfange der Riemenscheiben wirkende Riemenspannungsdifferenz in kg angiebt, so dass also, wenn U den Umfang der Scheiben in Metern bedeutet, die auf die Dynamo übertragene Leistung

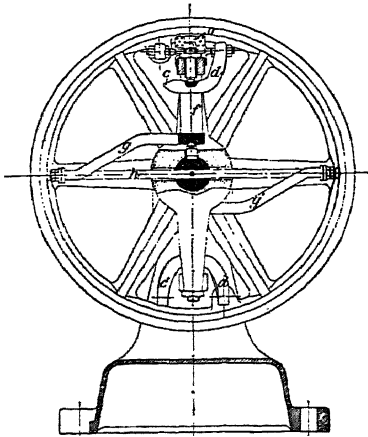



Fig. 300.

$$L = K \frac{U\,u}{60 \cdot 75}\ \mathrm{PS}$$

ist. — Dieses Dynamometer wird in vier Grössen, für maximal 8 PS bei 1600, 30 PS bei 960, 60 PS bei 720 und 90 PS bei 575 Umdrehungen in der Minute gebaut; dabei ist $U = 0{\cdot}75$, $1{\cdot}5$, 2 und $2{\cdot}5$ m, so dass also die Leistungen erhalten werden, indem man Ku bezw. durch 6000, 3000, 2250 und 1800 dividiert. Zur Bestimmung von u dient der Umlaufszähler n (Fig. 299). — Die Drehrichtung ist gleichgültig, nur muss das zwischen a und b wirkende Drehungsmoment das Gewicht m heben. Da der Leerlaufsverlust des Dynamometers mit gemessen wird, so muss man vorher, am besten zur Kontrolle auch nachher, das zwischen beiden Scheiben wirkende Drehungsmoment, bezw. die auf den Umfang reduzierte, übertragene Kraft K' ermitteln, während der nach der Dynamo führende Riemen abgeworfen ist; an Stelle von K ist alsdann $K - K'$ in die Formel einzusetzen. Der ebenfalls mit gemessene Verlust durch den Antriebsriemen der Dynamo gehört dagegen mit zu den Leerlaufsverlusten der letzteren, da dieselbe ja ohne den Riemen nicht betrieben werden kann.

Das beschriebene Dynamometer zeichnet sich besonders auch durch seinen grossen Messbereich aus, wie folgendes von FISCHINGER mitgeteilte Beispiel erkennen lässt, bei welchem die Messungen mit dem grössten Modell ausgeführt worden sind:

u	$K - K'$	PS = Watt	J^A	P^V	η
362·6	122	24·7 = 18160	215	65	0·770
378	71	14·9 = 10960	103	70·5	0·663
386·5	34·5	7·4 = 5450	31	74	0·421
390	17·5	3·79 = 2785	—	75	—
390	6	1·30 = 956	—	2·5	—

215. Verwendung von geeichten Dynamos.

Hat man eine passende Dynamomaschine, deren Wirkungsgrad bei verschiedenen Belastungen genau bekannt ist, so kann man die zu untersuchende Maschine mit dieser entweder direkt oder mittels Riemens kuppeln und, wenn die zu untersuchende Maschine als Generator dienen soll, erstere als Antriebsmotor, andernfalls als Dynamo zur Belastung des zu prüfenden Motors benutzen. Man kann so zugeführte und Nutzleistung beide elektrisch messen. Bei Kupplung durch Riemen ist auf die dadurch verursachten Verluste Rücksicht zu nehmen; es ist aber daran festzuhalten, dass bei Riemenantrieb die Riemenverluste eigentlich mit zu denjenigen der Dynamo bezw. des Motors mit hinzuzuzählen sind, weil der Riemen als notwendiger Bestandteil mit zu der betreffenden Maschine gehört. Da die Riemenverluste schwierig zu ermitteln und verhältnismässig gering sind, werden sie in der Regel bei der Bestimmung des Wirkungsgrades elektrischer Maschinen ganz vernachlässigt.

216. Bestimmung der elektrischen Verluste.

Bei den direkt mit Wasser-, Dampf- und Gasmotoren gekuppelten Dynamos, sowie bei Motoren, die ihrer Grösse wegen oder aus anderen Gründen nicht gebremst werden können, überhaupt wenn keine der oben besprochenen Methoden anwendbar ist, muss der Wirkungsgrad mit Hilfe der Verluste bestimmt werden. Der Gesamtverlust einer Gleichstrommaschine setzt sich aus folgenden Verlusten zusammen:

1. Verlust durch Stromwärme im Anker;
2. Verlust durch Stromwärme in der Magnetwickelung und den eventuell vor diese zu schaltenden Regulierwiderständen;
3. Verlust durch Stromwärme am Kollektor;
4. Verluste durch Hysteresis und Wirbelströme;
5. Verluste durch Reibung in den Lagern und am Kollektor sowie durch den Luftwiderstand.

Am einfachsten ist die Bestimmung der Verluste unter No. 2, welche durch das Produkt aus Spannung $\times$ Magnetisierungsstromstärke gegeben sind. Weniger leicht ist der Verlust unter No. 1 zu bestimmen, da hierzu die Kenntnis des Ankerwiderstandes erforderlich ist. Um diesen zu ermitteln, schickt man durch die vorher möglichst auf die während des Betriebs eintretende normale Temperatur gebrachte Ankerwicklung einen Strom von passender Stärke und misst entweder zwischen den beiden Strom-

zuführungslamellen des Kollektors die dem zugeführten Strom entsprechende Spannungsdifferenz (§ 126), oder man bestimmt den Widerstand mittels der THOMSONschen Brücke (§ 140 ff.). Man muss dabei nur sicher sein, dass die beiden zur Stromzuführung und zur Spannungsmessung benutzten Kollektorlamellen so liegen, dass von ihnen aus die Wicklung in zwei parallel geschaltete, kongruente Hälften zerfällt, was zu beurteilen nur möglich ist, wenn die Wicklungsart der Maschine bekannt ist. Man erhält so bei einer mehrpoligen Maschine den Widerstand der Ankerwicklung bei Reihenschaltung und kann hieraus den der wirklich vorhandenen Schaltungsweise entsprechenden Ankerdrahtwiderstand leicht berechnen (Näheres s. WETTLER, ETZ 1902, S. 8, sowie in Band III dieses Handbuchs die Abteilung „Gleichstrommaschinen"). Weniger zu empfehlen ist bei mehrpoligen Maschinen die direkte Zuführung des Stromes durch die Bürsten, da namentlich bei Kohlebürsten durch ungleiche Übergangswiderstände eine sehr ungleichmässige Stromverteilung im Anker bewirkt werden kann.

Beispiel: Stromstärke 33 Amp., Spannung zwischen den zwei zur Stromzuführung benutzten Kollektorteilen 3·95 Volt, somit Widerstand

$$= \frac{3{\cdot}95}{33} = 0{\cdot}120\ \Omega;$$

da die Maschine zweipolig war, ist dies gleichzeitig der Ankerwiderstand. Wäre es z. B. eine zehnpolige Maschine mit $a = 3$-facher Parallelschaltung gewesen, so würde obiges den Widerstand des Ankerdrahtes in zweifacher Parallelschaltung darstellen; derjenige des ganzen in Reihe geschalteten Ankerdrahtes wäre somit

$$= 4 \cdot 0{\cdot}120 = 0{\cdot}480\ \Omega,$$

somit derjenige des Ankerdrahtes während des Betriebs

$$= \frac{0{\cdot}480}{(2a)^2} = 0{\cdot}0133\ \Omega.$$

Da die Maschine bei 1175 Umdrehungen in der Minute einen Nutzstrom von 29·1 Amp. lieferte, wobei der Magnetisierungsstrom 2·4 Amp., die Klemmenspannung $P = 112$ Volt betrug, so gilt für diese Belastung der Maschine:

Nutzleistung . . . . $= 29{\cdot}1 \cdot 112 = 3260$ Watt,
Verlust in der Magnetwicklung $= 2{\cdot}4 \cdot 112 = 269$ „
Verlust im Ankerkupfer . . $= 31{\cdot}5^2 \cdot 0{\cdot}12 = 119$ „

Der Spannungsverlust im Ankerkupfer würde $= 31{\cdot}5 \cdot 0{\cdot}12 = 3{\cdot}78$ Volt betragen.

Noch schwieriger ist die genaue Bestimmung des Übergangswiderstandes an den Bürsten (No. 3), da diese Grösse eine komplizierte Funktion des Auflagedrucks, der Stromdichte und der Umfangsgeschwindigkeit ist und genau nur mittels der Stromstärke und des Spannungsunterschiedes zwischen Bürste und darunter liegendem Kollektorteil während des Betriebs gemessen werden kann. Unsicherheiten können hier namentlich bei Kohlebürsten entstehen infolge der ungleichmässigen Verteilung des Stromes zwischen ihnen und dem Kollektor (vgl. ARNOLD, ETZ 1903, S. 469); indessen erhält man wohl die Bürstenverluste genügend genau, wenn man an den verschiedenen

Bürstenstiften den Mittelwert des Spannungsunterschiedes zwischen diesen und dem Kollektor ermittelt und das Doppelte des Mittels aus den gefundenen Werten mit der gesamten Stromstärke multipliziert. Man kann auch nach DETTMAR (ETZ 1900, S. 727), wenn die Maschine mehr als zwei Bürstenstifte besitzt, die Verbindung zwischen zwei gleichnamigen Bürstenstiften lösen, durch diese einen Strom schicken, dessen Stärke man misst, und den Spannungsunterschied zwischen den beiden Bürstenstiften ermitteln; nur muss man dann den Kupferwiderstand des Ankers zwischen den beiden Stromzuführungsstellen kennen und von dem Werte des aus obigen Messungen berechneten Widerstandes abziehen. Sitzen auf einem Bürstenstift mehrere Bürsten, so kann man die Hälfte derselben vom Stift isolieren, diese alsdann einander parallel schalten, hierauf durch sie und die übrigen auf dem betreffenden Stift direkt sitzenden Bürsten einen Strom schicken und die Spannung zwischen beiden Bürstengruppen messen. Wesentlich ist, dass man diese Versuche bei verschiedenen Stromstärken und bei der normalen Umlaufsgeschwindigkeit des Kollektors ausführt; man stellt alsdann den Bürstenübergangswiderstand, oder noch bequemer gleich den Übergangsverlust, als Funktion der Stromstärke graphisch dar.

Beispiel: An der im Beispiel des vorigen Paragraphen verwendeten, mit Kohlebürsten versehenen Maschine wurde während des normalen Betriebs bei einer Stromstärke von insgesamt 31·5 Amp. im Anker mittels einer dünnen Kupfergazebürste nach der ersten Methode gefunden:

Spannungsunterschied zwischen dem +-Stift und dem Kollektor

an der Auflaufkante	0·5 Volt
in der Mitte	0·9 „
an der Ablaufkante	1·3 „
im Mittel	0·9 Volt.

Spannungsunterschied zwischen dem —-Stift und dem Kollektor

an der Auflaufkante	0·3 Volt
in der Mitte	0·7 „
an der Ablaufkante	1·1 „
im Mittel	0·7 Volt.

Hieraus ergiebt sich für den gesamten Leistungsverlust an den Bürsten 31·5 (0·7 + 0·9) = 50·4 Watt. Der Spannungsverlust durch den Kollektor ist 1·6 Volt.

217. Ermittelung der Reibungs- und Eisenverluste bei Leerlauf.

Am schwierigsten lassen sich die unter 4 und 5 angeführten Verluste durch Hysteresis, Wirbelströme, Reibung und Luftwiderstand bestimmen. Die Ermittelung und die Trennung dieser Verluste bei Leerlauf lässt sich nach HUMMEL (ETZ 1891, S. 515), KAPP (ETZ 1891, S. 553) und DETTMAR (ETZ 1899, S. 274) in folgender Weise bewerkstelligen: Man trennt bei der zu untersuchenden Maschine die Feldwicklung F vom Anker A und schaltet beide nebst geeigneten Regulierwiderständen R_1 und R_2 in den Stromkreis je einer besonderen Stromquelle B_1 und B_2 (Fig. 301); am besten dienen hierzu Akkumulatorenbatterien. Man giebt alsdann der Feldstromstärke einen bestimmten Wert i und schickt durch den Anker einen Strom J. Die Maschine beginnt als Motor zu laufen und erreicht schliesslich bei gegebenem i und J eine bestimmte Umlaufszahl u, wobei die Klemmenspannung $= P$ sein mag.

Man beobachtet nun bei konstant gehaltenem i eine Reihe von zusammengehörigen Wertegruppen J, P, u, berechnet die entsprechenden elektromotorischen Kräfte des Ankers: $E = P - Jr$, wenn r den gesamten Ankerwiderstand einschliesslich des Kollektors bedeutet, und erhält die gesamten Verluste durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme bei leerlaufender Maschine

$$V = V_e + V_h + V_w = EJ.$$

Diese Messungsreihen wiederholt man für eine Anzahl verschiedener Erregerstromstärken i innerhalb der Grenzen, welche beim Gebrauch der Maschine vorkommen können, und trägt alsdann für jede Reihe V als Funktion von E in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein (Fig. 302 I); mit den u beginnt man bei einem möglichst niedrigen Wert und nimmt den höchsten etwas oberhalb der normalen Umlaufszahl der Maschine. Für jede Gruppe muss,

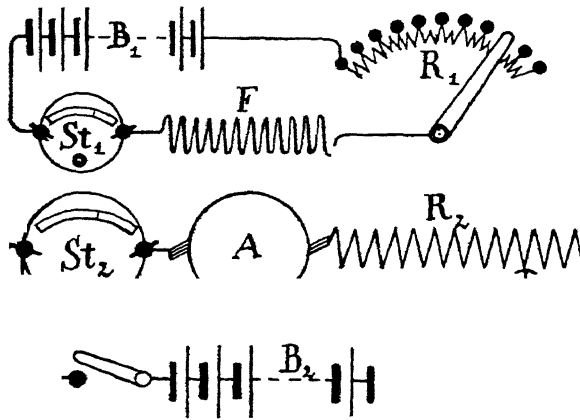



Fig. 301.

da bei den geringen Ankerstromstärken die Ankerrückwirkung verschwindend klein ist, $E = fu$ sein, wo f eine Konstante ist; man bildet darum für jedes i die Werte $f = \frac{E}{u}$ und nimmt davon das Mittel, um Beobachtungsfehler möglichst auszugleichen. Man wählt alsdann eine Reihe von Werten u, berechnet für jedes der benutzten i die entsprechenden $E = fu$, entnimmt aus dem Kurvensystem I die zugehörigen Verlustwerte V und trägt abermals die V als Funktionen der E für die verschiedenen u in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein (Fig. 302 II). Die Kurven II sind parabolische Kurven, deren Scheitel auf der Ordinatenachse liegen. Lässt man für jede derselben i und damit E zu Null werden, so erhält man als Scheitelordinaten den der jedesmaligen Umlaufszahl u entsprechenden Reibungsverlust V_ϱ, da mit der Magnetisierung auch die Hysteresis- und Wirbelstromverluste verschwinden müssen; in einer Kurve III trägt man V_ϱ als Funktion von u auf, wobei man keine Gerade erhält, da die Reibung rascher wächst als die Umdrehungszahl.

Da die Kurven II analytisch durch

$$E^2 = 2p\,(V - V_\varrho)$$

dargestellt werden können, so muss für dasselbe u die Grösse E^2 als Funktion von V dargestellt, eine gerade Linie geben, welche die V-Achse im

Punkte $V = V_\varrho$ schneidet; in dieser Weise lässt sich V_ϱ exakter ermitteln als durch die Parabeln (vgl. Fig. 302, II).

Die Erfahrung lehrt, dass auch die Kurven I Parabeln sind, deren Gleichung die Form besitzt:

$$V = EJ = aE + bE^2;$$

demnach ist

$$J = a + bE,$$

d. h. wenn man die J für eine bestimmte Erregerstromstärke i als Funktionen von E darstellt, so erhält man gerade Linien (Fig. 302 IV). Jeder Abscisse E dieser Geraden entspricht ein bestimmter Wert $u = \frac{E}{f}$, für welchen man aus III V_ϱ entnimmt. Subtrahiert man nun die Werte $J_\varrho = \frac{V_\varrho}{E}$ von den Ordinaten J, so erhält man ein zweites System von Geraden unterhalb der ersten, deren Gleichung die Form $J' = a' + b'E$ besitzt und deren Ordinaten den Verlusten durch Hysteresis und Wirbelströme entsprechen müssen und die Werte

$$\frac{V_h + V_w}{E}$$

darstellen. Hierin kann aber

$$V_h = hu \text{ und } V_w = wu^2$$

gesetzt werden, und da ausserdem $E = fu$ war, so wird schliesslich:

$$\frac{V_h + V_w}{E} = \frac{h}{f} + \frac{w}{f} u = a' + b' f u.$$

Hieraus aber folgt:

$$h = fa' \text{ und } w = f^2 b',$$

d. h. die Werte der Hysteresis- und Wirbelstromverluste bei einer bestimmten Felderregung und bei der Umlaufszahl *1*. Setzt man also in IV

$$J' = J_h + J_w, \text{ so ist } J_h = \frac{h}{f} = a'$$

die den Hysteresis-,

$$J_w = J' - J_h$$

die den Wirbelstromverlusten entsprechende Komponente der Gesamtstromstärke. Multipliziert man die so aus IV bestimmten Werte von J_ϱ, J_h und J_w mit der Abscisse E, so erhält man die Verluste V_ϱ, V_h und V_w, welche bei einer bestimmten Felderregung und Umlaufszahl vorhanden sind; dieselben sind in Fig. 302 V graphisch dargestellt, und zwar bezieht sich auch diese Figur auf die Erregerstromstärke $i = 2{\cdot}23$ Amp.

Zeichnet man die Diagramme IV für die verschiedenen beim Versuch benutzten Erregerstromstärken, so kann man aus jedem zunächst J_h entnehmen. Ferner kann man aus $E = fu$ für eine bestimmte Umlaufszahl u die entsprechenden E berechnen und aus IV die diesen entsprechenden J_w entnehmen. Diese Stromstärken geben alsdann, wenn man sie mit den entsprechenden E multipliziert, die Verluste V_h und V_w für verschiedene Erregerstromstärken bei konstanter Umlaufszahl u. Den Reibungsverlust V_ϱ entnimmt man aus III. Man erhält so das Verlustdiagramm VI für konstante Umlaufszahl u (in Fig. 302 ist für u der Wert 1175 angenommen worden).

Beispiel: Für die in § 216 als Beispiel benutzte Maschine von 3·3 KW normaler Leistung kann

$$r = 0{\cdot}120 \quad \frac{1{\cdot}6}{31{\cdot}5} = 0{\cdot}17\ \Omega$$

gesetzt werden, obgleich für die bei den folgenden Versuchen verwendeten geringen Stromstärken der Bürstenübergangswiderstand wahrscheinlich etwas grösser als 0·05 Ω sein wird. Es ergab sich:

Tabelle I.

	u	J	P	Jr	E	$V = EJ$	$f = \frac{E}{u}$
$i = 0{\cdot}76$ Amp.	1242	3·32	63	0·565	62·44	207·0	0·0502
	933	2·94	48	0·500	47·50	139·5	0·0509
	778	2·78	40	0·473	39·53	109·9	0·0509
	607	2·56	32	0·435	31·57	80·8	0·0520
	494	2·36	25	0·401	24·60	58·0	0·0499
							0·0508
$i = 1{\cdot}53$ Amp.	1210	3·04	103	0·516	102·48	311·6	0·0849
	968	2·70	82	0·459	81·54	220·0	0·0843
	749	2·42	63	0·412	62·59	151·4	0·0837
	563	2·20	48	0·374	47·63	104·7	0·0846
	474	2·02	41	0·344	40·66	82·2	0·0859
							0·0847
$i = 2{\cdot}23$ Amp.	1220	3·12	120	0·530	119·47	373·0	0·0980
	965	2·80	97	0·476	96·52	270·0	0·1000
	740	2·46	73	0·418	72·58	178·5	0·0981
	577	2·22	58	0·378	57·62	127·8	0·0998
	456	2·00	47	0·340	46·66	93·3	0·1021
							0·0996
$i = 2{\cdot}66$ Amp.	1227	3·20	130	0·544	129·46	415·0	0·1055
	975	2·84	103	0·483	102·52	291·2	0·1051
	752	2·52	80	0·429	79·57	200·5	0·1058
	590	2·26	63	0·384	62·62	141·4	0·1060
	474	2·02	50	0·344	49·66	100·1	0·1048
							0·1054

Um die Beobachtungsfehler möglichst auszugleichen, wurde für jedes u das zugehörige E mittels des Mittelwertes des Faktors f berechnet und so die Tabelle II erhalten:

Tabelle II.

$i = 0{\cdot}76$		1·53		2·23		2·66	
E	V	E	V	E	V	E	V
63·1	207·0	102·4	311·6	121·5	373·0	129·4	415·0
47·4	139·5	82·0	220·0	96·1	270·0	102·7	291·2
39·5	109·9	63·4	151·4	73·7	178·5	79·3	200·5
30·8	80·8	47·6	104·7	57·5	127·8	62·25	141·4
25·1	58·0	40·1	82·2	45·4	93·3	50·0	100·1

Diese Tabelle ist in den vier Kurven I in Fig. 302 graphisch dargestellt. Mittels dieser Kurven erhält man die weitere

Tabelle III.

	$i = 0{\cdot}76$		1·53		2·23		2·66	
u	$E = fu$	V	E	V	E	V	E	V
1200	61·0	197·3	101·6	306·7	119·5	363·3	126·5	400·0
1000	50·8	152·0	84·7	231·7	99·6	281·0	105·4	301·7
800	40·6	112·0	67·7	168·0	79·7	203·3	84·4	218·3
650	33·0	86·0	55·0	126·7	64·75	151·0	68·6	160·0
500	25·4	62·0	42·3	90·0	49·8	106·0	52·7	106·7

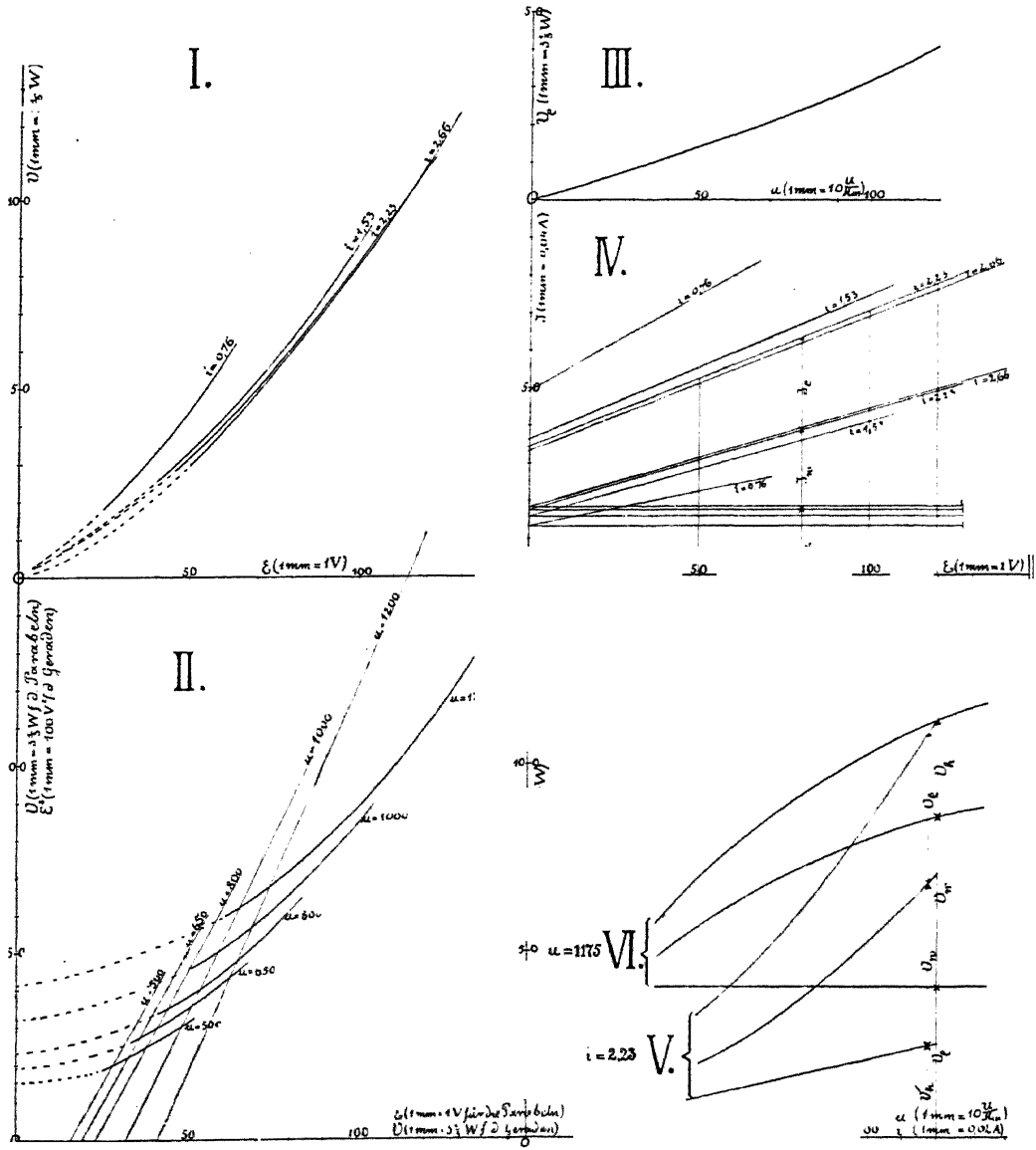



Fig. 302.

Die graphische Darstellung dieser Tabelle liefert das Kurvensystem II (Fig. 302). Die $E = 0$ entsprechenden Ordinaten sind in Kurve III als Funktion von u dargestellt (Kurve der Reibungsverluste). Diese Werte V_ϱ sind aber der Unsicherheit der Zeichnung wegen nicht mittels dieser Kurven direkt ermittelt worden, sondern mittels der geraden Linien

$$E^2 = 2p\,(V - V_\varrho),$$

So ergab sich

Tabelle IV.

u =	1200	1000	800	650	500
V_ϱ =	137·7	107·0	77·3	64·0	53·3,

deren graphische Darstellung Kurve III ist.

Aus Tabelle II erhält man, indem man jedes V durch das zugehörige E dividiert, die

Tabelle V.

: 0·76		1·53		2·23		2·66	
		E		E		E	
63·1	3·28	102·4	3·04	121·5	3·07	129·4	3·21
47·4	2·95	82·0	2·68	96·1	2·81	102·7	2·84
39·5	2·78	63·4	2·39	73·7	2·42	79·3	2·53
30·8	2·62	47·6	2·20	57·5	2·22	62·25	2·27
25·1	2·31	40·1	2·05	45·4	2·05	50·0	2·00

Die graphische Darstellung von Tabelle V liefert die vier obersten Geraden IV (Fig. 302). Sodann sind in der oben beschriebenen Weise die J_ϱ berechnet und von den J abgezogen worden; dies liefert das mittlere System von Geraden in IV, welche auf der Ordinatenachse die Werte J_h abschneiden. Die zwischen den Parallelen zur Abscissenachse in der Höhe J_h und den mittelsten Geraden liegenden Ordinatenabschnitte sind alsdann die J_w. — Mittels der Geraden IV sind endlich für $i = 2·23$ Amp. die Verlustkurven V und für $u = 1175$ die Verlustkurven VI berechnet worden. Aus den letzteren ergeben sich z. B. als Verluste bei 1175 Umdrehungen in der Minute und der Erregerstromstärke $i = 2·4$ Amp. bei leerlaufender Maschine

$$V_\varrho = 133\ W,\quad V_w = 152\ W,\quad V_h = 86\ W,\quad V = 371\ W.$$

Eine andere Methode, die Leerlaufsverluste zu trennen, giebt Cramer an (ETZ 1904, S. 719). Er setzt bei einer bestimmten Umlaufszahl u:

$$V = V_\varrho + V_h + V_w = V_\varrho + c_1\, u\, \mathfrak{B}^{1·6} + c_2\, u^2\, \mathfrak{B}^2,$$

worin $\mathfrak{B}$ die grösste Felddichte im Ankereisen bezeichnet. Da aber E proportional $\mathfrak{B}$ gesetzt werden kann, lässt sich $\mathfrak{B}$ durch E ersetzen, und man erhält für die den Verlusten entsprechende Stromstärke:

$$J = J_\varrho + J_h + J_w = \frac{V}{E} = \frac{V_\varrho}{E} + c_1'\, u\, E^{0·6} + c_2'\, u^2\, E.$$

Diese Kurve besitzt ein aus

$$\frac{dJ}{dE} = - \frac{V_\varrho}{E^2}$$

$$0{\cdot}6\; c_1' u E^{-0{\cdot}4} - c_2' u^2 = 0$$

zu berechnendes Minimum, für welches sich somit ergiebt:

$$V_\varrho = 0{\cdot}6\; c_1' u E^{1{\cdot}6} + c_2' u^2 E^2$$
$$= 0{\cdot}6\; V_h + V_w .$$

Da man ausserdem V und aus Fig. 302, III, auch V_ϱ kennt, so ist auch

$$V - V_\varrho = V_h + V_w .$$

Aus den beiden letzten Gleichungen aber ergiebt sich für das Minimum des Leerlaufsstroms:

$$V_h = 2{\cdot}5\; V - 5\; V_\varrho$$

und

$$V_w = 4\; V_\varrho - 1{\cdot}5\; V.$$

Fig. 303.

Hieraus erhält man zunächst durch Division mit der dem Minimum entsprechenden EMK E den Wert J_w, der auf einer durch den Koordinatenanfang gehenden Geraden liegen muss. Man erhält somit für ein bestimmtes u die V_w durch Multiplikation der an dieser Geraden entnommenen J_w mit den zugehörigen E. Ebenso erhält man $J_h + J_\varrho$ als Differenz der Ordinaten der Kurve und der Geraden und daraus

$$V_h + V_\varrho = E\,(J_h + J_\varrho),$$

also, da V_ϱ bekannt ist, auch V_h.

Die CRAMERsche Konstruktion ist mittels der aus Tabelle III für $u = 1200$ sich ergebenden Werte in Fig. 303 ausgeführt worden. Diese Werte sind:

$E =$	61·0	101·6	119·5	126·5 V,
$J =$	3·24	3·02	3·04	3·16 A.

Aus der Kurve folgt:

$$V_{min} = 2{\cdot}95^A \cdot 109^V = 321{\cdot}8\; W.$$

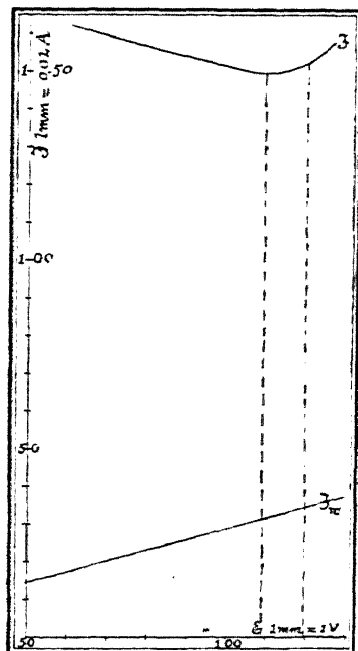
Ferner war (Fig. 302, III)

$$V_\varrho = 137{\cdot}7\; W \text{ bei } u = 1200.$$

Also ist für das Minimum:

$$137{\cdot}7 = 0{\cdot}6\; V_h + V_w \text{ und } 321{\cdot}8 - 137{\cdot}7 = 184{\cdot}1 = V_h + V_w,$$

woraus

$$V_h = 116\; W \text{ und } V_w = 68{\cdot}8\; W \text{ folgt.}$$

Für $i = 2{\cdot}23$ *A* und $E = 119{\cdot}5$ *V* erhält man sonach aus Fig. 303:

$$V_w = 0{\cdot}69 \cdot 119{\cdot}5 = 82{\cdot}5\ W,$$
$$V_h + V_\varrho = 2{\cdot}35 \cdot 119{\cdot}5 = 280{\cdot}7\ W,$$

also

$$V_h = 143{\cdot}1\ W.$$

Diese Verteilung der Verluste stimmt mit der aus Fig. 302 ermittelten nicht überein, was zum Teil an der Ungenauigkeit beider Methoden liegt. Bei der CRAMERschen Methode muss besonders das Minimum scharf bestimmt sein. Übrigens sind die nach dieser Methode sich ergebenden Werte für V_w und V_h plausibler als die nach dem DETTMARschen Verfahren gefundenen.

218. Leerlaufsverluste bei direkt gekuppelten Maschinen.

Bei Dynamos, welche mit einem Dampf- oder Gasmotor direkt und unlösbar gekuppelt sind, würde die DETTMARsche Methode die Entfernung der Pleuelstangen erforderlich machen, was wohl meist zu umständlich sein wird, namentlich da es sich hierbei gewöhnlich um sehr grosse Maschinen handelt. Hier muss man sich meist damit begnügen, die Hysteresis- und Wirbelstromverluste der unbelasteten Dynamo aus Indikatordiagrammen zu berechnen, welche man bei leerlaufender unerregter und erregter Dynamo aufnimmt. Die Differenz der beiden so ermittelten Leerlaufsleistungen des Dampfes bezw. Gases stellt, allerdings namentlich bei Gasmotoren ziemlich ungenau, den Wert der genannten Verluste dar.

Dagegen ist die DETTMARsche Methode ohne weiteres gut anwendbar bei mit Dampf- oder Wasserturbinen direkt gekuppelten Dynamos, da man hier nicht nötig hat, vorher Veränderungen am Motor vorzunehmen.

Zu der Ausführung dieser Methode ist noch zu bemerken, dass man als Stromquelle auch eine einzige Akkumulatorenbatterie verwenden kann; nur führe man dann auf alle Fälle getrennte Leitungen zu der Magnetwickelung und zum Anker, da sich sonst mit dem Ankerstrom auch derjenige in der Magnetwickelung ändert. Auch eine zweite Dynamomaschine lässt sich als Stromquelle benutzen; nur hat man hier grössere Schwierigkeiten, den Erregerstrom konstant zu halten. — Ferner muss man bei diesen Versuchen stets warten, bis der Reibungszustand der Lager konstant geworden ist, wozu nach DETTMAR mindestens vier Stunden gehören; bei kalten Lagern ist die Reibung nicht unerheblich grösser als bei warmen. Es empfiehlt sich deshalb, die DETTMARschen Leerlaufsmessungen erst nach den Dauerbelastungsversuchen anzustellen.

219. Reibungsverluste nach Kinzbrunner.

Die Reibungsverluste allein kann man nach KINZBRUNNER (ETZ 1903, S. 451) auch bestimmen, indem man die Maschine ohne Felderregung lediglich durch das vom Ankerstrom selbst entwickelte Feld als Motor laufen lässt. Stehen die Bürsten genau mitten zwischen den Polschuhkanten, so übt der Ankerstrom keine magnetisierende Wirkung aus; letztere wächst mit wachsender Verstellung der Bürsten und erreicht ein Maximum, wenn die Bürsten genau in die Mitten der Polflächen gestellt werden. Das vom Ankerstrom erregte Feld wirkt auf die unter den Polflächen liegenden Ankerdrähte ein, und der Anker erfährt ein Drehungsmoment, welches gleich Null ist, wenn die Bürsten mitten zwischen zwei Polschuhkanten stehen, weil dann das Feld Null ist; es ist aber auch Null, wenn die Bürsten in den Mitten der Polflächen stehen, weil alsdann zwar das Feld ein Maximum ist, unter jedem Pol aber immer genau soviel Drähte mit der einen und mit der entgegengesetzten Stromrichtung liegen, so dass also die Wirkung des Feldes

auf den Anker sich aufhebt. Zwischen diesen beiden Extremen giebt es eine günstigste Stellung, in welcher der leerlaufende Anker seine normale Umlaufszahl bei wesentlich niedrigeren Spannungen erlangt als bei den DETTMARschen Messungen, so dass die Verluste durch Hysteresis und Wirbelströme praktisch gegen diejenigen durch Reibung und Luftwiderstand verschwinden. Man braucht also nur die dem Anker zugeführte Leistung um die den Stromwärmeverlusten entsprechende Leistung zu vermindern, um die Reibungsverluste der Maschine zu erhalten.

Beispiel: Bei der obigen Maschine ergab sich so bei $u = 1005$, $J = 23$ Amp. und $P = 8{\cdot}7$ Volt. Daraus folgt

$$V_\varrho = (8{\cdot}7 - 0{\cdot}17 \cdot 23)\,23 = 110 \text{ Watt},$$

während aus der Kurve III (Fig. 302) sich dafür 108·3 Watt ergiebt. Die Übereinstimmung wäre sonach eine befriedigende.

220. Auslaufsmethoden.

Bei grösseren Maschinen, deren Reibungsverluste so gross sind, dass diejenigen eines damit verbundenen Tachometers nicht in Betracht kommen, kann man relative Werte der Reibungswiderstände auch nach der sogenannten Auslaufsmethode erhalten (MARCEL DEPREZ, Compt. rend. 1884, S. 861, DETTMAR, ETZ 1899, S. 220). Man erteilt der Maschine durch Zufuhr elektrischer Energie, wie bei den DETTMARschen Leerlaufsmessungen, eine bestimmte, möglichst hohe Umlaufsgeschwindigkeit, unterbricht alsdann die Stromzufuhr und beobachtet von Zeit zu Zeit die Umlaufsgeschwindigkeit bis zum völligen Stillstand der Maschine. — Statt des Tachometers kann man zur Bestimmung der jeweiligen Umlaufszahl beim Auslauf auch einen Spannungsmesser benutzen (PEUKERT, ETZ 1901, S. 393), nachdem man zunächst für verschiedene Erregerstromstärken die EMK als Funktion der Umlaufszahl ermittelt hat; bei unerregter Maschine wird die EMK durch den remanenten Magnetismus der Maschine erzeugt. Auf diese Weise lassen sich Verluste durch ein Tachometer vermeiden; nur die sehr geringen Energiemengen des Stromes im Spannungsgalvanometer kommen zu den Verlusten in der Maschine hinzu. — Anstatt in bestimmten Zeitintervallen den Stand eines Tachometers oder Spannungsmessers zu beobachten, kann man auch registrierende Instrumente anwenden, oder noch besser mittels des in § 199 beschriebenen Registriertelegraphen die Zeiten, wo die Umlaufsgeschwindigkeit gewisse runde Werte, z. B. 1000, 900, 800 u. s. w., durchläuft, registrieren.

Durch die vorstehenden Methoden erhält man u direkt als Funktion der Zeit. Man kann aber auch mit der umlaufenden Welle einen der in § 211 beschriebenen und abgebildeten Umlaufszähler mit Schneckenrad und Glockenzeichen verwenden und nach der Uhr die Zeitdauer einer bestimmten Zahl von Umdrehungen bestimmen; freilich wird man hierzu besser weniger als 100, etwa 20 nehmen, also das Schneckenrad mit etwa 5, anstatt mit nur einem Stift versehen. Noch genauer wird das letztere Verfahren, wenn man durch die Stifte nicht Glockenzeichen geben, sondern einen Strom schliessen lässt, durch welchen der eine Schreibhebel des Registriertelegraphen in Thätigkeit gesetzt wird. Man erhält so direkt nicht u als Funktion von t, sondern die von einem bestimmten Augenblick ab von der Maschine gemachte gesamte Umdrehungszahl z (die in 0 beginnende Kurve in Fig. 304). Hieraus ergiebt sich

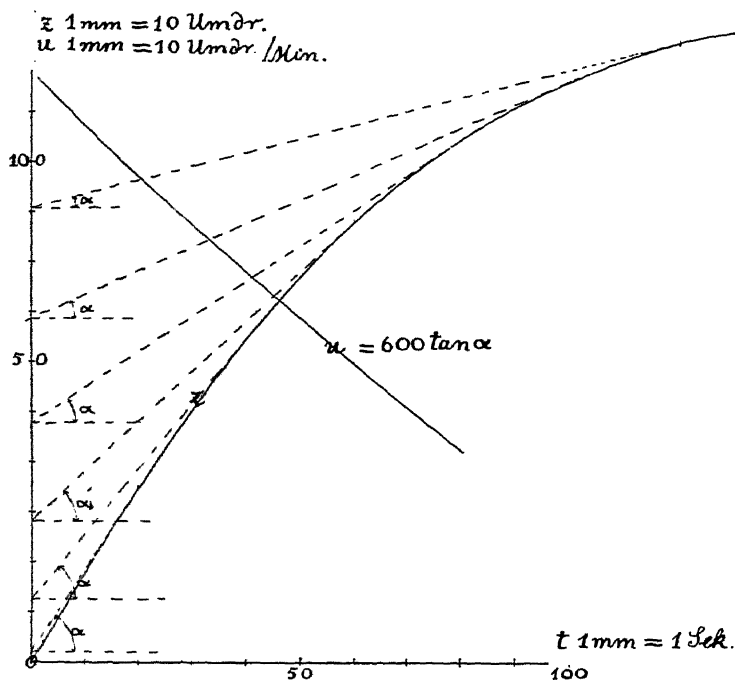
$$u = \lim \left[\frac{\varDelta z}{\varDelta t}\right],$$

und zwar in Umdrehungen in der Minute, wenn man t in Minuten aufträgt. Fig. 304 bezieht sich auf eine sechspolige Flachringmaschine, und zwar gilt sie für Leerlauf ohne Erregung. Aus dieser Kurve ergiebt sich für u durch Ziehen von Tangenten die absteigende Kurve.

Hat man nun auf die eine oder andere Weise u als Funktion von t ermittelt, so trägt man die u als Ordinaten zu den t als Abscissen in ein Koordinatensystem ein und erhält so die sogenannte Auslaufskurve der Maschine (Fig. 304 u. 305). Ist alsdann V_ϱ der der Umlaufsgeschwindigkeit u entsprechende Leistungsverlust durch die Reibung und bedeutet $\mathfrak{T}$ das Trägheitsmoment des Ankers, so ist

Fig. 304.

$$V_\varrho\, dt = -d\left[\frac{\mathfrak{T}\left(\frac{2\pi u}{60}\right)^2}{2}\right] = -\left(\frac{2\pi}{60}\right)^2 \mathfrak{T}\, u\, du,$$

d. h.

$$V_\varrho = -A u \frac{du}{dt},$$

worin A eine dem betreffenden Anker eigentümliche Konstante ist. Man ermittelt nun zunächst durch Ziehen von Tangenten

$$\frac{du}{dt} = \tan\alpha = -\frac{b}{a},$$

wo b und a die von den Tangenten auf Ordinaten- und Abscissenachse abgeschnittenen Stücke sind; dann ist

$$V_\varrho = A u \cdot \frac{b}{a}.$$

Konstruiert man in jedem Berührungspunkt C die Normale, welche die Abscissenachse in B schneiden mag, und fällt ausserdem die Senkrechte CA, so ist

$$\overline{AB} = u \tan \alpha = u \cdot \frac{v}{a}$$

(Bloch, ETZ 1901, S. 459), d. h.

$$V_\varrho = A \cdot \overline{AB}.$$

Erregt man bei diesen Auslaufsversuchen die Maschine, so kann man auch relative Werte für die gesamten Leerlaufsverluste erhalten. Misst man im letzteren Falle die bei einer gewissen Geschwindigkeit zuzuführende Energie durch Stromstärke und Spannung, wie bei den Versuchen in § 217, so kann man daraus den dieser Geschwindigkeit entsprechenden Verlust V direkt bestimmen, somit durch Division desselben durch das unter denselben Umständen aus der Auslaufskurve erhaltene $\overline{AB}$ die Konstante A des betreffenden Ankers ermitteln.

Fig. 305.

Beispiel: Für die oben erwähnte sechspolige Flachringmaschine wurden durch Registrieren die bestimmten Umlaufszahlen entsprechenden Zeiten ermittelt und so gefunden:

	$u =$ 1057	950	846	740	634	528	420	Umdr. Min.
$i = 0$ (V_ϱ) $t =$	0	9·85	20·05	31·39	43·65	56·55	72·73	Sek.
$i = 5·7$ A (V) $t =$	0	3·98	7·90	12·18	16·74	22·03	27·49	„

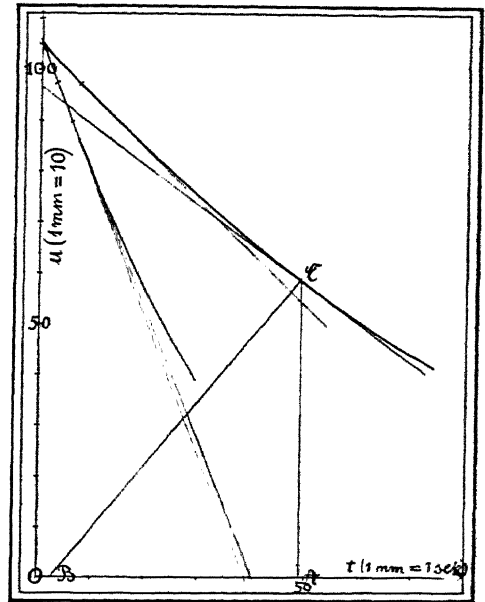
Die graphische Darstellung dieser Beobachtungen liefern die beiden Kurven Fig. 305. Ausserdem wurden bei $i = 5·7$ Amp. die Leerlaufsverluste gemessen und gefunden (Anker- und Bürstenübergangswiderstand $r = 0·0755\ \Omega$):

u	J^A	P^V	Jr^V	E^V	$V = EJ$
1057	7·40	137	0·6	136·4	1010 Watt
974	7·20	127	0·5	126·5	911 „
898	7·00	117	0·5	116·5	816 „

Aus Fig. 305 aber erhält man

u	b	a	$u \cdot \frac{b}{a}$	V	A
97·4 mm	105·0 mm	39·0 mm	262·4 mm	911 Watt	3·47
89·8 „	105·0 „	40·3 „	234·0 „	816 „	3·48
				Mittel	3·475

Daraus würde sich z. B. für den Reibungsverlust bei $u = 588$, für welche Umdrehungszahl die V_ϱ-Kurve in Fig. 305 $AB = 46·2$ mm liefert, ergeben

$$V_\varrho = 46·2 \cdot 3·475 = 160·3 \text{ Watt.}$$

Für $u = 974$ findet man aus der Figur

$$\frac{54\cdot5}{53\cdot4} = 1\cdot02,$$

somit

$$V_\varrho = 1\cdot02 \cdot 97\cdot4 \cdot 3\cdot475 = 345 \text{ Watt};$$

da $V_\varrho + V_w + V_h$ bei Leerlauf für diese Umlaufszahl 911 Watt gefunden worden ist, würde

$$V_w + V_h = 566 \text{ Watt sein.}$$

Schwierigkeiten treten bei der Auslaufsmethode dann ein, wenn bei kleinen, leichten Ankern bei grösseren Erregerstromstärken die Auslaufszeit zu kurz wird. Dann kann man nach Linke (ETZ 1905, S. 610) bei dieser Erregerstromstärke für verschiedene u bis zu möglichst kleinen Werten herab die Leerlaufsverluste V in der in § 217 besprochenen Weise ermitteln; dazu bestimmt man die ganze Auslaufszeit für die Geschwindigkeit $u_{mx.}$ bis herab zu *O (T)*. Dann kann man setzen V = Verzög. Kraft $\times$ Geschwindigkeit = Bew. Masse $\times$ Verzögerung $\times$ Geschwindigkeit $= mpv$, oder, da m konstant und v proportional u ist, so hat man:

$$\frac{u}{V} = \frac{C}{p}.$$

Ferner ist

$$p = \frac{dv}{dt}, \text{ also } dt = \frac{dv}{p} = \frac{C' du}{p}$$

also die Zeit t, innerhalb deren $u_{mx.}$ bis u abnimmt:

$$t = C' \int_{u_{mx.}}^{u} \frac{du}{p}$$

und

$$T = C' \int^{0} \frac{du}{p},$$

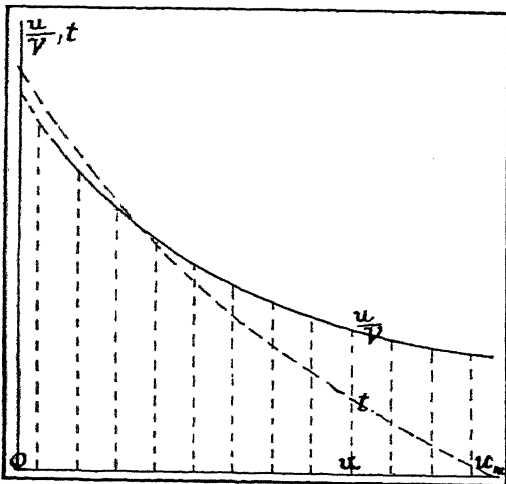



Fig. 306.

worin statt $\frac{1}{p}$ das diesem proportionale $\frac{u}{V}$ gesetzt werden kann.

Um diese Integrale zu finden, trägt man $\frac{u}{V}$ als Funktion von u auf (Fig. 306). Dann ist T proportional der Fläche zwischen der Kurve und der Abscissenachse. Die einzelnen t erhält man am einfachsten, indem man die ganze Fläche, etwa je 100 Umdr./Min. entsprechend, in schmale Streifen zerlegt und deren mittlere Ordinate abmisst. Die Summen dieser Ordinaten von $u_{mx.}$ bis zu einem anderen

u-Werte geben dann t als Funktion von u (die gestrichelte Kurve in Fig. 306).

221. Die zusätzlichen Verluste.

Die nach den vorstehenden Methoden bestimmten Verluste beziehen sich nur auf leerlaufende Maschinen. Die wirklichen Verluste einer voll belasteten Maschine sind grösser, und man bezeichnet die Differenz zwischen den Verlusten bei voller Belastung und bei Leerlauf als zusätzliche Verluste.

Was nun zunächst die Reibungsverluste betrifft, so sind dieselben bei belasteten Dynamos und Motoren mit Riemenantrieb grösser, weil infolge des Riemenzugs der Lagerdruck grösser ist. Der Zuwachs, den die Reibungsverluste erleiden, lässt sich nur annäherungsweise durch Schätzung bestimmen, indem man eine gewisse Annahme über die Grösse des Riemenzugs macht; derselbe ist immer nur gering, so dass er auch ganz vernachlässigt werden kann. Bei den direkt gekuppelten Maschinen sind die zusätzlichen Reibungsverluste einzig und allein den Verlusten des zum Antrieb dienenden Motors zuzurechnen, kommen also hier nicht weiter in Frage.

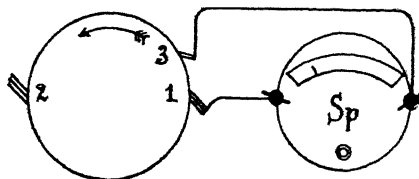



Fig. 307.

Vor allem aber sind die Verluste durch Hysteresis und Wirbelströme bei belasteter Maschine wesentlich grösser als bei leer laufender, und zwar infolge der Deformationen des magnetischen Feldes durch den Strom im Anker, wodurch zwar die mittlere Dichte des Feldes nicht geändert oder eher etwas vermindert wird, dafür aber der maximale Wert der Felddichte, von dem V_h und V_w abhängen, vergrössert wird. Den Einfluss dieser Feldverzerrung auf diese beiden Arten von Verlusten hat DETTMAR zuerst genauer untersucht (E T Z 1898, S. 252), und zwar an einem Motorgenerator, da sich bei einem solchen der Gesamtwirkungsgrad durch rein elektrische Messungen genau feststellen lässt (§ 213). DETTMAR fand zunächst, dass die Hysteresis- und Wirbelstromverluste proportional E^2 gesetzt werden können, und dass man, um dieselben für die belastete Maschine zu erhalten, die Leerlaufsverluste für dasjenige E zu bestimmen hat, welches die Maschine leerlaufend geben würde, wenn die Felddichte im Luftraum anstatt des für die betreffende Erregerstromstärke bei Leerlauf vorhandenen Mittelwertes $\mathfrak{B}_0$ den dem Ankerstrom J entsprechenden Maximalwert $\mathfrak{B}_J$ besässe. Da aber E dem mittleren $\mathfrak{B}$ proportional ist, da ferner die Eisenverluste proportional E^2 sind, so hat man die bei Leerlauf bei einer bestimmten Erregerstromstärke ermittelten Eisenverluste nur mit $\left(\frac{\mathfrak{B}_J}{\mathfrak{B}_0}\right)^2$ zu multiplizieren, um diejenigen bei der Ankerstromstärke J zu erhalten. — Schwierigkeiten bereitet hier die Ermittelung von $\mathfrak{B}_J/\mathfrak{B}_0$. Man kann hierzu entsprechend Fig. 307 den Spannungsunterschied y zwischen einer Bürstengruppe 1 und einer Hilfsbürste 3 messen, welche man nach und nach von 1 bis zum andern Pol 2 verschiebt.

Stellt man alsdann y als Funktion des Kollektorbogens x dar, so erhält man zwei Kurven, von denen die bei Leerlauf erhaltene für den Raum innerhalb der Polschuhe geradlinig ansteigt, während die bei Belastung gefundene an der einen Polkante flacher, an der anderen steiler verläuft als die Gerade bei Leerlauf (Fig. 308, wo die punktierte Kurve dem Leerlauf entspricht). Alsdann legt man in verschiedenen Punkten an diese Kurven Tangenten und bestimmt so die Werte

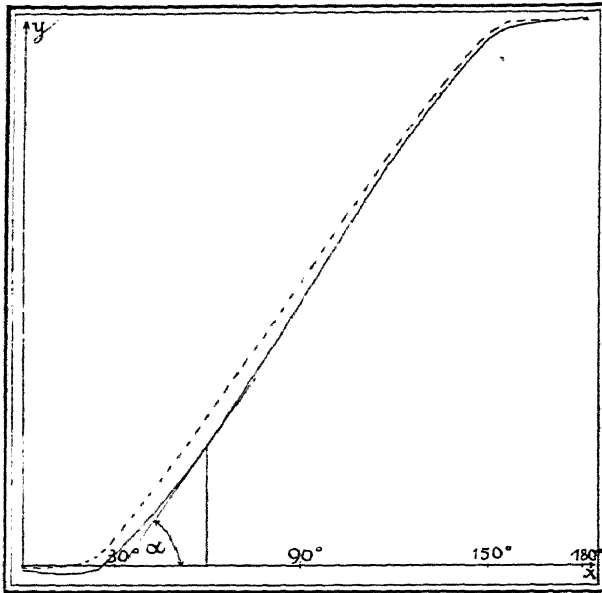
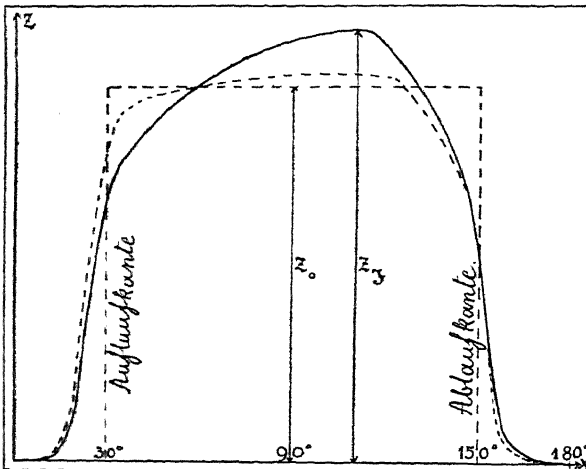
$$z = \tan \alpha \quad \frac{dy}{dx},$$

und stellt z als Funktion von x dar. Man erhält so die beiden Kurven Fig. 309, von denen wiederum die punktierte für den Leerlauf gilt und ein grösseres Stück horizontal läuft, während diejenige für die belastete Maschine ein Maximum z_J besitzt. Alsdann ist

$$z_J : z_0 = \mathfrak{B}_J : \mathfrak{B}_0.$$

Fig. 308.

Fig. 309.

Diese Methode erfordert eine besondere Vorrichtung, an welcher die Hilfsbürste 3 um messbare Beträge verschoben werden kann. Ausserdem setzt sie voraus, dass die induzierten Drähte der einzelnen Spulen gleichartige Stellen der magnetischen Felder gleichzeitig passieren; ist dies, wie bei den Trommelwicklungen mit verkürztem Wicklungsschritt, nicht der Fall, so kann sie erheblich falsche Resultate liefern. — Bei normalen Wicklungen kann man auch die in einer Spule entwickelte grösste EMK mittels einer aus zwei dünnen Federn gebildeten Doppelbürste, die gerade zwei aufeinander folgende Kollektorsegmente überspannt und von Hand geführt wird, und die mit einem passenden Spannungsmesser verbunden ist, und ebenso die mittlere EMK bei stromlosem Anker,

direkt messen. — Ist der Luftzwischenraum der Maschine weit genug, so kann man auch folgende Methode benutzen: Man misst die Feldstärke im Luftzwischenraum zunächst bei stromlosem Anker; alsdann schickt man bei der richtigen Bürstenstellung den Strom J durch den festgeklemmten Anker und ermittelt das Maximum der Intensität des durch den Ankerstrom deformierten Feldes. Die Feldintensität kann dabei entweder mit der LENARDschen Wismutspirale oder ballistisch gemessen werden (s. Abteilung 6 dieses Bandes).

Beispiel: Für die in §§ 216 und 217 als Beispiel benutzte Maschine war gefunden worden:

$u = 1175$, Nutzleistung 3260 Watt		(§ 216)
Verluste durch Stromwärme in der Magnetwicklung	269	
„ „ „ im Ankerkupfer . . .	119	
„ „ „ am Kollektor . . .	50	
Reibungsverlust V_ϱ . .	133	(§ 217).
$V_w + V_h$ bei Leerlauf	238	

Mit einer von Hand geführten, auf Kollektorteilbreite eingestellten Doppelbürste wurde für die einzelnen Spulen als EMK gefunden ($i = 2{\cdot}4$ Amp.):

bei stromlosem Anker e_0 im Mittel $6{\cdot}2$ Volt,
„ 31·5 Amp. Ankerstrom e_J „ Maximum $8{\cdot}2$ „

Hieraus folgt:

$$\frac{\mathfrak{B}_J}{\mathfrak{B}_0} = \frac{e_J}{e_0} = \frac{8{\cdot}2}{6{\cdot}2},$$

somit bei $J = 31{\cdot}5$ Amp.:

$$V_w + V_h = 238\left(\frac{8{\cdot}2}{6{\cdot}2}\right)^2 = 416 \text{ Watt.}$$

Somit ist:

$$\eta = \frac{3260}{3260 + 269 + 119 + 50 + 133 + 416} = 0{\cdot}77.$$

Bestimmt man dagegen in Fig. 309, welche sich auf dieselbe Maschine bei 2·4 Amp. Magnetisierungs- und 31·5 Amp. Ankerstrom bezieht, den Mittelwert von z innerhalb der Polschuhe für die ausgezogene Kurve, so erhält man $z_0 = 75{\cdot}4$, während der Maximalwert $z_J = 87{\cdot}0$ ist. Dann ergiebt sich

$$238\left(\frac{z_J}{z_0}\right)^2 = 317\ W \text{ und } \eta = 0{\cdot}787.$$

Da sonach diese Messungen von $\frac{B_J}{B_0}$ sehr schwierig und unsicher sind und sich meist nur im Laboratorium ausführen lassen, so soll man sich nach den „Normalien für elektrische Maschinen und Transformatoren" des Verbands Deutscher Elektrotechniker mit der Ermittelung der Leerlaufsverluste begnügen; den mit diesen ermittelten Wirkungsgrad bezeichnet man als messbaren im Gegensatz zum wirklichen. Dieser messbare Wirkungsgrad wäre für obige Maschine

$$\frac{3260}{3260 + 269 + 119 + 50 + 133 + 238} = 0{\cdot}80.$$

222. Kurzschlussmethode von Arnold.

Eine andere Methode hat ARNOLD vorgeschlagen (ETZ 1903, S. 476), wobei die wirklichen Verluste als Summe der Verluste bei Leerlauf

und bei Kurzschluss des Ankers sich ergeben sollen. Bei der Ermittelung der Kurzschlussverluste wird der Anker kurz geschlossen und der Erregerstrom so weit vermindert, dass der Anker die normale Stromstärke liefert. Die dem Anker dabei zuzuführende Leistung kann man entweder mittels eines geeichten Elektromotors erzeugen und so elektrisch messen, oder man kann dazu die Auslaufsmethode (§ 220) benutzen, wobei man sich der in Fig. 310 skizzierten Schaltung bedient. Man treibt zunächst die Maschine mittels ihres Motors an, schliesst den Anker durch den Strommesser 1 kurz und stellt mittels r_1 und r_2 den Erregerstrom so ein, dass bei der normalen Umlaufszahl als Kurzschlussstrom der normale Ankerstrom J der belasteten Maschine erhalten wird; den erforderlichen Erregerstrom liest man an einem Strommesser 2 ab. Der Umschalter U liegt hierbei in der Stellung ca; die Bürsten stellt man in die geometrische Mitte zwischen den

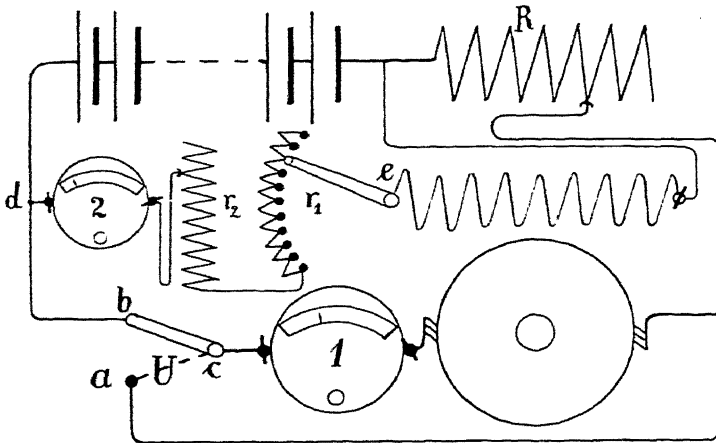



Fig. 310.

Polkanten. Hierauf unterbricht man bei a, schliesst zwischen d und e $r_1 + r_2$ kurz, legt U nach cb um und reguliert mittels R den Strom so, dass die leerlaufende Maschine auf reichlich die normale Umlaufszahl kommt. Hierauf unterbricht man wieder bei b, hebt den Kurzschluss de auf, wartet ab, bis der Strommesser 2 wieder die richtige Stromstärke anzeigt und stellt dann wieder die Verbindung ca her. Genau wie in § 220 nimmt man nun eine Auslaufskurve auf, aus der man genau wie dort

$$V_\varrho + V_k = \cdot A u \frac{du}{dt}$$

findet. Gleichzeitig mit u wird immer auch J abgelesen. A und V_ϱ sind durch die vorhergegangenen Messungen bestimmt worden, so dass man also den aus dem Stromwärmeverlust bei der Stromstärke J und den Eisenverlusten des Ankers bei Kurzschluss zusammengesetzten Kurzschlussverlust V_k bestimmen kann. Dann ist nach Arnold der gesamte Verlust der belasteten Maschine sehr nahe gleich der Summe

$$V_\varrho + V_h + V_w + V_k + iP,$$

wenn i die normale Erregerstromstärke bei der Klemmenspannung P und bei der Ankerstromstärke J ist.

Beispiel: Für die sechspolige Flachringmaschine war: Nutzleistung bei $u = 974$ gleich $33{\cdot}5\ A \cdot 120\ V = 4020\ W$. Erregerstrom $i = 5{\cdot}7\ A$. Somit ist: Stromwärmeverlust in der Magnetwicklung $= 684\ W$.

Die Kurzschluss-Auslaufskurven wurden wieder mittels des Registrierapparats aufgenommen (§ 220); die Beobachtungen ergaben:

$u =$	1057	950	846	740	634	528	420	
$t =$	0	5·82	11·73	18·86	26·01	33·81	43·64	sek.
	0	6·10	12·38	19·29	26·53	34·53	44·33	„
im Mittel $t =$	0	5·96	12·05	19·07	26·27	34·17	43·98	sek.
$J =$	44·4	41·7	39·1	35·6	32·2	27·7	22·6	A.

Die diesen Beobachtungen entsprechende Kurve ist in Fig. 311 dargestellt. Daraus ergiebt sich für $u = 974$: $u \cdot \frac{b}{a} = 87{\cdot}3$ mm, d. h., da nach § 220 $A = 3{\cdot}475$ ist, $V_k = 303\ W$. Sonach wäre, da $V_\varrho + V_w + V_h = 911\ W$ ist (§ 220, Beispiel):

$$\eta = \frac{4020}{4020 + 911 + 303 + 624} = 0{\cdot}68.$$

223. Gesamtverlust zweier gekuppelter Maschinen nach Kapp

Hat man zwei völlig gleiche Maschinen, von denen man voraussetzen kann, dass sie bei gleicher Belastung auch gleiche Verluste besitzen, oder sind die Verluste der einen Maschine bei verschiedenen Belastungen genau bekannt, so kann man nach KAPP ihren Gesamtwirkungsgrad bei Belastung durch rein elektrische Messungen folgendermassen bestimmen: Man kuppelt beide Maschinen mechanisch, so dass sie gleiche Umlaufszahlen besitzen müssen, am besten, um nicht noch Riemenverluste zu haben, durch direkte Kupplung der Wellen. Beide verbindet man, wie Fig. 312 zeigt, mit einer Stromquelle B von genügend hoher Spannung, am besten mit einer Akkumulatorenbatterie.

Fig. 311.

Man vermindert nun die Erregerstromstärke der rechten Maschine M so weit, dass sie als Motor läuft und reguliert alsdann, wenn das Aggregat die normale Geschwindigkeit erlangt hat, die Erregung von G so, dass sie als Dynamo die normale Ankerstromstärke J liefert. Ist alsdann P die Polspannung der Stromquelle B, so liefert G die Nutzleistung JP, während M die Leistung $(J + i)\,P$ verbraucht. Das Produkt iP stellt die Verluste beider Maschinen zusammen dar, welche somit durch B gedeckt werden. Somit ist

$$\eta_g\,\eta_m = \frac{JP}{(J+i)\,P} = \frac{J}{J+i}.$$

Man kann aber, je nachdem der Umschalter nach links oder rechts steht, am Strommesser $J + i$ oder J ablesen, also $\eta_g \eta_m$ durch Ablesung an einem einzigen Messinstrument ermitteln. Kennt man also entweder η_m oder kann man annehmen, dass $\eta_g = \eta_m$ ist, so kann man η_g ermitteln. Dies würde sich immer genau ermöglichen lassen, wenn man drei nahezu gleiche Maschinen zur Verfügung hat, von denen man in der soeben erörterten Weise erst 1 und 2, dann 2 und 3, schliesslich 3 und 1 zusammen untersucht. Aus den Gleichungen $\eta_1 \eta_2 = a$, $\eta_2 \eta_3 = b$, $\eta_3 \eta_1 = c$ kann man die drei Unbekannten η_1, η_2 und η_3 einzeln ermitteln.

Die Kappsche Methode liefert nur die Verluste in den Ankern der beiden Maschinen, zu welchen bei der Berechnung des Wirkungsgrades beim normalen Betrieb noch die Leistung des Erregerstromes hinzuzuzählen ist. Wäre also z. B. etwa für $J = 200\ A$ und $P = 110\ V$ $\eta_1 = 0{\cdot}91$ gefunden worden, so wären die Ankerverluste dieser Maschine $= 200 \cdot 110 \cdot 0{\cdot}09 = 1980$ Watt. Wäre also die normale Erregerstromstärke der Maschine

Fig. 312.

$= 4\ A$, so wären die Gesamtverluste bei der normalen Leistung von 22 KW $= 1980 + 440 = 2420$ Watt, der richtige Wirkungsgrad wäre also

$$\frac{22\,000}{24\,420} = 0{\cdot}90.$$

Die zulässige Temperaturerhöhung.

Die in den einzelnen Teilen einer elektrischen Maschine verloren gehende Energie setzt sich in Wärme um, wodurch sich allmählich die Temperatur erhöht, und zwar so lange, bis zwischen der in einem Zeitteilchen dt entwickelten und der gleichzeitig an die Umgebung abgegebenen Wärme Gleichgewicht eingetreten ist (vgl. § 161). Erreicht die Temperatur einen zu hohen Grad, so dass die Isoliermaterialien erweichen, so kann leicht eine Beschädigung der Maschine eintreten. Deshalb ist es wichtig, die zulässigen Grenzen der Temperatursteigerung festzulegen, wobei darauf Rücksicht zu nehmen ist, dass die Temperatur der Räume, wo elektrische Maschinen aufgestellt sind, meist an sich schon eine ziemlich hohe zu sein pflegt. Ferner darf bei ruhenden Teilen, wo die Isolation keinen mechanischen Beanspruchungen ausgesetzt ist, dieser Grenzwert der Temperatursteigerung höher angenommen werden als bei bewegten.

In diesem Sinne ist in den „Normalien für elektrische Maschinen und Transformatoren" des Verbands Deutscher Elektrotechniker als höchste Temperatur des Raumes 35° angenommen worden und dabei, je nachdem die Isolation der stromführenden Teile durch Baumwolle, Papier oder Glimmer- und Asbestpräparate bewirkt ist, für bewegte Wicklungen eine Temperaturzunahme um 50°, 60° bezw. 80° als zulässig festgesetzt worden. Für die ruhenden Wicklungen dürfen die Temperaturen noch um je 10° höher steigen. Als höchste zulässige Temperaturzunahme am Kollektor sind 60° angenommen worden. Für Strassenbahnmotoren dürfen diese Werte sämtlich um 20° höher liegen.

225. Ermittelung der Temperaturzunahme.

Von grosser Wichtigkeit ist zunächst die Betriebsdauer, nach welcher die Temperaturerhöhung gemessen wird. Dieselbe soll bei für dauernden Betrieb bestimmten Maschinen so gross gewählt werden, dass der stationäre Zustand erreicht ist. Letzteres geschieht aber bei kleinen Maschinen rascher als bei grossen; für kleinere Maschinen ist im allgemeinen eine fünf- bis siebenstündige Belastungsdauer ausreichend, während sehr grosse Maschinen auch nach zehnstündigem Betrieb ihre höchste Temperatur noch nicht erreicht haben. Trotzdem sollen nach den genannten „Normalien u. s. w." auch solche Maschinen einer nur zehnstündigen Dauerbelastungsprobe unterworfen werden. Bei Maschinen für kurzdauernden Betrieb ist die als zulässig angegebene Belastungsdauer zu nehmen, während für Maschinen für intermittierenden Betrieb, z. B. Strassenbahn- und Kranmotoren, die Belastung mit der normalen Leistung eine Stunde lang zu erfolgen hat.

Zweitens ist von Wichtigkeit die Angabe der Art und Weise, wie die Temperaturerhöhung über die Umgebung gemessen werden soll. Nach den „Normalien u. s. w." soll dies bei rotierenden Teilen nach Stillsetzen der Maschine mittels eines Thermometers geschehen. Man verwende dabei solche mit möglichst kleinen Gefässen, umwickele letztere mit starkem Stanniol, das man möglichst seitlich ausbreitet, und bedecke das angelegte Gefäss mit Watte. Man muss dabei die Stellen höchster Temperatur aufsuchen, denn es können z. B. längere Anker in der Mitte wesentlich wärmer werden als an den Rändern. Bequem ist hierbei die Verwendung sogenannter Maximumthermometer, deren Faden an der höchsten erreichten Stelle stehen bleibt.

Bei den ruhenden Magnetwicklungen von Dynamomaschinen soll die Temperatur mittels der Widerstandszunahme bestimmt werden, wobei der Widerstand aus Stromstärke und Spannung berechnet wird. Der Temperaturkoeffizient des Kupfers kann zwar je nach dessen Reinheit verschiedene Werte besitzen, er soll jedoch, wenn eine besondere Bestimmung desselben nicht vorgenommen wird, gleich 0·004 gesetzt werden.

Als Lufttemperatur soll der Mittelwert während des letzten Viertels der Versuchsperiode genommen werden, wobei man das Thermometer, wenn angängig, in der Höhe der Mitte der Maschine und etwa 1 m von ihr entfernt anbringt. Muss man damit näher herangehen, so muss man es durch zwischengeschobene Blech- oder Pappschirme gegen die direkte Strahlung der Maschine schützen.

Da bei grossen Maschinen derartige langdauernde Belastungsproben sehr teuer werden, wäre es wichtig, eine Methode ausfindig zu machen, durch welche sich diese Kosten herabmindern liessen. Dies kann man nach Hobart und Punga (ETZ 1905, S. 441, wo die unten beschriebene Methode auf

Wechselstrommaschinen angewandt ist) erreichen, wenn man für die Maschine die Verluste im einzelnen genau kennt, indem man dieselbe abwechselnd mit Leerlauf und mit Kurzschluss (§ 212) so betreibt, dass die pro Stunde im Anker und in der Magnetwicklung verloren gegangenen Wattstunden den Verlusten bei Vollbelastung gleichkommen. Gleichzeitig muss Leerlaufs- und Kurzschlusscharakteristik der Maschine bekannt sein. Nimmt man nämlich an, man lasse in den einstündigen Perioden die Maschine $\frac{1}{x}$ Stunde mit dem Kurzschlussstrom J_K und $\frac{1}{y}$ Stunde mit der Leerlaufsspannung E_0 laufen, so ist, je nach der Dauer des Umschaltens,

$$1. \qquad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = m,$$

wo $m \leqq 1$ ist.

Ferner gilt für den Anker die Gleichung:

$$2. \qquad \frac{1}{x}\left[J_K^2 r_a + (V_h + V_w)\left(\frac{E_K}{E}\right)^2\right] + \frac{1}{y}(V_h + V_w)\left(\frac{E_0}{E}\right)^2 = J_a^2 r_a + V_h + V_w,$$

worin J_a, E, V_h und V_w der normalen Vollbelastung entsprechen, während J_K und E_K für den Kurzschluss und E_0 für den Leerlauf gilt. Ebenso gilt für den Kollektor, da die Reibung der Bürsten ungeändert bleibt und darum nicht berücksichtigt zu werden braucht:

$$3. \qquad \frac{1}{x} J_K^2 = J_a^2.$$

Endlich hat man für die Magnetwicklung:

$$4. \qquad \frac{1}{x} J_{m,K}^2 + \frac{1}{y} J_{m,0}^2 = J_m^2.$$

Man nimmt nun einen Wert $J_K > J_a$ an und erhält aus 3. den Wert $\frac{1}{x}$ und aus 1. den Wert $\frac{1}{y}$. Aus 2. und 3. folgt:

$$5. \qquad \frac{1}{x} E_K^2 + \frac{1}{y} E_0^2 = E^2,$$

also, da

$$E_K = J_K (r_a + r_b + r)$$

gegeben ist (r bedeutet den Widerstand des äusseren Kurzschlussstromkreises), so liefert 5. den Wert E_0. Nun entnimmt man der Kurzschlusscharakteristik den Wert $J_{m,K}$ und der Leerlaufscharakteristik den Wert $J_{m,0}$ und probiert, ob sie der Gleichung 4. genügen; wenn nicht, probiert man andere Werte von J_K, bis die Übereinstimmung eine genügende ist.

Um gleichzeitig die Dauer der Beobachtung abzukürzen, empfehlen dieselben Autoren (l. c.), die Maschine durch Überlastung erst etwas über die garantierten Temperaturgrenzen hinaus zu erwärmen und alsdann die Belastungsversuche so lange fortzusetzen, bis die Temperaturen stationär geworden sind, wozu 1—2 Stunden genügen.

Eine solche Verminderung der Versuchsdauer liesse sich auch erreichen, wenn das Gesetz bekannt wäre, nach welchem die Erwärmung der Maschine

erfolgt. Ist nämlich γ das kalorische Äquivalent der Stromenergie, Q die Wärmekapazität des betreffenden Maschinenteils, F die in der Zeiteinheit bei der Temperaturdifferenz 1^0 gegen die Umgebung von demselben abgegebene Wärmemenge, bedeuten ferner T_a, T und T_e die anfängliche, momentane und die endlich erreichte Temperatur, V den Verlust in Watt und Z die Zeit, so gilt angenähert:

$$\gamma V d Z = Q d T + F (T - T_a) d Z,$$

oder

$$\frac{d (T - T_a)}{d Z} = \frac{\gamma V}{Q} - \frac{F}{Q} (T - T_a).$$

Beobachtet man also eine Reihe von zusammengehörigen Wertepaaren $T - T_a$ und Z und konstruiert die Kurve

$$T - T_a = f (Z),$$

legt man ferner an letztere eine Anzahl Tangenten und bestimmt so einige Werte $\frac{d (T - T_a)}{d Z}$ und stellt letztere als Funktion der Ordinaten $T - T_a$ dar, so erhält man angenähert eine gerade Linie, welche auf der Abscissenachse den Wert $T_e - T_a$ abschneidet.

Nach den Erfahrungen des Verfassers lässt indessen diese Methode an Genauigkeit sehr zu wünschen übrig und ist bei grossen Maschinen deshalb etwas unbequem anzuwenden, weil man diese zur Beobachtung der Ankertemperatur etwa alle halben Stunden stillsetzen muss.

Achtes Kapitel.

Messungen an elektrischen Anlagen.

46. Blitzableiterprüfung.

226. Prüfung der oberirdischen Leitungen.

Bei der Prüfung von Blitzableitern kommt es auf zweierlei an; einmal ist zu untersuchen, ob die oberirdische Leitung überall sich in gutem Zustande befindet, insbesondere ob sie in allen Teilen einen guten metallischen Zusammenhang besitzt, sodann ist die Grösse des Ausbreitungswiderstandes der Erdleitungen zu messen.

Die erste Aufgabe erfordert in erster Linie eine genaue Besichtigung der einzelnen Teile der Anlage, wobei man sich eines möglichst lichtstarken Fernrohrs bedient (Prismendoppelfernrohr von ZEISS oder GÖRZ). Sodann aber ist der gute metallische Zusammenhang der einzelnen Teile der Leitung durch galvanische Messungen festzustellen. Hier würde zwar ein Trockenelement und ein einfaches Galvanometer zur Prüfung ausreichen, und man könnte sich begnügen, das Element erst durch das Galvanometer allein, dann unter Zwischenschaltung der zu prüfenden Blitzableitung zu schliessen,

wobei sich durch Einschalten des Blitzableiters der Galvanometerausschlag nur wenig vermindern darf; besser ist es aber, sich hierzu der Brückenschaltung zu bedienen.

227. Bestimmung der Erdausbreitungswiderstände.

Die Erdausbreitungswiderstände der Blitzableitungen sind ihrer Natur nach elektrolytische Widerstände, sie können deshalb zuverlässig nur mit der Telephonbrücke (§ 184) gemessen werden, welche für den vorliegenden Zweck eine besonders einfache und kompendiöse Form erhalten kann. Der Apparat wird zweckmässig so eingerichtet, dass er gleichzeitig zur Messung des Widerstandes der metallischen Leitung verwendet werden kann. Der Übergangswiderstand zwischen einer in die feuchte Erde versenkten Metallelektrode, einer sogenannten Erdplatte, und der Erde hängt von der Form, Grösse und Lage derselben ab, sowie von der Beschaffenheit und dem Feuchtigkeitsgrad des Bodens in der näheren Umgebung der Erdplatte. Sind ferner zwei solcher Erdplatten in genügend grossem Abstand (mindestens 10 m) voneinander eingegraben und benutzt man dieselben zur Zu- und Rückleitung eines Stromes, so hängt der zwischen beiden gemessene Widerstand nicht ab vom gegenseitigen Abstand und ist gleich der Summe der beiden Ausbreitungswiderstände. Ordnet man also die Messung in der in Fig. 313 dargestellten Weise an, wobei x und y zwei in obigem Sinne voneinander unabhängige Erdplatten mit den Ausbreitungswiderständen x und y bedeuten, so erhält man, wenn der Ton im Telephon verschwindet oder ein Minimum ist, $x + y = r \cdot \frac{a}{b} = r_1$, wenn a das linke, b das rechte Stück des Messdrahtes bedeutet. Um also x zu bestimmen, muss man y kennen; letzteres ist z. B. der Fall, wenn man als zweite oder Hilfserde y eine Gas- oder besser noch eine Wasserleitung benutzen kann, deren Ausbreitungswiderstand so gering ist, dass man ohne merklichen Fehler $y = 0$ setzen kann. Andernfalls bedarf man noch einer dritten Hilfserde z und man misst alsdann ausserdem noch $y + z = r_2$ und $z + x = r_3$. Aus den drei so erhaltenen Gleichungen aber kann man die Unbekannten x, y und z einzeln bestimmen.

Ein zweites Verfahren rührt von Nippold her und beruht darauf, dass die Erdausbreitungswiderstände bei geometrisch ähnlichen Elektroden den Längsausdehnungen derselben umgekehrt proportional sind, so dass also z. B. eine quadratische Erdplatte bei halber Seitenlänge den doppelten Ausbreitungswiderstand besitzt. Man braucht daher nur die Grösse der Hilfserdplatte y in bekannter Weise zu ändern, indem man sie z. B. aus vier Quadraten zusammensetzt, die man erst neben-, dann übereinander zu einem zusammenlegt. Dann hat man die beiden Gleichungen $x + y = r_1$ und $x + 2y = r_2$, woraus $x = 2r_1 - r_2$ folgt.

Eine dritte Methode zur Trennung der Widerstände hat Wiechert angegeben (ETZ 1893, S. 726). In genügender Entfernung von den beiden Erdplatten x und y bringt man eine Hilfserde an, welche einfach aus einem etwa 1 cm starken, 40 cm tief in den gut angefeuchteten Erdboden eingetriebenen Stahlstab oder Erdbohrer besteht (Fig. 314). Die Brücke ist mit einem Stöpselumschalter versehen, und man hat, wenn bei Stöpsel in 1 das Telephon schweigt, wenn der Gleitkontakt den Messdraht in die Stücke $a + b$ und c, bei Stöpsel in 2, wenn er denselben in die Stücke a und $b + c$ teilt, die beiden Proportionen:

$$x + y : r = a + b : c \text{ und } x : y + r = a : b + c,$$

woraus folgt:

$$x : y : r = a : b : c,$$

also:

$$x = r\frac{a}{c} \text{ und } y = r\frac{b}{c}.$$

228. Hilfsvorrichtungen.

Als Hilfserden dienen quadratische Kupfer- oder Weissblechplatten, welche aus vier Platten von je 0·5 m Seite zusammengesetzt sind, die mittels Scharnieren so miteinander verbunden sind, dass sie sich zu einem Quadrat von 0·5 m Seite zusammenlegen oder zu einem solchen von 1 m Seite ausbreiten lassen. Eine solche Platte legt man in eine an einer möglichst feuchten Stelle in genügender Entfernung von den zu prüfenden Erdleitungen gegrabene flache Grube und füllt diese während der Messung mit Wasser. Hat man stehendes oder fliessendes Wasser in der Nähe, in welches aber die Erdplatten des Blitzableiters nicht versenkt sein dürfen, so kann man die Hilfserdplatte auch in dieses legen. Unter Umständen sind dann

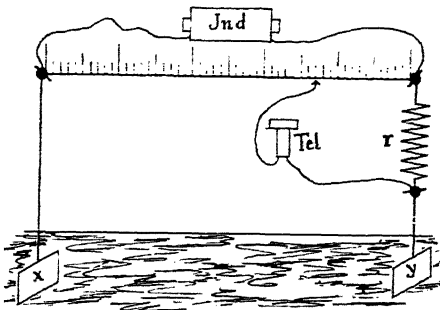
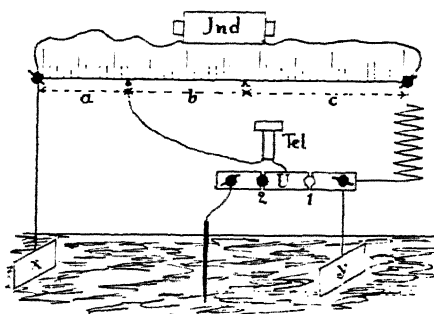



Fig. 313. Fig. 314.

statt quadratischer Platten bequemer flache, etwa 25 mm breite und mehrere Meter lange Stahlbänder zu verwenden, welche namentlich sich leicht in Brunnen versenken lassen.

Soll eine Blitzableitung ganz einwandfrei geprüft werden, so müssen sich sämtliche nach den einzelnen Erdplatten führende Zwischenleitungen trennen lassen. Diese Zwischenleitungen müssen also mit lösbaren Kupplungen versehen sein, so dass sich die Dachleitungen von den Erdplatten völlig abtrennen lassen. Hat dann die betreffende Anlage mindestens zwei unabhängige Erdplatten, so kann man deren Ausbreitungswiderstände ohne weitere Hilfsplatte nach der WIECHERTschen Methode bestimmen. Stehen drei oder mehr unabhängige Erdleitungen zur Verfügung, so kombiniert man dieselben zu so viel Paaren, dass man eine zur Bestimmung der einzelnen Widerstände ausreichende Anzahl von Gleichungen erhält.

Namentlich bei der Messung des Widerstandes der metallischen Leitungen handelt es sich immer um sehr kleine Widerstände; man muss daher an den Verbindungsstellen der Blitzableitungen mit den zur Messbrücke führenden Hilfsleitungen für möglichst guten Kontakt sorgen. Zum Anschluss eignen sich entweder die Kupplungen des Blitzableiters, oder man bedient sich besonderer Klemmen, welche man auf die vorher sorgfältig blank geputzten Leitungen aufsetzt. Dieselben können etwa die in Fig. 315 abgebildete Einrichtung erhalten; der obere Teil lässt sich aufklappen, um

die Klemme auch an ungetrennten Leitersträngen anbringen zu können. Fig. 316 stellt eine weitere zweckmässige Form einer solchen Anschlussklemme dar.

Von grosser Wichtigkeit sind die Hilfsleitungen, welche so eingerichtet sein müssen, dass sich jederzeit die tadellose Beschaffenheit derselben kontrollieren lässt. Man verwendet dazu am besten verseilte Glühlampendoppelschnurleitung von 2×1 mm^2 Querschnitt in Längen von 20, 10 und 5 m, welche man nach Bedarf zu längeren Leitungen zusammenkuppelt. Da bei der Prüfung der oberirdischen Leitungen, wobei der gute metallische Zusammenhang zwischen den einzelnen Fangstangen und den am Gebäude herabführenden Zwischenleitungen festzustellen ist, diese Hilfsleitungen nach

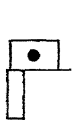
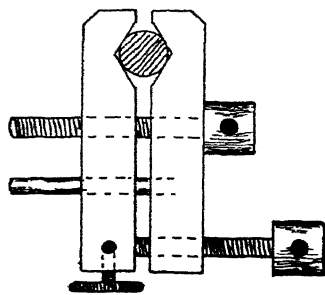



Fig. 315. Fig. 316.

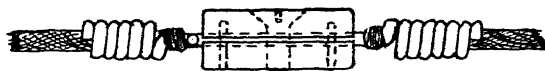



Fig. 317.

dem Dach heraufgezogen werden müssen, ist es besonders wichtig, dass die Verbindungsklemmen keinen Anlass zum Hängenbleiben geben. Eine brauchbare Konstruktion derselben stellt Fig. 317 dar, welche zugleich zeigt, wie die Endanschlüsse der Kupferseile zweckmässig zu gestalten sind; man führt das Ende des Seils durch etwa 15 mm lange Spiralen aus 2 mm dickem Messingdraht, durch welche sie straff hindurchgehen müssen, und verlötet das Kupferseil mit dem geraden Ende des Messingdrahtes. Damit sich nicht durch gegenseitige Berührung der Klemmen einzelne Teile der Doppelleitung ausschalten können, macht man die Enden der beiden Leiter verschieden lang; ausserdem schiebt man, wenn die Leitungen nach dem Dach heraufgezogen werden sollen, über die Verbindungsstellen kurze Stücke von Kautschukschlauch. — Man benutzt nun bei den eigentlichen Messungen die beiden Stränge der Doppelleitungen in Parallelschaltung; zur Kontrolle des metallischen Zusammenhanges trennt man die Leitungen am Anfang, ver-

bindet die Enden mit der Messbrücke und misst den Widerstand der beiden Stränge in Reihe geschaltet; dieser muss mit dem aus Länge und Querschnitt berechneten übereinstimmen. Man hat alsdann für jede Hilfsleitung den vierten Teil des so gefundenen Wertes von dem gemessenen Widerstand abzuziehen, um den Widerstand der Blitzableitung allein zu erhalten.

229. Blitzableiterprüfungsapparate.

Von den zahlreichen für Blitzableiteruntersuchungen konstruierten Telephonbrücken seien hier nur folgende erwähnt:

1. Die Telephonmessbrücke von SIEMENS & HALSKE, von der Fig. 318 eine Ansicht, Fig. 319 das Schaltschema giebt, ist in einen mit Tragriemen versehenen Kasten eingebaut, der in seinem unteren Teile ein Trockenelement aufnimmt. Die Brücke besteht aus einem kreisförmigen Messdraht M und einem Vergleichswiderstand V von 10 Ω. Um statt des Galvanometers ein Telephon benutzen zu können, wird der Strom des Elements E durch ein

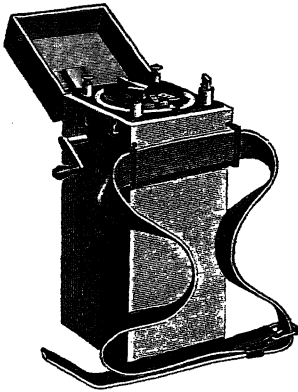



Fig. 318.

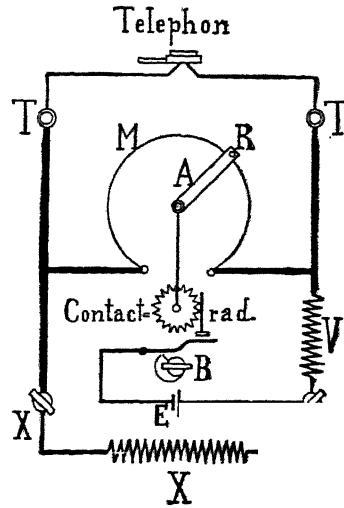



Fig. 319.

mittels der in Fig. 318 links sichtbaren Kurbel gedrehtes Kontaktrad in rascher Folge unterbrochen, wobei sich gleichzeitig der Kontaktarm A mit dreht. B ist der Stromschlüssel für das Element. Diese Brücke arbeitet also nicht mit Wechselstrom, sondern mit unterbrochenem Gleichstrom, so dass Störungen durch Polarisation bei der Messung der Erdplattenwiderstände nicht ganz ausgeschlossen sind. Beim Gebrauch stellt man den Arm A mit der Kontaktrolle R irgendwo ein und dreht dann die Kurbel rasch hin und her; man ändert die Einstellung von A so lange, bis das Geräusch im Telephon verschwindet.

Die von HARTMANN & BRAUN gebaute NIPPOLDTsche Telephonbrücke (Fig. 320) ist eine Kombination einer Drahtbrücke mit zwei Vergleichswiderständen von 1 und 10 Ω und kreisförmigem Messdraht mit einem Telephon in einer handlichen Hartgummidose. Je ein Doppelkabel dient zum Anschluss der Stromquelle und des zu messenden Widerstandes, ein einfaches Kabel zum Anschluss des Erdkontaktes bei der WIECHERTschen Methode (§ 227). Als Stromquelle dient bei der Messung der metallischen Leitung ein Trockenelement; dabei wird durch Drehen des Kupferstreifens h die Verbindung g_1 g_2 unterbrochen und dadurch das Telephon ausgeschaltet, und zwischen g und g_1 kommt ein einfaches Taschengalvanometer. Als Strom-

quelle bei der Messung der Erdausbreitungswiderstände dient ein kleiner Extrastromapparat mit rasch schwingendem Unterbrecher; es werden also ebenfalls keine eigentlichen Wechselströme verwendet. Sämtliche Apparate nebst Batterie können in einem bequemen Transportkasten untergebracht werden.

Fig. 320.

Fig. 321.

Fig. 322.

Die Telephonbrücke von Weinhold endlich (ETZ 1888, S. 386), von der Fig. 321 eine Ansicht, Fig. 322 das Schaltschema giebt, besteht aus einem Induktor J mit Stimmgabelunterbrecher S_1 U_1 und Kondensator C als Stromquelle, einem zickzackförmig zwischen 60 Kontaktknöpfen ausgespannten Messdraht R_2 und einem Vergleichswiderstand von 10 Ω, R_1. Der zu

messende Widerstand kommt zwischen die Klemmen O_1 und O_2 (in Fig. 321 links unten), das Telephon an T_1 und T_2 (in Fig. 319 rechts unten). Durch die Bewegung des Zeigers Z wird also der Messdraht sprungweise geschaltet, was sich bei nicht ganz ruhiger Umgebung als zweckmässiger zum Einstellen des Tonminimums erwiesen hat, als die kontinuierliche Änderung. Die den Induktor betreibende Batterie (zwei Trockenelemente oder ein kleiner Akkumulator) wird an B_1, B_2 gelegt (in Fig. 321 rechts oben). — Bei der Messung der metallischen Leitung mit Wechselstrom von so hoher Periodenzahl, wie sie der Stimmgabelunterbrecher liefert, ist es wegen der verhältnismässig hohen Kapazität dieser Leitung meist nicht möglich, ein Tonminimum aufzufinden; deshalb ist die Einrichtung getroffen, hierbei die Brücke mit Gleichstrom zu speisen, der bei den Klemmen G_1 und G_2 zugeführt wird (in Fig. 321 links oben). Um aber dann das Telephon gebrauchen zu können, ist am unteren Ende des Eisendrahtbündels des Induktors ein zweiter Stimmgabelunterbrecher S_2 U_2 angebracht, der mit dem oberen synchron schwingt und durch diesen in Mitschwingungen versetzt wird; dieser ist in den Stromkreis des Telephons eingeschaltet, so dass also in diesem, wenn in der Brücke noch kein Gleichgewicht besteht, unterbrochener Gleichstrom fliesst. Durch einen Umschalter, dessen Wirbel in Fig. 321 ebenfalls links oben zu sehen ist, werden in diesem Falle die gestrichelten Verbindungen $a\,G_1$, $b\,G_2$ und $c\,T_3$ (Fig. 322) hergestellt, während bei den Messungen der Ausbreitungswiderstände die punktierten Verbindungen *ad*, *be* und *cf* zu verwenden sind.

230. Beispiel. Beispiel für die Messung der Ausbreitungswiderstände einer Blitzableiteranlage:

Für drei unabhängige Erdplatten mit den Widerständen x_1, x_2 und x_3 ergab sich mit dem WEINHOLD schen Apparat:

$$x_1 + x_2 = 15{\cdot}0\ \Omega;\ x_2 + x_3 = 23{\cdot}3\ \Omega;\ x_3 + x_1 = 25{\cdot}3\ \Omega.$$

Aus diesen Gleichungen folgt:

$$x_1 = 8{\cdot}5\ \Omega;\ x_2 = 6{\cdot}65\ \Omega;\ x_3 = 16{\cdot}8\ \Omega.$$

Die Messung mit der Wasserleitung als Hilfserde ergab:

$$x_1 = 8{\cdot}75\ \Omega;\ x_2 = 7{\cdot}14\ \Omega;\ x_3 = 17{\cdot}3\ \Omega.$$

Die WIECHERT sche Methode ergab für x_1 und x_2:

$$\begin{array}{l} x_2 + x_1 \ :\ 10 = 600 : 400 \\ x_2 \ :\ x_1 + 10 = 245 : 755 \\ \hline \qquad\qquad 10 = 245 : 355 : 400. \end{array}$$

Hieraus folgt:

$$x_1 = 10\ \frac{355}{400} = 8{\cdot}875\ \Omega;\ x_2 \quad 10\ \frac{245}{400} = 6{\cdot}125\ \Omega.$$

Die Übereinstimmung ist also eine befriedigende zu nennen.

47. Isolationsmessungen und Fehlerortsbestimmungen.

231. Aufgabe der Isolationsmessungen. An allen Stellen, wo elektrische Leitungen nicht frei durch die Luft hindurchgehen, sondern unter Zwischenschaltung passender Isoliermittel befestigt sind, tritt infolge der mehr oder weniger mangelhaften Isolierfähig-

keit des Isolators ein Isolationsfehler auf, welcher ein Abfliessen von Elektrizität nach bezw. Zuströmen von der Erde zur Folge hat, wenn die Leitung auf einem höheren oder niederen Potential, als dasjenige der Erde, sich befindet. Die Summe aller dieser Ströme bezeichnen wir als Isolationsstrom der Leitung. Unsere Aufgabe ist es nun zunächst, diesen Isolationsstrom auf irgend eine Weise zu messen; alsdann lässt sich, wenn die Spannungsunterschiede zwischen den einzelnen Teilen der Leitung und der Erde bekannt sind, nach dem OHMschen Gesetz der Isolationswiderstand der Anlage berechnen. Findet sich hierbei der Isolationswiderstand niedriger, als nach der Zahl der möglichen Fehlerorte d. h. nach der Ausdehnung der Anlage zu erwarten wäre, so ist das ein Zeichen, dass an einer oder an mehreren Stellen gröbere Isolationsfehler vorhanden sind; es ist dann eine weitere Aufgabe, den Ort dieser Isolationsfehler zu ermitteln.

a) Messungen an Leitungen ausser Betrieb.

232. Mess-methoden.

Am einfachsten ist die Ermittelung der Isolation einer Anlage, wenn sie ausser Betrieb ist, vorausgesetzt, dass dieselbe alsdann nicht, wie etwa eine Akkumulatorenbatterie, selbst der Sitz elektromotorischer Kräfte ist. Man verbindet alsdann einfach die zu untersuchende Leitung unter Zwischenschaltung eines geeigneten Galvanometers mit dem einen Pol einer Stromquelle, deren anderen Pol man zur Erde ableitet. Unter Erde verstehen wir hier im allgemeinen Sinne jeden Leiterkomplex, gegen den die betreffende Leitung isoliert sein soll, also bei Dynamomaschinen das Maschinengestell, bei Hausinstallationen die etwa vorhandenen Gas- und Wasserleitungen, umfangreichere Eisenkonstruktionen, oder auch diejenige Leitung, welche für die zu prüfende als Rückleitung dient. In letzterem Falle sind natürlich alle während des Betriebs zwischen beide Leitungen eingeschalteten Stromverbrauchsapparate auszuschalten.

Die Isolationsmessung an ausser Betrieb stehenden Anlagen erfolgt immer nach der Methode des direkten Ausschlags (§§ 125 und 187). Als Stromquelle dienen entweder Batterien von kleinen Trockenelementen oder Akkumulatoren (§ 110), oder Magnetinduktionsapparate mit Kommutator für gleichgerichtete Ströme, als Galvanometer meist Zeigergalvanometer mit beweglicher Spule (§ 82), bei Messungen an Kabeln wohl auch Spiegelgalvanometer. Die Methoden der Messung entsprechen genau denjenigen für die Messung der Isolationswiderstände von Isoliermaterialien (§ 187). Wichtig ist, dass bei der Messung eine der normalen Betriebsspannung möglichst gleichkommende Spannung benutzt wird, und dass die Messbatterie im ganzen gut isoliert ist. Da die Isolation durch Oxydation der Leitungen an den Fehlerstellen besser erscheinen könnte, als sie ist, soll man immer den positiven Pol der Messbatterie an Erde legen, den negativen an die zu prüfende Leitung, damit an den Fehlerstellen die Leitung Kathode ist, also durch die Wirkung des Isolationsstroms desoxydiert wird. Ferner muss man einige Zeit, mindestens eine Minute, warten, ehe man die Stromstärke abliest, da der Isolationsstrom immer erst nach Verlauf einer gewissen Zeit konstant wird. Besitzt die zu messende Leitung eine grössere Kapazität, wie z. B. Teile eines Kabelnetzes, so muss man beim Anlegen an die Leitung das Galvanometer selbst kurz schliessen, damit es nicht durch den Lade-

strom beschädigt werden kann. Die Schaltung ist schematisch in Fig. 323 dargestellt.

Man kann nun entweder anfangs das Galvanometer G an die Batteriepole legen und hat alsdann

$$J G = E,$$

während bei Schaltung nach Fig. 323

$$i (G + X) = E$$

ist. Aus beiden Gleichungen aber folgt:

$$X = G \frac{J - i}{i} = G \frac{S - s}{s},$$

wenn S und s die den Stromstärken proportionalen Skalenausschläge sind. In X ist alsdann noch der innere Widerstand der Messbatterie mit enthalten, der so klein sein muss, dass er gegen X vernachlässigt werden kann.

Man kann auch zwei Messungen mit verschiedenem Galvanometerwiderstand ausführen, wobei man die Gleichungen:

$$i\, G + i\, X$$

und

$$i' G' + i' X = E$$

erhält, aus denen

$$X = i' G' - i G \qquad \frac{s' G' - s G}{s - s'}$$

sich ergiebt.

Fig. 323.

Endlich kann man drittens zwischen die zu messende Leitung und die Erde, also p a r a l l e l zu X, den bekannten Widerstand R schalten, wodurch sich die beiden Gleichungen ergeben:

$$i (G + X) = E$$

und

$$J \left(G + \frac{X R}{X + R} \right) = E.$$

Aus beiden ergiebt sich die quadratische Gleichung:

$$X^2 - X (R + G) \frac{J - i}{i} = \frac{J - i}{i} G R,$$

deren Lösung lautet:

$$X = \frac{J - i}{i} \frac{G + R}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{i}{J - i} \frac{G R}{\left(\frac{G + R}{2}\right)^2}} \right),$$

welche für $R = G$ die einfachere Form annimmt:

$$X = \frac{J - i}{i} G \left(1 + \sqrt{1 + \frac{i}{J - i}} \right);$$

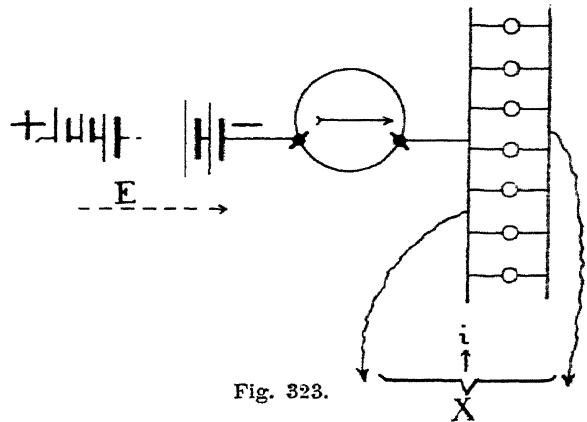
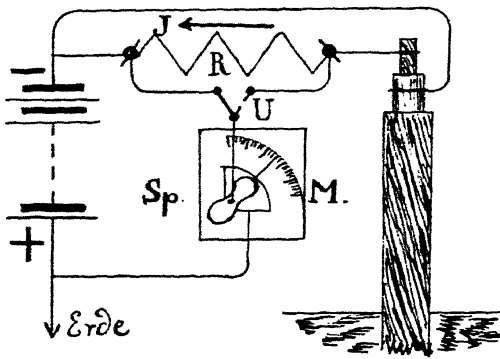



Fig. 324.

darin kann wieder

$$J - i \qquad S - s$$

gesetzt werden.

Endlich kann man auch nach SAHULKA (ETZ 1904, S. 547) einen e l e k t r o s t a t i s c h e n Spannungsmesser an Stelle des Galvanometers verwenden. Man schaltet zwischen den —-Pol der Messbatterie, deren +-Pol an Erde liegt, und die zu prüfende Anlage einen genügend hohen Widerstand R (Fig. 324). Man misst alsdann unter Verwendung des Umschalters U erst die Spannung E an den Polen der Messbatterie (ausgezogene Stellung), dann die um JR kleinere Spannung E' zwischen der Anlage und Erde (punktierte Stellung); J bedeutet den Isolationsstrom. Dann ist

$$R + X : X = E : E', \text{ also } X = R \frac{E'}{E - E'}$$

Bei Kabeln vermeidet man die Fehler durch Oberflächenleitung (§ 189), indem man durch einen Schutzdraht S den Rand der Isolierschicht mit der Kabelseele auf gleiches Potential bringt.

B e i s p i e l: Zwei im übrigen gut isolierte Leitungen mit zwischengeschalteten Glühlampenbatterien wurden mit einer dritten, als E r d e betrachteten, ebenfalls isolierten Leitung durch bekannte Widerstände verbunden, und zwar war

$$X_{+} = 9900\ \Omega,\ X_{-} = 4000\ \Omega.$$

Zu den Messungen diente ein WESTONsches Galvanometer mit dem Reduktionsfaktor 0·01 Amp. für 100 Skalenteile.

1. $G = 3000\ \Omega$. Galvan. zwischen den Polen der Messbatterie $S = 132$; $s = 68{\cdot}5$. Hieraus folgt

$$X = 3000 \cdot \frac{132 - 68{\cdot}5}{68{\cdot}5} \qquad 2780\ \Omega,$$

während in Wirklichkeit

$$X = \frac{9900 \cdot 4000}{9900 + 4000} = 2850 \text{ war.}$$

2.
$$G = 3000\ \Omega,\ s = 69{\cdot}0;$$
$$G' = 6000\ \text{„}\ \ s' = 46{\cdot}0.$$

Hieraus folgt

$$X = \frac{46 \cdot 6000 - 69 \cdot 3000}{69 - 46} \qquad 3000\ \Omega.$$

3.
$$G = 3000\ \Omega,\ s = 69{\cdot}0,$$
$$R = 3000\ \text{„}\ \text{ parallel zu } X,$$

d. h. zwischen die zu messende Anlage und Erde geschaltet, ergab $S = 89{\cdot}5$.

Hiernach ist

$$X = \frac{89{\cdot}5 - 69}{69} \cdot 3000 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{69}{89{\cdot}5 - 69}}\right) = 2750\ \Omega.$$

233. Verwendung der Stromquellen des Netzes.

Man kann bei diesen Messungen als Stromquelle auch diejenige der Anlage selbst benutzen, wobei man den positiven Pol derselben an Erde, den negativen unter Zwischenschaltung des Galvanometers an die zu prüfende Leitung legt. Bei Hausinstallationen, welche an eine Gleichstrom-Zweileitercentrale angeschlossen sind, entfernt man zunächst die Hauptsicherungen und legt dann den +-Pol an Erde und misst wieder mit dem —-Pol. Da eventuell dieser Pol einen stärkeren Erdschluss im Strassennetz besitzen könnte, muss man stets in die Erdleitung des +-Pols eine Bleisicherung einschalten. Dasselbe gilt auch, wenn man eine grössere Akkumulatorenbatterie als Stromquelle benutzt. Es kann dabei geschehen, dass die zwischengeschaltete Sicherung durchbrennt; in diesem Falle kann man zum Ziele gelangen, wenn man in die Erdableitung des positiven Pols einen grösseren Widerstand r, z. B. eine Glühlampe einschaltet. Man hat alsdann das Schema Fig. 325, worin y den Isolationswiderstand der negativen Batterieseite, z denjenigen des positiven Pols bezeichnet. Man erhält dann die Gleichung:

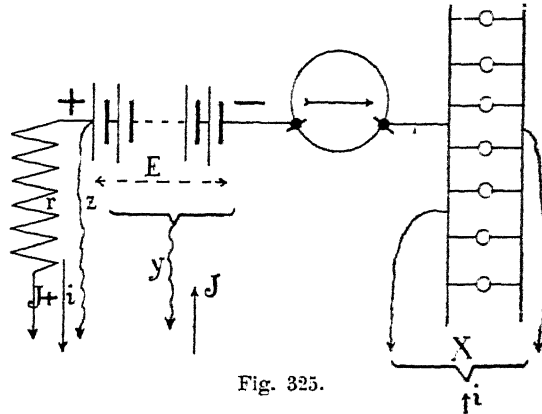



Fig. 325.

$$(J + i)\frac{rz}{r + z} + i\,G + i\,X = E.$$

Ändert man jetzt G in G', so wird ebenso:

$$(J + i')\frac{rz}{r + z} + i'\,G' + i'\,X = E,$$

also:

$$+ X + \frac{iG - i'G'}{i - i'} = 0.$$

Schaltet man nunmehr den Widerstand R parallel zu X und macht wiederum den Galvanometerwiderstand erst $= G$, dann $= G'$, so erhält man ebenso (J ist hier nicht dasselbe wie oben, sondern entspricht dem i in Fig. 325):

$$\frac{rz}{r + z} + \frac{XR}{X + R} + \frac{JG - J'G'}{J - J'} = 0.$$

Setzt man nun

$$\frac{iG - i'G'}{i - i'} = \frac{sG - s'G}{s - s'} = -a$$

und

$$\frac{JG - J'G'}{J - J'} = \frac{SG - S'G'}{S - S'} = -A,$$

so wird
$$X - \frac{XR}{X+R} = a - A$$

und
$$X = \frac{a-A}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4R}{a-A}}\right).$$

Diese umständliche Methode ist selbstverständlich nur dann anzuwenden, wenn X so klein ist, dass dagegen $\frac{rz}{r+z}$ nicht vernachlässigt werden kann. Ist letzteres der Fall, so genügen die beiden ersteren Messungen, und man kann setzen:
$$X = \frac{s'G' - sG}{-s'}$$

Bei Mehrleiteranlagen legt man immer bei derartigen Messungen den Nullleiter an Erde, was immer statthaft ist, falls nicht etwa einer der andern Leiter an Erde liegt; zur Messung benutzt man dann die negative Netzseite.

Beispiel: Der positive Pol der zur Messung benutzten Batterie hatte einen Isolationswiderstand von $z = 100\ \Omega$. Deshalb wurde $r = 1000\ \Omega$ genommen. Dann war:
$$G = 3000\ \Omega,\ s = 16{\cdot}0;\ G = 6000\ \Omega,\ s' = 10{\cdot}6.$$

Nachdem $R = 3000\ \Omega$ zwischen die zu prüfende Leitungsanlage und Erde geschaltet worden war, ergab sich:
$$G = 3000\ \Omega,\ S = 20{\cdot}9;\ G = 6000\ \Omega,\ S' = 12{\cdot}6.$$

Somit war:
$$a = \frac{10{\cdot}6 \cdot 6000 - 16 \cdot 3000}{16 - 10{\cdot}6} = 2890,\ A = \frac{12{\cdot}6 \cdot 6000 - 20{\cdot}9 \cdot 3000}{20{\cdot}9 - 12{\cdot}6} = 1554.$$

Hieraus folgt:
$$X = \frac{2890 - 1554}{}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot 3000}{2890 - 1554}}\right) = 2780\ \Omega.$$

Es würde also vollkommen genügen,
$$X = a = 2890$$
zu setzen.

234. Isolationsprüfer. Für derartige Untersuchungen haben verschiedene Firmen besondere Zusammenstellungen eines Galvanometers mit Stromquelle und Widerständen konstruiert. Diese sogenannten Isolationsprüfer sind besonders bequem, wenn sie das Resultat direkt abzulesen gestatten. Die Messung ist alsdann nach der ersten Methode auszuführen, und die Empfindlichkeit des Galvanometers so zu regulieren, dass beim Anlegen an die Messbatterie oder überhaupt durch die bei der Messung verwendete Spannung der Skalenausschlag S der ganzen Skala entspricht. Eine besondere Skala giebt dann sofort die Werte $G\frac{S-s}{s}$. So ist z. B. der Isolationsprüfer von Hartmann & Braun eingerichtet. Als Galvanometer dient ein Spulengalvanometer mit verschiedenen Widerständen G, welche verschiedenen Grössen der Messspannung (z. B. 150, 300 und 600 Volt) entsprechen. Abweichungen bis zu 30 % dieser oberen Grenzwerte lassen sich dadurch kompensieren, dass man

durch Zurückziehen eines magnetischen Nebenschlusses das Feld des Spulengalvanometers verstärkt und dessen Empfindlichkeit so entsprechend erhöht (so kann z. B. die Widerstandsskala bei obigen drei Messbereichen noch bis herab zu 105, 210 und 420 Volt brauchbar gemacht werden). — Bei dem ähnlichen Apparat von SIEMENS & HALSKE ist ein Nadelgalvanometer verwendet; die Änderung der Empfindlichkeit wird dadurch erzielt, dass der Multiplikator zwei Windungssysteme enthält, von denen man entweder nur das eine mit weniger Windungen benutzen oder, wenn dies zu kleine Ausschläge giebt, ein zweites System mit mehr Windungen zu diesem hinzuschalten kann. Dem Apparat wird eine Messbatterie von neun kleinen Trockenelementen beigegeben. Dieselbe Firma liefert für die Verwendung der Stromquelle der Anlage selbst auch solche Isolationsprüfer mit Spulengalvanometer mit magnetischem Nebenschluss, wie das oben beschriebene. — Endlich können auch die in § 131 beschriebenen direkt zeigenden Wider-

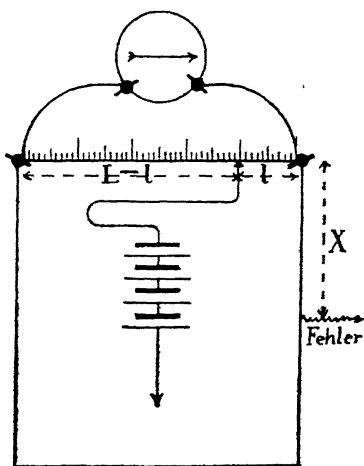
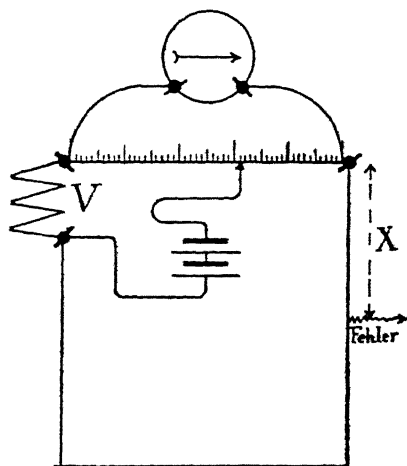



Fig. 326. Fig. 327.

standsmesser für die Prüfung der Isolation von Leitungsanlagen eingerichtet werden und werden zu diesem Zweck von der Firma HARTMANN & BRAUN für verschiedene Bereiche des zu messenden Widerstandes und für verschiedene obere Grenzen der Messspannung gebaut. —

235. Bestimmung des Ortes eines Isolationsfehlers.

Für die Messung der Isolationsfehler selbst empfiehlt sich die Verwendung der WHEATSTONEschen Brücke nicht; wohl aber kann man diese Schaltung vorteilhaft zur Bestimmung des Ortes eines Isolationsfehlers benutzen, wenn an einer Stelle einer Leitungsanlage die Isolation eine wesentliche Verschlechterung erlitten hat. Man schaltet alsdann die fehlerhafte und eine benachbarte gesunde Leitung vom übrigen Netz ab und verbindet beide am Ende zu einer Schleife, deren Anfänge am Beobachtungsort liegen. Diese Enden verbindet man entsprechend Fig. 326 mit einem Messdraht und stellt alsdann die skizzierte Brückenschaltung her. Im Falle des Verschwindens des Galvanometerstroms ergiebt sich so, wenn R den Widerstand der ganzen Schleife, X denjenigen der fehlerhaften Leitung bis zum Fehlerort bedeutet:

$$l : L - l = X : R - X.$$

Hieraus bestimmt man R mittels desselben Brückendrahtes und des Vergleichswiderstandes V (Fig. 327). Kennt man alsdann aus dem Leitungsplane die Längen und Querschnitte der die Schleife bildenden Leitungen, so kann man die Entfernung des Fehlerortes vom Beobachtungsort berechnen. — Der Isolationswiderstand des Fehlerortes ist bei dieser Methode ganz ohne Einfluss auf das Resultat; nur darf er nicht zu gross sein, weil sonst die Empfindlichkeit zu gering wird. — Ist es nicht möglich, unter Zuhilfenahme einer Nachbarleitung eine Schleife zu bilden, so lässt sich der Isolationswiderstand der Fehlerstelle aus den Messungen nicht eliminieren, und diese werden dadurch erheblich unsicherer.

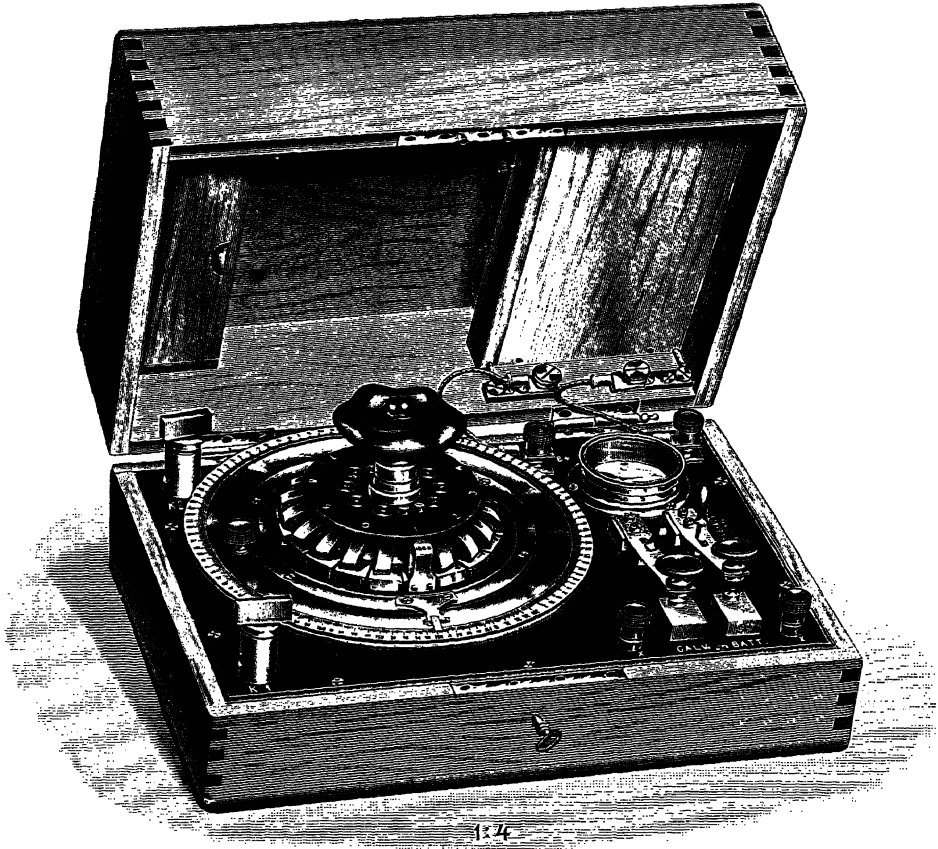



Fig. 328.

Für die Fehlerortsbestimmung nach der Schleifenmethode hat die Firma Hartmann & Braun einen besonderen Apparat konstruiert, dessen Einrichtung Fig. 328 erkennen lässt. Derselbe ist eine Kirchhoff sche Brücke mit durch Zusatzwiderstände auf das Zehnfache verlängertem Messdraht. Durch Drehen des Knopfes in der Mitte lässt sich der kreisförmig ausgespannte Messdraht an jede beliebige Stelle in der Reihe der zehn gleichen Widerstände bringen. Die Feineinstellung erfolgt alsdann durch den Schleifkontakt am ausgespannten Messdraht, wobei ersterer mittels des links sichtbaren Knopfes verschoben wird. Die Messbatterie ist im Deckel des Kastens untergebracht, das Galvanometer in den Apparat selbst mit eingebaut.

Um den Ort eines Fehlers in einer viel verzweigten Leitungsanlage zu bestimmen, kann man sich auch eines einfachen Apparates bedienen, der 1879 bereits von Aron, später von Weinhold, für diesen Zweck benutzt worden ist, und den gegenwärtig die Firma Hartmann & Braun unter der Bezeichnung „Fehlersuchspule“ in den Handel bringt. Der Apparat besteht aus einer Drahtspule von der Form eines Halbkreises mit Durchmesser oder auch eines gleichseitigen Dreiecks (Fig. 329); die Enden der Wicklung werden mit einem Telephon verbunden. Der fehlerhaften Leitung wird nun aus einem Induktor mit Stimmgabelunterbrecher Wechselstrom zugeführt, wobei man den anderen Pol des Induktors an Erde legt, und man verfolgt mit der Spule die Leitungen bis zu einer Stelle, wo der Ton verschwindet; dort liegt der Isolationsfehler. — Noch empfindlicher kann man

Fig. 329.

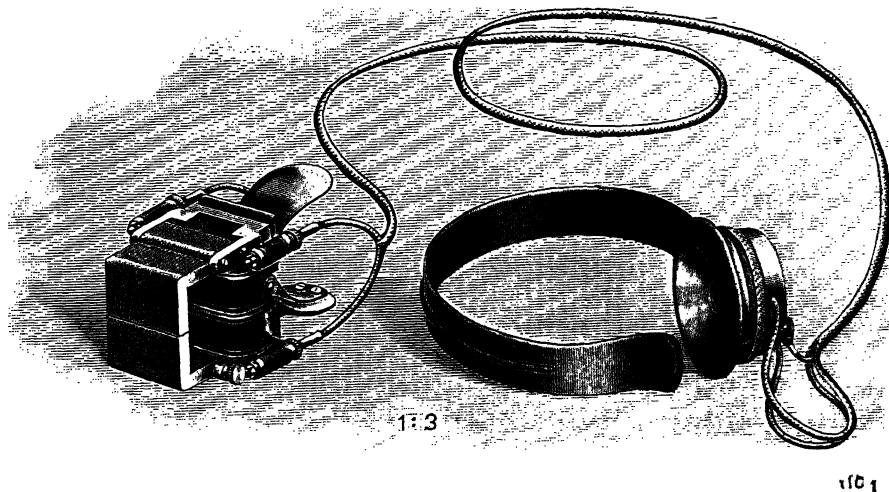
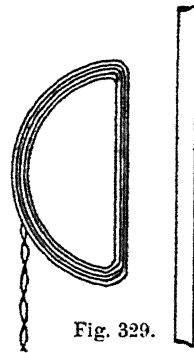



Fig. 330.

den Apparat nach Dietze (ETZ 1902, S. 843) dadurch machen, dass man die Spule auf einen Eisenkern aufsteckt, den man um die zu untersuchende Leitung herumlegt. Zu diesem Zweck ist der Eisenkern zangenartig konstruiert (Fig. 330). Auch diesen Apparat fertigt die Firma Hartmann & Braun an.

b) Messungen an Leitungen in Betrieb.

236. Beschränkende Voraussetzungen.

Von den Methoden zur Messung von Isolationswiderständen während des Betriebs sollen hier nur diejenigen erwähnt werden, welche mit transportabeln Apparaten von Zeit zu Zeit ausgeführt werden, nicht aber die Methoden, welche eine kontinuierliche Anzeige des Isolationszustandes bezwecken, wie die Methode von Kallmann (ETZ 1898, S. 683). Die hier zu behandelnden Methoden haben sämtlich zur Voraussetzung, dass nicht Teile des zu prüfenden Leiterkomplexes betriebsmässig geerdet sind, wie z. B. die Rückleitung bei Strassenbahnen oder der Mittelleiter bei manchen

Dreileiteranlagen. In letzterem Falle sind die Isolationsfehler einfach den Nutzwiderständen parallel geschaltet und daher von diesen nur zu trennen, wenn sie ganz ausgeschaltet sind, d. h. wenn die Anlage ausser Betrieb ist. Die Messmethoden sollen zuerst in ihrer Anwendung auf Zweileiteranlagen entwickelt werden, alsdann ihre Anwendung auf Mehrleiteranlagen besprochen werden.

237. Methode von Frisch.

Die erste dieser Messmethoden rührt von Frisch her (Zeitschr. f. Elektrotechn. 1899, S. 218). Ein geeignetes Galvanometer von hohem Widerstand G wird, entsprechend Fig. 331, erst zwischen die $+$-Leitung und Erde, dann zwischen die $-$-Leitung und Erde, endlich zwischen die $+$- und die $-$-Leitung geschaltet. Die beobachteten Stromstärken seien i_+, i_- und i, die entsprechenden Ausschläge s_+, s_- und s. Dann ist bei der ersten Messung G parallel zu X_+ geschaltet, der von der $+$-Leitung nach der Erde abfliessende Gesamtstrom J_+ also durch die Gleichung bestimmt:

Fig. 331.

$$J_+ - i_+ : i_+ = G : X_+,$$

oder:

$$J_+ = i_+ \frac{G + X_+}{X_+}$$

Ebenso ist bei der zweiten Messung G parallel zu X_-, und es gilt für den gesamten Strom, der von der Erde nach der $-$-Leitung fliesst:

$$J_- = i_- \frac{G + X_-}{X_-}$$

J_+ aber muss durch X_-, J_- durch X_+ von der Erde zur anderen Leitung, bezw. umgekehrt, zurückfliessen; es folgen also aus dem ersten Kirchhoffschen Satz (§ 28) die beiden Gleichungen:

$$i_+ G + J_+ X_- = E$$

und

$$i_- G + J_- X_+ = E.$$

Setzt man hierin für J_+ und J_- obige Werte ein und eliminiert E, so erhält man:

$$i_+ \left(G + \frac{G + X_+}{X_+} X_-\right) = i_- \left(G + \frac{G + X_-}{X_-} X_+\right),$$

woraus folgt:

$$X_+ : X_- = i_+ : i_-,$$

d. h. die Stromstärken und damit die ihnen proportionalen Skalenausschläge verhalten sich direkt wie die entsprechenden Isolationswiderstände der beiden Leitungen. Setzt man nun den Wert dieses Verhältnisses in die beiden Gleichungen

$$i_+ \left(G + (G + X_+) \frac{X_-}{X_+}\right) = E$$

und

$$i_- \left(G + (G + X_-) \frac{X_+}{X_-}\right) = E$$

ein, so erhält man aus denselben:

$$X_+ = \frac{E - G\,(i_+ + i_-)}{i_-}$$

und

$$X_- = \frac{E - G\,(i_+ + i_-)}{i_+}.$$

Hierin ist aber

$$E = i\,G \text{ und } i = c\,s,\; i_+ = c\,s_+,\; i_- = c\,s_-.$$

Es wird also schliesslich:

$$X_+ = G\,\frac{s - (s_+ + s_-)}{s_-}$$

und

$$X_- = G\,\frac{s - (s_+ + s_-)}{s_+}.$$

Die Gesamtisolation X bestimmt sich aus

$$\frac{1}{X} = \frac{1}{X_+} + \frac{1}{X_-},$$

woraus sich ergiebt:

$$X = G\,\frac{s - (s_+ + s_-)}{s_+ + s_-}.$$

Wenn, wie bei elektrischen Bahnen mit Schienenrückleitung, der eine Pol betriebsmässig an Erde liegt, kann man nach Pillier (vgl. ETZ 1904, S. 481; vgl. auch Mörke, ebenda, S. 6, und Guttsmann, S. 82) den Isolationswiderstand der einzelnen Isolatoren des Fahrdrahtes bezw. der Kontaktschiene mittels der Methode von Frisch während des Betriebs jederzeit bestimmen, sobald, wie das hier stets der Fall ist, die Isolation eine zweistufige ist. Es hängt nämlich bei der oberirdischen Zuführung der Fahrdraht mittels Gummiisolatoren an quer gespannten Stahldrähten, und diese sind wieder durch Isolatoren von den Aufhängehaken isoliert; bei der Zuführung durch Kontaktschiene, wie meist bei Vollbahnen, ist diese vom Schienenfuss und dieser wieder gegen Erde isoliert. Schaltet man dann ein Galvanometer mit möglichst hohem Widerstand G

1. zwischen Fahrdraht (bezw. Kontaktschiene) und Fahrschiene (d. h. Erde),
2. zwischen Fahrdraht (bezw. Kontaktschiene) und Aufhängedraht (bezw. Schienenfuss), endlich
3. zwischen Aufhängedraht (bezw. Schienenfuss) und Fahrschiene,

und bezeichnet man die drei Ausschläge des Galvanometers mit S, s_1 und s_2, ist ferner X_1 der Isolationswiderstand zwischen Fahrdraht (Kontaktschiene) und Aufhängedraht (Schienenfuss), X_2 derjenige zwischen Fahrdraht (Schienenfuss) und Fahrschiene, und sind die Galvanometerausschläge den Stromstärken proportional, so erhält man die beiden Gleichungen:

$$S\,G = s_1\,G + s_1\,\frac{G + X_1}{X_1}\,X_2$$

und

$$S\,G = s_2\,G + s_2\,\frac{G + X_2}{X_2}\,X_1,$$

aus denen ebenfalls folgt:

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{X_1}{X_2}.$$

Mit Hilfe dieser Beziehung aber findet man, genau wie oben bei der Zweileiteranlage ohne geerdete Teile:

$$X_1 = G \frac{S - (s_1 + s_2)}{s_1}$$

und

$$X_2 = G \frac{S - (s_1 + s_2)}{\ }.$$

Bei grossen Anlagen werden X_+ und X_- gegen G klein, infolgedessen wird die Summe $s_+ + s_-$ sehr nahe $= s$ und infolgedessen durch Beobachtungsfehler die Genauigkeit sehr verringert. Dann verwendet man nach Kallmann (ETZ 1893, S. 545) anstatt eines Spannungsgalvanometers besser einen Strommesser A (Fig. 332), den man unter Vorschaltung eines geeigneten Widerstandes r erst zwischen die +- und —-Leitung, dann zwischen +-Leitung und Erde, endlich zwischen —-Leitung und Erde

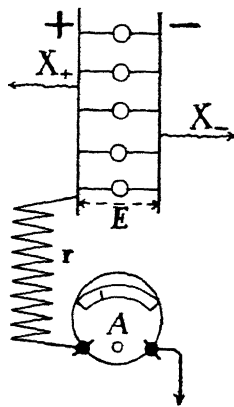
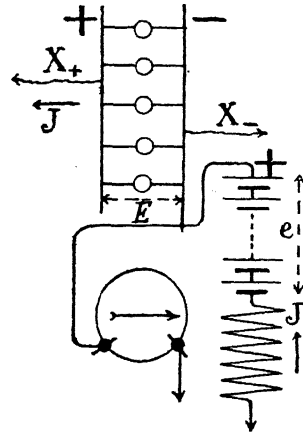



Fig. 332. Fig. 333.

schaltet. Sind J, J_+ und J_- die drei gemessenen Stromstärken, so erhält man, genau wie vorhin

$$X_+ = r \frac{J - (J_+ + J_-)}{J_-},$$

$$X_- = r \frac{J - (J_+ + J_-)}{J_+}$$

und

$$X = r \frac{J - (J_+ + J_-)}{J_+ + J_-}.$$

Hierbei kann man durch passende Wahl von r immer eine genügende Genauigkeit erreichen.

238. Kompensationsmethode von Bruger. Bei der Methode von Frisch kann man auch sagen, es wird erst die Spannung des einen, dann die des anderen Leiters gegen Erde, endlich diejenige der beiden Leiter gegeneinander gemessen. Man kann daher nach Bruger (ETZ 1902, S. 901) zu diesen Messungen statt des Spannungsgalvanometers auch eine Art Kompensationsmethode anwenden, indem man durch eine Hilfsbatterie nebst Vorschaltwiderstand r (Fig. 333) erst die Spannung des einen, dann die des anderen Leiters $= 0$ macht; man er-

kennt letzteres daran, dass ein zwischen diese Leitung und Erde geschaltetes Galvanometer G stromlos wird. Ist alsdann J der Isolationsstrom der +-Leitung, so muss, da durch X_- kein Strom fliessen kann, weil die —-Leitung gegen Erde keinen Spannungsunterschied besitzt, da ferner auch durch G kein Strom fliesst, der gesamte Strom J durch r und e zur Stromquelle zurückfliessen, und man hat die beiden Gleichungen:

$$J X_+ = E \text{ und } J r = e,$$

woraus folgt:

$$X_+ = r \cdot \frac{E}{e}.$$

Ebenso findet man X_-.

Für Isolationsmessungen nach diesem Verfahren liefert die Firma Hartmann & Braun einen besonderen Apparat, welcher aus einem Kurbelrheo-

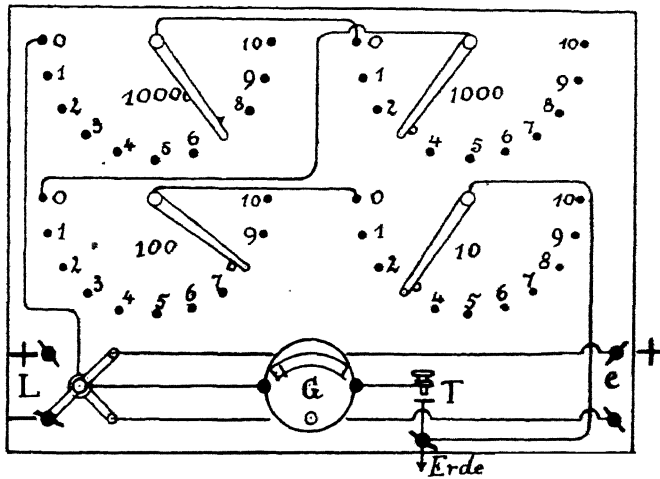



Fig. 334.

staten von insgesamt 111100 Ω, einem empfindlichen Spulengalvanometer mit Taster und einem Umschalter besteht; die Anordnung und Schaltung ist schematisch in Fig. 334 dargestellt. Der Schalthebel des Umschalters besteht aus zwei gegeneinander isolierten Armen; an den kurzen Arm ist das eine Ende des Rheostaten r, an den langen Querarm die eine Klemme des Galvanometers angeschlossen; das andere Ende von r ist direkt, dasjenige von G unter Zwischenschaltung des Tasters T mit der Erdklemme verbunden. An die Klemme links werden die beiden Leiter, rechts die Hilfsbatterie e angeschlossen. Letztere besteht aus kleinen Akkumulatoren und erhält eine ungefähr dem zehnten Teil der Netzspannung entsprechende Spannung.

Fig. 335.

239. Nebenschlussmethode von Frölich

Eine weitere Methode ist von Frölich (ETZ 1893, S. 49) angegeben worden; dieselbe hat den Vorteil, nur zwei Messungen zu erfordern, wenn es sich nur um die Bestimmung der gesamten

Isolation
$$X = \frac{X_+ X_-}{X_+ + X_-}$$

handelt, indem die Messung der Betriebsspannung wegfällt. Man schaltet ein Spannungsgalvanometer G (Fig. 335) erst allein, dann mit einem Nebenschluss r zwischen eine der beiden Leitungen, z. B. die negative, und die Erde. Die Stromstärken im Galvanometer seien i_- und i_-'. Dann hat man die Gleichungen:
$$J_- X_+ + i_- G = E$$
und
$$J_-' X_+ + i_-' G = E,$$
wobei:
$$J_- = i_- \frac{G + X_-}{X_-}$$
und
$$J_-' = i_-' \frac{G + \frac{r X_-}{r + X_-}}{\frac{r X_-}{r + X_-}} = i_-' \frac{G (r + X_-) + r X_-}{r X_-}$$
ist. Aus den beiden ersten Gleichungen erhält man somit:
$$i_- (X_+ (G + X_-) + G X_-) = i_-' \frac{G X_+ (r + X_-) + r X_- X_+ + G r X_-}{r}$$
Dividiert man beide Seiten mit $G X_+ X_-$ und setzt
$$\frac{1}{X_+} + \frac{1}{X_-} = \frac{1}{X},$$
so ergiebt sich hieraus:
$$\frac{1}{X} + \frac{1}{G} = \frac{i_-'}{i_-} \left(\frac{1}{X} + \frac{1}{G} + \frac{1}{r}\right),$$
somit:
$$\frac{1}{X} \qquad \frac{1}{r} \frac{i_-'}{i_- - i_-'} \qquad \frac{1}{G}.$$
Hierin kann man noch
$$\frac{i_-'}{i_- - i_-'} \qquad \frac{s_-'}{s_- - s_-'}$$
setzen, d. h. anstatt der Stromstärken die ihnen proportionalen Skalenausschläge einführen. Will man nach der FRÖLICHschen Methode X_+ und X_- getrennt haben, so muss man ebenfalls noch eine dritte Messung hinzufügen, indem man die $+$-Leitung durch G an Erde legt. Ist dann der Galvanometerausschlag s_+, so ist nach § 237
$$X_+ : X_- = s_+ : s_-,$$
also eine zweite Gleichung für die beiden Unbekannten gegeben.

Man kann bei dieser Methode entweder $r = G$ machen, wodurch man erhält:
$$X = G \frac{s_- - s_-'}{2 s_-' - s_-}.$$
Oder man kann r so regulieren, dass
$$s' = \frac{s_-}{2}$$

ist; dann erhält man:

$$X = G \, \frac{\quad}{G - r}$$

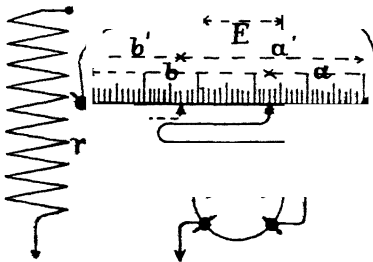
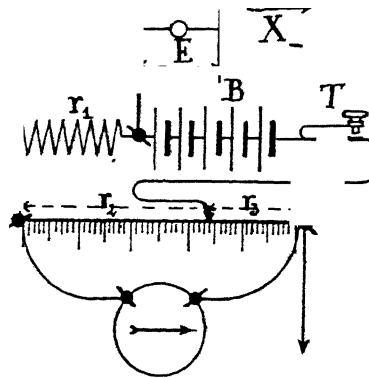
Da die Ausschläge s den betreffenden Spannungsunterschieden proportional sind, kann man nach SAHULKA (ETZ 1904, S. 547) bei der FRÖLICHschen Methode das Galvanometer zweckmässig durch ein Elektrometer ersetzen. Dann ist $G = \infty$, und es wird einfacher:

$$X = r \, \frac{s_- - s_-'}{s_-'} \text{ und } X_+ : X_- = s_+ : s_-,$$

also:

$$X_+ = X \, \frac{s_+ + s_-}{s_-} \text{ und } X_- = X \, \frac{s_+ + s_-}{s_+}$$

Fig. 336. Fig. 337.

240. Brückenschaltungen.

Eine Nullmethode unter Verwendung der KIRCHHOFFschen Brücke hat ferner EISLER angegeben (Elektrot. Neuigk. Anz. 1902, Februar). Man schaltet zwischen die beiden Leitungen einen Messdraht von genügend hohem Widerstand (§ 157 u. 158) und legt den Gleitkontakt unter Zwischenschaltung eines Galvanometers G an Erde (Fig. 336). Dann ist, wenn G stromlos ist,

$$X_- : X_+ = a : b = m.$$

Alsdann legt man parallel zu X_+ (oder X_-) einen bekannten Widerstand r und erhält, wenn wiederum das Galvanometer durch Verschieben des Messdrahtkontakts stromlos gemacht worden ist,

$$X_- : \frac{X_+ r}{X_+ + r} = a' : b' = n.$$

Aus beiden Gleichungen aber folgt:

$$X_+ = r \cdot \frac{n - m}{m}; \; X_- = r\,(n - m); \; X = r \cdot \frac{n - m}{m + 1}.$$

Bei der EISLERschen Methode wird die Betriebsspannung der Anlage selbst als Stromquelle für die WHEATSTONEsche Brücke benutzt. Man kann indessen nach FRÖLICH den Gesamtisolationswiderstand einer Anlage ohne Rücksicht auf die in derselben vorhandenen elektromotorischen Kräfte auch nach der in § 205 entwickelten Methode der verallgemeinerten WHEATSTONEschen Brücke bestimmen, indem man unter Zuhilfenahme einer besonderen Stromquelle B, in deren Stromkreis der Taster T eingeschaltet ist, entsprechend Fig. 337, den Gesamtisolationswiderstand

$$X = \frac{X_+ X_-}{X_+ + X_-}$$

an Stelle des Zweigs r_4 der Brücke in Fig. 276 einschaltet; r_1 ist ein passender Vergleichswiderstand, r_2 und r_3 sind die beiden Teile eines Messdrahtes. Ändert sich beim Öffnen und Schliessen des Tasters der Strom im Galvanometer nicht, so ist

$$X = r_1 \cdot \frac{r_3}{r_2}$$

Verwendet man bei diesen Messungen ein Nadelgalvanometer, so kann man die Wirkung des Stromes auf die Nadel durch einen Richtmagnet (§ 64) kompensieren. Oder man kann an Stelle des Galvanometers die primäre Spule eines Induktors einschalten, in deren Sekundärkreis man G schaltet; dann dürfen beim Schliessen und Öffnen des Batterietasters keine Zuckungen des beweglichen Systems auftreten. Wiederholt man die Schliessungen und Unterbrechungen im Batteriezweig rasch genug, oder verwendet man anstatt der Batterie einen Induktor, so kann man auch das Galvanometer bei diesen Messungen durch ein Telephon ersetzen; nur muss der Unterbrecher des Induktors, wenn nicht das Kollektorgeräusch der Dynamo stören soll, falls eine solche zur Speisung des Netzes dient, einen davon merklich verschiedenen Eigenton geben. Auch das Telephon könnte man dabei in den Sekundärkreis eines Induktors einschalten, dessen Primärkreis an die Enden des Messdrahtes gelegt wird; man hätte dann den Vorteil, dass dasselbe nicht durch den Eigenstrom der Anlage beeinflusst und durch zu grosse Spannung der Membran unempfindlich werden könnte. Bei der Anwendung des Telephons kann durch zu hohe Kapazität oder Selbstinduktion zwischen Strom und Spannung eine so grosse Phasenverschiebung hervorgerufen werden, dass das Minimum undeutlich wird. Dann muss man das Galvanometer anwenden oder, wie in § 185 auseinandergesetzt worden ist, durch Hinzufügen von Kondensatoren oder Drosselspulen ein scharfes Tonminimum zu erzielen suchen.

241. Beispiel für die beschriebenen Methoden.

Die in § 233 als Beispiel benutzten Leitungen wurden mit den Polen einer Akkumulatorenbatterie verbunden und, während wieder

$$X_+ = 9900\ \Omega,\ X_- = 4000\ \Omega \text{ und } X = 2850\ \Omega$$

war, nach den fünf beschriebenen Methoden während des Betriebs die Isolationswiderstände gemessen.

1. Methode von FRISCH:

$$G = 10000\ \Omega;\ s_+ = 55{\cdot}6;\ s_- = 22{\cdot}0;\ s = 99.$$

Daraus folgt:

$$X_+ = \frac{99 - (22 + 55{\cdot}6)}{22} 10\,000 = 9750\ \Omega,$$

$$X_- = \frac{99 - (22 + 55{\cdot}6)}{55{\cdot}6} 10\,000 = 4030\ \Omega,$$

$$X = \frac{99 - (22 + 55{\cdot}6)}{22 + 55{\cdot}6} 10\,000 = 2890\ \Omega.$$

2. Methode von Bruger:

$$E = 99\ V;\ e = 40{\cdot}5\ V;\ r_- = 1610\ \Omega;\ r_+ = 4100\ \Omega.$$

Daraus folgt:

$$X_- = \frac{99}{40{\cdot}5}\, 1610 = 3930\ \Omega;\ X_+ = \frac{99}{40{\cdot}5} \cdot 4100 = 10000\ \Omega.$$

3. Nebenschlussmethode von Frölich:

$$G = 10000\ \Omega,\ s_- = 22{\cdot}0;\ r = 10000\ \Omega,\ s_-' = 18{\cdot}1.$$

Daraus folgt:

$$X = 10\,000\ \frac{22{\cdot}0 - 18{\cdot}1}{36{\cdot}2 - 22{\cdot}0} = 2750\ \Omega.$$

4. Methode von Eisler:

$$r = 10000\ \Omega;\ a = 30000,\ b = 75000;$$
$$a' = 40000,\ b' = 50000.$$

Also

$$m = \frac{30}{75} = 0{\cdot}4;\ n = \frac{40}{50} = 0{\cdot}8;$$

$$X_+ = 10\,000 \cdot \frac{0{\cdot}8 - 0{\cdot}4}{0{\cdot}4} = 10000\ \Omega,$$

$$X_- = 10\,000\,(0{\cdot}8 - 0{\cdot}4) = 4000\ \Omega,$$

$$X = 10\,000\ \frac{0{\cdot}8 - 0{\cdot}4}{0{\cdot}4 + 1} = 2860\ \Omega.$$

5. Die Methode der verallgemeinerten Brücke mit Induktor und Telephon erwies sich als sehr unempfindlich, ergab aber deutlich, dass X zwischen 2700 und 2800 Ω liegen musste.

242. Mehrleiteranlagen ohne betriebsmässig geerdete Leiter.

Wendet man die oben für Zweileitersysteme abgeleiteten Methoden auf Mehrleitersysteme an, bei denen keine Leitung betriebsmässig geerdet ist, so kann man wegen der gegenseitigen Abhängigkeit der einzelnen Messungsresultate immer nur die Gesamtisolation X des Systems aus den letzteren berechnen. Dies gilt zunächst von der Methode von Frisch (Müllendorff, ETZ 1896, S. 661). Bezeichnen wir nämlich mit $e_1, e_2 \cdots e_{n-1}$ die Spannungsunterschiede zwischen den aufeinander folgenden Leitern eines n-Leitersystems, dessen k^{ten} Leiter wir durch das Galvanometer G an Erde legen (Fig. 338), sind ferner $J_1 \cdots J_k \cdots J_n$ die Isolationsströme, i_k der durch das Galvanometer G fliessende Strom, wobei diese Ströme positiv gerechnet werden sollen, wenn sie nach der Erde hin, negativ, wenn sie von der Erde weg gerichtet sind, so ist

$$i_k + J_1 + J_2 + \cdots + J_k + \cdots + J_n = 0$$

und:

$$J_k X_k - i_k G = 0$$
$$J_{k-1} X_{k-1} - i_k G = e_{k-1}$$
$$J_1 X_1 - i_k G = e_{k-1} + \cdots + e_1.$$

Ebenso:

$$i_k G - J_{k+1} X_{k+1} = e_k$$
$$i_k G - J_{k+2} X_{k+2} = e_k + e_{k+1}$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$i_k G - J_n X_n = e_k + e_{k+1} + \cdots + e_{n-1}.$$

Drückt man mittels dieser Gleichungen die J sämtlich durch i_k aus und setzt die gefundenen Werte in Gleichung $\Sigma J = 0$ ein, setzt man ferner

$$\sum_1^n k \frac{1}{X_k} = \frac{1}{X},$$

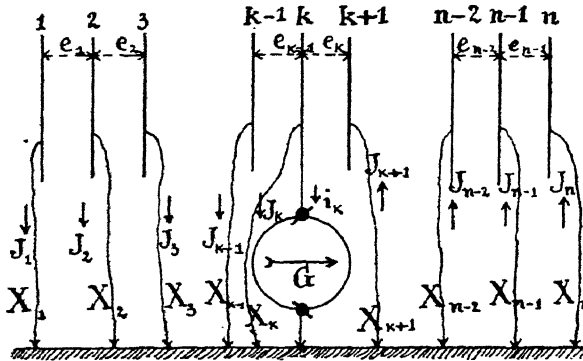



Fig. 338.

so ergiebt sich:

$$i_k\left(1 + \frac{G}{X}\right) = -\frac{e_1 + \cdots + e_{k-1}}{X_1} - \cdots - \frac{e_{k-1}}{X_{k-1}} + \frac{e_k}{X_{k+1}} + \cdots$$
$$+ \frac{e_k + \cdots + e_{n-1}}{X_n}.$$

Legt man ebenso das Galvanometer zwischen die m^{te} Leitung und Erde, so erhält man:

$$i_m\left(1 + \frac{G}{X}\right) = -\frac{e_1 + \cdots + e_{m-1}}{X_1} - \cdots - \frac{e_{m-1}}{X_{m-1}} + \frac{e_m}{X_{m+1}} +$$
$$+ \frac{e_m + \cdots + e_{n-1}}{X_n}$$

Subtrahiert man diese Gleichung von der obigen, so erhält man

$$(i_k - i_m)\left(1 + \frac{G}{X}\right) = \qquad \frac{+ \cdots + e_{m-1}}{X} = \frac{E_{k,m}}{X},$$

wenn $E_{k,m}$ den Spannungsunterschied zwischen der k^{ten} und m^{ten} Leitung bedeutet. Ist nun wieder c der Reduktionsfaktor des Galvanometers, so ist $i_k = c s_k$ und $i_m = c s_m$. Ist ferner S der Ausschlag, wenn man G zwischen

die k^{te} und m^{te} Leitung schaltet, so ist $E_{k,m} = cSG$. Man erhält also schliesslich aus drei Messungen, nämlich indem man das Spannungsgalvanometer G erst zwischen die k^{te}, dann zwischen die m^{te} Leitung und Erde, endlich zwischen diese beiden Leitungen schaltet, die gesamte Isolation:

$$X : \quad G \frac{S - (s_k - s_m)}{s_k - s_m}$$

hierin ist s immer positiv zu rechnen, wenn der Strom von der Leitung nach der Erde hin-, negativ, wenn er von der Erde herfliesst.

Wendet man ferner die BRUGERsche Kompensationsmethode (§ 238) erst auf Leitung 1, dann auf Leitung n (Fig. 338) an, so hat man das eine Mal

$$i_1 = \frac{e}{r_1} = J_2 + J_3 + \cdots + J_n,$$

wo

$$J_2 = \frac{e_1}{X_2},\ J_3 = \frac{e_1 + e_2}{X_3} \ldots,\ J_n = \frac{e_1 + \cdots + e_{n-1}}{X_n}$$

ist. Das andere Mal dagegen ist:

$$i_n = \frac{e}{r n} = J_1' + J_2' + \cdots + J_n'{}_{-1},$$

wo J_1' $\quad \frac{\cdot\, e_{n-1}}{X_1},\ J_2' = \frac{e_2 + \quad \cdot + e_{n-1}}{X_2} \qquad J_{n-1} = \frac{e_{n-1}}{X_{n-1}}$

ist. Hieraus aber folgt:

$$i_1 + i_n = e\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_n}\right) = \frac{E}{X},$$

wenn

$$E = e_1 + e_2 + \cdots + e_{n-1}$$

den Spannungsunterschied zwischen den beiden Aussenleitern bedeutet. Es ergiebt sich somit:

$$X = \frac{E}{e} \frac{r_1 r_n}{r_1 + r_n}.$$

Selbstverständlich kann man auch irgend zwei beliebige der Leitungen benutzen, z. B. die k^{te} und m^{te} Leitung. Dann wäre

$$X = \frac{E}{e} \frac{r_k r_m}{r_k + r_m},$$

worin nun aber E den Spannungsunterschied zwischen der k^{ten} und m^{ten} Leitung bedeutet.

Wendet man ferner die FRÖLICHsche Nebenschlussmethode (§ 239) auf die k^{te} Leitung an, so bleibt beim Anlegen des Nebenschlusses r die rechte Seite der Gleichung für i_k umgeändert; es wird demnach:

$$i_k\left(1 + \frac{G}{X}\right) = i_k'\left(1 + G\left[\frac{1}{X} + \frac{1}{r}\right]\right),$$

woraus

$$\frac{1}{X} : \quad r \quad i_k - i_k' \quad \frac{1}{G}$$

folgt, d. h. genau dieselbe Formel, wie beim Zweileitersystem.

Auch die EISLERsche Brückenmethode lässt sich zur Bestimmung der gesamten Isolation eines n-Leitersystems anwenden. Um das nach-

zuweisen, wollen wir annehmen, dass in Fig. 338 die Isolationsströme J_1 bis J_k vom Leitersystem nach der Erde hin, J_{k+1} bis J_n von der Erde nach dem Leitersystem hin fliessen und in dieser Richtung als positiv gerechnet werden, so dass also die Gleichung gilt:

$$J_1 + J_2 + \cdots + J_k = J_{k+1} + J_{k+2} + \cdots + J_n.$$

Die Brücke muss dann immer zwischen einen Leiter der ersten und einen der zweiten Gruppe geschaltet werden, weil sonst auf dem Brückendraht kein Punkt existieren würde, dessen Potential den Wert 0 besitzt. Die Brücke sei dementsprechend zwischen den i- und m-Leiter geschaltet, wobei

$$1 \leqq i \leqq k \text{ und } k + 1 \leqq m \leqq n$$

ist. Unter den gemachten Voraussetzungen gilt das folgende System von Gleichungen:

$$\begin{aligned}
&J_1 X_1 - J_2 X_2 = e_1 \\
&J_2 X_2 - J_3 X_3 = e_2 \\
&\\
&J_{i-1} X_{i-1} - J_i X_i = e_{i-1} \\
&J_i X_i - J_{i+1} X_{i+1} = e_i \\
&. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\
&J_{k-1} X_{k-1} - J_k X_k = e_{k-1} \\
&J_k X_k + J_{k+1} X_{k+1} = e_k \\
&- J_{k+1} X_{k+1} + J_{k+2} X_{k+2} = e_{k+1} \\
&. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\
&- J_{m-1} X_{m-1} + J_m X_m = e_{m-1} \\
&- J_m X_m + J_{m+1} X_{m+1} = e_m \\
&. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\
&- J_{n-2} X_{n-2} + J_{n-1} X_{n-1} = e_{n-2} \\
&- J_{n-1} X_{n-1} + J_n X_n = e_{n-1}.
\end{aligned}$$

Aus diesen Gleichungen lassen sich sämtliche J durch J_i ausdrücken und in die Summengleichung einsetzen; diese nimmt dann die folgende Form an:

$$\frac{J_i X_i + e_{i-1}}{X_{i-1}} + \cdots + \frac{J_i X_i + e_{i-1} + \cdots + e_1}{X_1}$$

$$+ \frac{J_i X_i}{X_i} + \frac{J_i X_i - e_i}{X_{i+1}} + \cdots + \frac{J_i X_i - e_i - \cdots - e_{k-1}}{X_k}$$

$$\frac{e_i + \cdots + e_k - J_i X_i}{X_{k+1}} + \cdots + e_i + \cdots e_{m-1} - J_i X_i$$

$$+ \cdots + \frac{e_i + \cdots + e_{n-1} - J_i X_i}{X_n}$$

Setzt man wieder

$$\overset{n}{\ } \quad \frac{\ }{X_k} \quad : \frac{1}{X};$$

so kann man für obige Gleichung auch schreiben:

$$\frac{J_i X_i}{X} = - \frac{e_1 + \cdots + e_{i-1}}{X_1} \qquad \frac{e_{i-1}}{X_{i-1}} + \frac{e_i}{X_{i+1}} +$$

$$+ \frac{e_i + \cdots + e_{k-1}}{X_k} + \cdots + \frac{e_i \quad e_{m-1}}{X_m} + \cdots + \frac{e_i + \quad + e_{n-1}}{X_n}$$

Schaltet man nun zwischen den m^{ten} Leiter und Erde den Widerstand r, so verwandeln sich die Stromstärken J in J', ferner geht $\frac{1}{X_m}$ über in $\frac{1}{X_m'} = \frac{1}{X_m} + \frac{1}{r}$, und demzufolge auch $\frac{1}{X}$ in $\frac{1}{X'} = \frac{1}{X} + \frac{1}{r}$. Die neue Gleichung enthält links $\frac{J'_i X_i}{X'}$, während rechts nur das Glied $\frac{e_i + \cdots + e_{m-1}}{X_m'}$ sich geändert hat. Setzt man ferner $e_i + \cdots + e_{m-1} = E_{m,i}$, so ergiebt sich durch Subtraktion:

$$\frac{J_i X_i}{X} - \frac{J'_i X_i}{X'} = E_{m,i} \left(\frac{1}{X} - \frac{1}{X'} \right),$$

oder, da $E_{m,i} = J_i' X_i + J_m' X_m'$ ist:

$$\text{I.} \quad \frac{J_i X_i - J'_i X_i}{X} \qquad J'_m X'.$$

Ebenso aber kann man auch sämtliche J der Summengleichung durch J_m ausdrücken, wodurch dieselbe die Form annimmt:

$$\frac{e_{m-1} + \cdots + e_k - J_m X_m}{X_k} + \cdots + \frac{e_{m-1} + \quad e_i - J_m X_m}{X_i}$$

$$+ \cdots + \frac{e_{m-1} + \cdots + e_1 - J_m X_m}{X_1} = \frac{J_m X_m}{X_m} + \frac{J_m X_m - e_{m-1}}{X_{m-1}}$$

$$+ \frac{J_m X_m - e_{m-1} - \quad e_{k-1}}{} + \quad + \frac{J_m X_m + e_m}{X_{m+1}}$$

$$+ \cdots + \frac{J_m X_m + e_m + \cdots + e_{n-1}}{X_n},$$

oder anders geordnet:

$$\frac{J_m X_m}{X} = \frac{e_1 + \cdots + e_{m-1}}{X_1} + \cdots + \frac{e_k + \cdots + e_{m-1}}{X_k} + \cdots + \frac{e_{m-1}}{X_{m-1}} - \frac{e_m}{X_{m+1}}$$

$$\cdots - \frac{e_m + \cdots + e_{n-1}}{X_n}.$$

Schaltet man wiederum zwischen den m^{ten} Leiter und Erde den Widerstand r, so ändert sich die rechte Seite dieser Gleichung gar nicht, d. h. es ist

$$\frac{J_m X_m}{X} - \frac{J'_m X'_m}{X'} = 0,$$

oder

$$\text{II.} \quad \frac{J_m X_m - J'_m X'_m}{} = \frac{J'_m X'_m}{}$$

Während nun beim Zweileitersystem (§ 240) die Brückenmessung ergab $J_- X_- : J_+ X_+ = a : b$ (Fig. 336), worin aber $J_+ = J_-$ war, erhalten wir jetzt durch dieselbe die beiden Gleichungen

$$J_i X_i : J_m X_m = a : b = m$$

und
$$J_i' X_i : J_m' X_m' = a' : b' = n.$$
Mittels dieser Gleichungen gehen I und II über in:
$$\frac{J_i X_i}{X} - \frac{J_i' X_i}{X} - \quad J_i' X_i$$
und
$$\frac{J_i X_i}{m X} \quad \frac{J_i' X_i}{n X} \quad J_i' X_i$$
Lässt man den gemeinsamen Faktor X_i in beiden Gleichungen weg, dividiert die erste mit m und zieht sie dann von der zweiten ab, so erhält man:
$$\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right) \frac{1}{X} = \frac{1}{n r} \left(1 + \frac{1}{m}\right),$$
oder
$$X = \frac{(n - m) r}{m + 1}$$
d. h. es berechnet sich X genau in derselben Weise wie bei nur zwei Leitern.

Endlich kann auch die FRÖLICHsche Methode der verallgemeinerten WHEATSTONEschen Brücke ohne weiteres auf ein n-Leitersystem angewendet werden und liefert alsdann ebenfalls den Gesamtisolationswiderstand X des Netzes. Die Schaltung ist genau diejenige von Fig. 337 in § 240, und auch in Bezug auf die Beobachtungsmethoden gilt das dort Gesagte.

243. Beispiel für eine Dreileiteranlage.

Die in § 301 als Beispiel benutzte Anlage wurde durch Hinzufügen eines ebenfalls gut isolierten Nullleiters in eine Dreileiteranlage verwandelt; zur Speisung diente wiederum eine Akkumulatorenbatterie. Ausser den Isolationsfehlern $X_+ = 9900\ \Omega$ und $X_- = 4000\ \Omega$ wurde noch der Isolationsfehler $X_0 = 1000\ \Omega$ angebracht, so dass für die Anlage $X = 740$ sich ergiebt.

1. Methode von FRISCH:
$$G = 10000\ \Omega;\ s_1 = 51,\ s_3 = -42,\ S = 100{\cdot}7.$$
Somit ist
$$X = 10000\ \frac{100{\cdot}7 - (51 + 42)}{51 + 42} = 828\ \Omega.$$

2. Methode von BRUGER:
$$E = 99{\cdot}7\ V;\ e = 40{\cdot}6\ V;\ r_1 = 522\ \Omega,\ r_3 = 630\ \Omega.$$
Hiernach ist:
$$X = \frac{99{\cdot}7}{40{\cdot}7} \cdot \frac{522 \cdot 630}{522 + 630} = 696\ \Omega.$$

3. Nebenschlussmethode:

Es wurde wieder $r = 10000\ \Omega = G$ gemacht und gefunden:
$$s_3 = 42,\ s_3' = 39{\cdot}3,$$
woraus
$$X = 10000\ \frac{42 - 39{\cdot}3}{39{\cdot}3} = 688\ \Omega$$
folgt. Ebenso war
$$s_1 = 51,\ s_1' = 47{\cdot}8;$$
hieraus folgt
$$X = 10000\ \frac{51 - 47{\cdot}8}{47{\cdot}8} = 670\ \Omega.$$

4. Methode von EISLER:

$$a = 50000,\ b = 60000, \text{ also } m = 0{\cdot}833.$$

Für $r = 9900\ \Omega$ war ferner:

$$a' = 50000,\ b' = 51500, \text{ also } n = 0{\cdot}971.$$

Daraus aber folgt:

$$X = 9900 \cdot \frac{0{\cdot}971 - 0{\cdot}833}{1{\cdot}833} = 746\ \Omega.$$

Die EISLERsche Methode scheint hiernach die zuverlässigsten Werte zu geben. Die Methode der verallgemeinerten Brücke wurde ihrer Unempfindlichkeit wegen nicht angewandt.

244. Trennung der Isolationsfehler bei Mehrleiteranlagen.

Alle die in den vorstehenden Paragraphen besprochenen Methoden liefern nur bei Zweileiteranlagen eine genügende Anzahl von Gleichungen, um die Isolationswiderstände der beiden Leiter einzeln zu berechnen; bei den Mehrleiteranlagen kann man aus diesen Messungen immer nur den Gesamtisolationswiderstand aller Leitungen finden. Es ist indessen sehr wichtig, wenn dieser sich als niedrig ergiebt, wenn also das Vorhandensein eines gröberen Isolationsfehlers erwiesen ist, diejenige Leitung ausfindig zu machen, in welcher dieser Fehler liegt. Da man derartige Messungen an den Sammelschienen der Schalttafel der Centrale auszuführen pflegt, kann man diese Isolationsfehler auch kurz als Schienenfehler bezeichnen. Da nur Drei- und Fünfleitersysteme praktisch verwendet werden, von denen aber das letztere nur eine ganz beschränkte Anwendung gefunden hat, sollen die weiteren Betrachtungen nur auf das Dreileitersystem ausgedehnt, bezüglich des Fünfleitersystems aber auf das oben (§ 205) citierte Werk von FRÖLICH verwiesen werden (siehe daselbst S. 156ff. und S. 220ff., vgl. auch SKUTSCH, ETZ 1897, S. 142).

Zunächst lässt sich zeigen, dass aus den drei Messungen, welche man bei der Methode von FRISCH erhält, wenn man sie auf eine Dreileiteranlage anwendet, wenigstens die unteren und oberen Grenzen für die Isolationsfehler der drei Leitungen ermittelt werden können. Unter den in § 242 gemachten Voraussetzungen über die Vorzeichen der Ströme gehen die daselbst aufgestellten Gleichungen in die folgenden über (s. Fig. 338):

$$i_1\left(1 + \frac{G}{X}\right) = \frac{e_1}{X_2} + \frac{e_1 + e_2}{X_3},$$

$$i_2\left(1 + \frac{G}{X}\right) = -\frac{e_1}{X_1} + \frac{e_2}{X_3},$$

$$i_3\left(1 + \frac{G}{X}\right) = -\frac{e_1 + e_2}{X_1} - \frac{e_2}{X_2}.$$

Setzt man hierin $i_1 = cs_1$, $i_2 = cs_2$ und $i_3 = cs_3$, ferner $e_1 = cGS_1$ und $e_2 = cGS_2$, so gehen die Gleichungen über in:

$$s_1\left(1 + \frac{G}{X}\right) = G\left(\frac{S_1}{X_2} + \frac{S_1 + S_2}{X_3}\right),$$

$$s_2\left(1 + \frac{G}{X}\right) = G\left(-\frac{S_1}{X_1} + \frac{S_2}{X_3}\right),$$

$$s_3\left(1 + \frac{G}{X}\right) = G\left(-\frac{S_1 + S_2}{X_1} - \frac{S_2}{X_2}\right).$$

Indem man die zweite von der ersten und die dritte von der zweiten subtrahiert und die beiden so erhaltenen Gleichungen durcheinander dividiert, erhält man:

$$\frac{s_1 - s_2}{s_2 - s_3} = \frac{S_1}{S_2},$$

d. h. die drei Gleichungen sind nicht voneinander unabhängig, gestatten also nicht die Bestimmung von X_1, X_2 und X_3 einzeln. Dagegen erhält man aus denselben:

$$X = G\,\frac{(S_1 + S_2) - (s_1 - s_3)}{s_1 - s_3}.$$

Hiernach ist

$$1 + \frac{G}{X} = \frac{S_1 + S_2}{S_1 + S_2 - (s_1 - s_3)}.$$

Ist also, wie beim normalen Betrieb stets, nahezu $e_1 = e_2 = e$, also auch $S_1 = S_2 = S$, so wird $S_1 + S_3 = 2\,S$, und die erste und letzte von den drei Gleichungen nehmen die Form an:

$$(1)\quad \frac{1}{X_2} + \frac{2}{X_3} = \frac{1}{G} \cdot \frac{2\,s_1}{2\,S - (s_1 - s_3)} = a$$

und

$$(2)\quad \frac{2}{X_1} + \frac{1}{X_2} = \frac{1}{G} \cdot \frac{-2\,s_3}{2\,S - (s_1 - s_3)} = b,$$

worin s_3 immer negativ, d. h. b immer positiv ist. Ist nun z. B. absolut genommen $s_1 > s_3$ gefunden worden, so ist auch $X_1 > X_3$, aber $X_1 \leqq \infty$ und $\frac{1}{X_1} \geqq 0$. Nach (2) ist sonach $\frac{1}{X_2} \leqq b$ oder $X_2 \geqq \frac{1}{b}$, aber $\leqq \infty$. Sonach ist zufolge (1) $\frac{2}{X_3} \geqq a - b$ oder $X_3 \leqq \frac{2}{a-b}$, und $\frac{2}{X_3} \leqq a$ oder $X_3 \geqq \frac{2}{a}$. Endlich folgt aus (2) $\frac{2}{X_1} \leqq b$, also $X_1 \geqq \frac{2}{b}$. Man erhält also unter der gemachten Voraussetzung, dass $s_1 > s_3$ und somit $X_1 > X_3$ ist, für die drei Isolationswiderstände die Ungleichungen:

$$\frac{2}{b} \leqq X_1 \leqq \infty,$$

$$\frac{1}{b} \leqq X_2 \leqq \infty,$$

$$\frac{2}{a} \leqq X_3 \leqq \frac{2}{a-b}.$$

Bei dem in § 243 behandelten Beispiel ergiebt sich so:

$$a = \frac{1}{10\,000} \cdot \frac{2 \cdot 51}{100{\cdot}7 - (51 + 42)} = 0{\cdot}001325,$$

$$b = \frac{1}{10\,000} \cdot \frac{2 \cdot 42}{100{\cdot}7 - (51 + 42)} = 0{\cdot}001090.$$

Somit erhält man die Ungleichungen:

$$\frac{2}{0{\cdot}001090} \leqq X_1 \leqq \infty, \text{ d. h. } 1834 \leqq X_1 \leqq \infty,$$

$$\frac{1}{0{\cdot}001090} \leqq X_2 \leqq \infty, \text{ d. h. } 917 \leqq X_2 \leqq \infty,$$

$$\frac{}{0{\cdot}001325} \leqq X_3 \leqq \frac{}{0{\cdot}000235}, \text{ d. h. } 1510 \leqq X_3 \leqq 8520,$$

während in Wirklichkeit $X_1 = 9900$, $X_2 = 1000$ und $X_3 = 4000\ \Omega$ war.

Wie EISLER gezeigt hat, kann auch aus den nach seiner Methode angestellten Messungen, bei denen die Brücke zwischen 1 und 3, und r parallel zu X_3 geschaltet sein mag, ein ähnliches System von Ungleichungen gewonnen werden. Man hat nämlich

$$\frac{J_1 X_1}{J_3 X_3} \quad m,$$

und, wenn man annimmt, dass $J_1 = J_2 + J_3$ und $e_1 = e_2 = e$ ist,

$$e = J_1 X_1 + J_2 X_2 = J_3 X_3 - J_2 X_2.$$

Setzt man hierin $J_1 X_1 = m J_3 X_3$, so erhält man:

$$J_3 X_3 (1 - m) = 2 J_2 X_2;$$

es ist also:

$$\frac{J_1}{J_3} = \frac{m X_3}{X_1} \text{ und } \frac{J_2}{J_3} = \frac{X_3 (1 - m)}{2 X_2}.$$

Setzt man dies in die Gleichung $\frac{J_1}{J_3} = \frac{J_2}{J_3} + 1$ ein, so ergiebt sich:

$$\frac{m}{X_1} = \frac{1 - m}{2 X_2} + \frac{1}{X_3}.$$

Ebenso ist nach Parallelschaltung von r zu X_3:

$$\frac{n}{X_1} = \frac{1 - n}{2 X_2} + \frac{1}{X_3} + \frac{1}{r}.$$

Eliminiert man aus diesen beiden Gleichungen der Reihe nach $\frac{1}{X_1}$ und $\frac{1}{X_3}$, so erhält man die den beiden Gleichungen (1) und (2) des vorigen Paragraphen entsprechenden Gleichungen:

$$(1) \quad \frac{1}{X_2} + \frac{2}{X_3} = \frac{2m}{r(n - m)} = a$$

und

$$(2) \quad \frac{2}{X_1} + \frac{1}{X_2} = \frac{2}{r(n - m)} = b,$$

aus denen für $m > 1$ sich dieselben Ungleichungen ergeben wie vorhin, die sich übrigens, weil

$$a = \frac{}{X} \cdot \frac{2m}{m + 1} \text{ und } b = \frac{1}{X} \cdot \frac{}{m + 1}$$

ist, auch schreiben lassen:

$$(m + 1) X \leqq X_1 \leqq \infty$$

$$\frac{m + 1}{2} X \leqq X_2 \leqq \infty$$

$$\frac{m + 1}{m} X \leqq X_3 \leqq \frac{m + 1}{m - 1} X.$$

Ist dagegen $m < 1$, so ergeben ähnliche Schlussfolgerungen das System von Ungleichungen:

$$(m+1)\,X \leqq X_1 \leqq \frac{m+1}{1-m}\,X$$

$$m+1\quad X \leqq X_2 \leqq \infty$$

$$m+1\quad X \leqq X_3 \leqq \infty.$$

Will man die Fehler der einzelnen Schienen getrennt bestimmen, so muss man nach FRÖLICH zu der nach einer der oben beschriebenen Methoden ausgeführten Messung von X noch zwei Messungen nach der Methode der verallgemeinerten WHEATSTONEschen Brücke hinzufügen, durch welche man die Verhältnisse $X_1 : X_2$ und $X_3 : X_2$ erhält. Schaltet man nämlich den Messdraht ab zunächst zwischen 1 und 2 (Fig. 339), das Telephon zwischen seine Endpunkte und den Induktor zwischen den Schleifkontakt und Erde, so ist, wenn das Telephon schweigt:

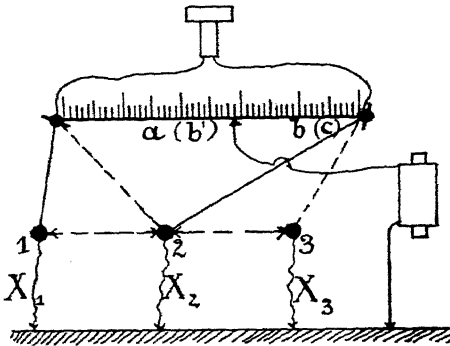



Fig. 339.

$$b : a = \frac{X_2\,(r_2 + X_3)}{r_2 + X_2 + X_3} : X_1 = v_1,$$

und ebenso, wenn die Messung zwischen 2 und 3 ausgeführt wird:

$$b' : c = \frac{X_2\,(r_1 + X_1)}{r_1 + X_1 + X_2} : X_3 = v_2,$$

wo r_1 und r_2 die zwischen 1 2 und 2 3 liegenden Widerstände der Anlage bedeuten. Nun hängt aber 1 mit 2, sowie 2 mit 3 ausser durch die eingeschalteten Nutzwiderstände (Glühlampen, Bogenlampen, Motoren) durch die Dynamomaschinen, Ausgleichsmotoren, bezw. durch die beiden Hälften der Akkumulatorenbatterie zusammen, d. h. durch gegen X_1, X_2 und X_3 normalerweise sehr kleine Widerstände. Kann man daher r_1 und r_2 gegen X_1, X_2 und X_3 vernachlässigen, so wird

$$\frac{X_2 X_3}{X_2 + X_3} = v_1 X_1 \quad \text{und} \quad \frac{X_1 X_2}{X_1 + X_2} = v_2 X_3.$$

Ausserdem ist bekannt:

$$\frac{1}{X} = \frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3},$$

somit

$$X_1 = X\left(1 + \frac{X_1}{X_2} + \frac{X_1}{X_3}\right)$$

$$X_2 = X\left(\frac{X_2}{X_1} + 1 + \frac{X_2}{X_3}\right)$$

$$X_3 = X\left(\frac{X_3}{X_1} + \frac{X_3}{X_2} + 1\right).$$

Da aber

$$\frac{X_1}{X_2} + \frac{X_1}{X_3} = \frac{1}{v_1}, \quad \frac{X_3}{X_1} + \frac{X_3}{X_2} = \frac{1}{v_2} \quad \text{und} \quad \frac{X_2}{X_1} + \frac{X_2}{X_3} = \frac{v_1 + v_2 + 2\,v_1 v_2}{1 - v_1 v_2}$$

ist, so hat man schliesslich:

$$X_1 = X\,\frac{1 + v_1}{v_1}; \quad X_3 = X\,\frac{1 + v_2}{v_2}; \quad X_2 = X\,\frac{(1 + v_1)(1 + v_2)}{1 - v_1 v_2}.$$

Diese Methode kann auch auf das Fünfleitersystem angewendet werden. Die hier bereits ziemlich verwickelten Beziehungen und die Berechnung der Unbekannten aus denselben sehe man bei Frölich a. a. O., S. 220 ff. Leider ist, was auch Frölich selbst als Übelstand erkannt hat, die Brückenmethode sehr unempfindlich und deshalb kaum zu verwenden.

Dagegen führt die von Sahulka angegebene Methode (ETZ 1904, S. 420) sowohl bei Drei- als bei Fünfleiteranlagen zu einer Trennung der Schienenfehler und ist dabei leicht und rasch durchzuführen. Wir beschränken uns hier ebenfalls auf Dreileiteranlagen. Die Methode beruht darauf, dass man durch Verminderung des Isolationswiderstandes des einen Aussenleiters es dahin bringt, dass der Mittelleiter gegen Erde keinen Potentialunterschied besitzt; diese Verminderung wird durch Parallelschalten eines passend regulierten Widerstandes r erreicht. Es sei z. B. der Strom zwischen Mittelleiter und Erde von derselben Richtung, wie der zwischen 1 und Erde (Fig. 340); dann hat man, um $\mathfrak{V}_2 = 0$ zu machen, was man mittels eines Galvanometers G erkennt, den Widerstand r zwischen Leitung 1 und Erde zu schalten und so lange zu regulieren, bis G keinen Ausschlag mehr zeigt. Dieser Wert von r sei $= r_1$. Dann ist $i_2 = 0$ und $i_1 = i_3$, folglich, da

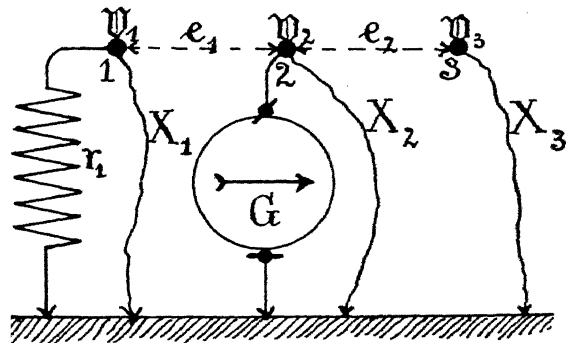



Fig. 340.

$$i_1 = e_1 \left(\frac{1}{X_1} + \frac{1}{r_1}\right) \quad \text{und} \quad i_3 = e_2\,\frac{1}{X_3}$$

ist:

$$e_1 : e_2 = \frac{1}{X_3} : \frac{1}{X_1} + \frac{1}{r_1}.$$

Man ändert hierauf e_1 in e_1', wobei gleichzeitig e_2 in e_2' übergehen mag, und bringt wiederum den Strom in G auf 0. Dies geschehe beim Werte r_1'; dann ist:

$$e_1' : e_2' = \frac{1}{X_3} : \frac{1}{X_1} + \frac{1}{r_1'}.$$

Aus beiden Gleichungen folgt durch Division:

$$e_1\,e_2' : e_1'\,e_2 = \frac{1}{X_1} + \frac{1}{r_1'} : \frac{1}{X_1} + \frac{1}{r_1}$$

und hieraus endlich:

$$\frac{1}{X_1} = \frac{\frac{e_1}{e_2}\frac{1}{r_1} - \frac{e_1'}{e_2'}\frac{1}{r_1'}}{\frac{e_1'}{e_2'} - \frac{e_1}{e_2}}$$

Ist e_2' : facher

$$\frac{1}{X_1} = \frac{\frac{e_1}{r_1} - \frac{e_1'}{r_1'}}{e_1' - e_1}.$$

Durch Einsetzen des gefundenen Wertes in die erste Gleichung findet man alsdann im allgemeinen Falle:

$$\frac{1}{X_3} = \frac{e_1}{e_2} \cdot \frac{e_1'}{e_2'} \frac{\frac{1}{r_1} \quad \frac{1}{r_1'}}{\frac{e_1'}{e_2'} - \frac{e_1}{e_2}}$$

Um endlich X_2 zu finden, bestimmt man nach einer der früher beschriebenen Methoden $\frac{1}{X}$ und hat alsdann

$$\frac{1}{X_2} \quad \frac{1}{X} \quad \frac{1}{X_1} \quad \frac{1}{X_3}$$

Will man diese Messungen ein für allemal an der Schiene 1 ausführen, so kann man stets durch Parallelschalten eines Widerstandes r die Isolation der Schiene 3 so weit erniedrigen, dass auch bei der niedrigsten von den beiden Spannungen e_1 und e_1' der Strom i_2 dieselbe Richtung hat wie i_1. Man erhält dann $\frac{1}{X_1}$ genau so wie oben und nur anstatt $\frac{1}{X_1}$ die Summe

$$\frac{1}{X_3} + \frac{1}{r}.$$

Die Spannungsänderungen brauchen dabei den hierfür noch zulässigen Wert von $\pm 2\,\%$ nicht zu übersteigen; man nimmt am besten e_1 erst um etwa $2\,\%$ niedriger, dann e_1' um ebensoviel höher, als der mittleren Netzspannung entspricht.

Beispiel: Es war $X_1 = 9900$, $X_2 = 1000$ und $X_3 = 4000\ \Omega$ gemacht worden; ferner war $G = 24000\ \Omega$. Bei Schaltung zwischen 1 und 3 gab das Galvanometer den Ausschlag $S = 97{\cdot}4$, während $s_1 = 52{\cdot}0$, $s_3 = -42{\cdot}4$ war. Daraus folgt (s. § 242)

$$X = 24000\,\frac{97{\cdot}4 - 94{\cdot}7}{94{\cdot}4} = 763\ \Omega.$$

Ferner wurde gefunden:

$$e_1 = 47{\cdot}7;\quad e_2 = 49{\cdot}75;\quad r_1 = 6036\ \Omega.$$
$$e_1' = 49{\cdot}8;\quad e_2' = 49{\cdot}70;\quad r_1' = 6469\ \text{„}$$

Hieraus erhält man

$$X_1 = 10110,\ X_3 = 3870 \text{ und } X_2 = 1049,$$

wonach also die Methode als genügend zuverlässig bezeichnet werden kann.

Hat man X_1 und X_3 und misst mittels Elektrometers $\mathfrak{V}_1$ und $\mathfrak{V}_3$ (Fig. 340), so erhält man als Stromverluste durch die mangelhafte Isolation:

$$i_1 = \frac{\mathfrak{V}_1}{X_1} \text{ und } i_3 = \frac{\mathfrak{V}_3}{X_3}.$$

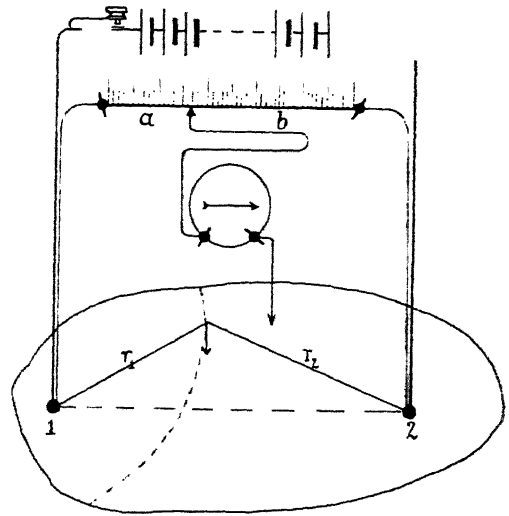
245. Fehlerortsbestimmung in vielverzweigten Netzen.

Hat man mittels der in den vorstehenden Paragraphen behandelten Methoden diejenige Leitung gefunden, in welcher ein gröberer Isolationsfehler vorhanden ist, so kann man zur Bestimmung des Fehlerortes die in § 235 beschriebene Schleifenmethode anwenden, wobei man aber wegen der in den einzelnen Brückenzweigen vorhandenen elektromotorischen Kräfte die Schaltung der verallgemeinerten WHEATSTONEschen Brücke anwenden muss. Die Schwierigkeiten wachsen indessen jetzt gegenüber den Messungen an stromlosen Leitungen beträchtlich wegen der Störungen, die durch die Schwankungen der Betriebsstromstärke hervorgerufen werden.

Fig. 341.

Um bei einem weitverzweigten Netz den ungefähren Ort eines Isolationsfehlers rasch zu finden, kann man nach HIECKE (ETZ 1892, S. 534) die Schleifenmethode mittels der verallgemeinerten WHEATSTONEschen Brücke folgendermassen verwenden. Man trennt zunächst von derjenigen Sammelschiene der Centrale, welche sich als am schlechtesten isoliert gezeigt hat, irgend zwei benachbarte Speiseleitungen, nach deren Speisepunkten Messleitungen führen (1 und 2 in Fig. 341). Zwischen die beiden Speiseleitungen schaltet man eine Batterie von 10 bis 20 Volt Spannung nebst Unterbrecher, zwischen die Messleitungen einen geeigneten Messdraht, dessen Gleitkontakt man durch ein Galvanometer hindurch an Erde legt; in diese Erdleitung schaltet man eine elektromotorische Gegenkraft ein, durch welche man den infolge des zwischen 1 und 2 bestehenden Spannungsunterschiedes durch das Galvanometer fliessenden Strom kompensiert. 1 und 2 sind dann durch die Leiter des Verteilungsnetzes verbunden, welches an der Fehlerstelle ebenfalls an Erde liegt. Dasselbe kann dabei annähernd als eine leitende Scheibe aufgefasst werden, die an der Fehlerstelle an Erde liegt. Bedeuten alsdann r_1 und r_2 die Entfernungen des Fehlerortes von 1 und 2, so kann annähernd gesetzt werden, wenn beim Schliessen des Schalters der Messbatterie das Galvanometer in Ruhe bleibt,

$$a : b = r_1 : r_2.$$

Der geometrische Ort für $r_1 : r_2 =$ konstant aber ist ein Kreis, dessen Mittelpunkt auf der Geraden 1 2 ausserhalb der Strecke 1—2 liegt; diesen Kreis konstruiert man in bekannter Weise. Man wiederholt alsdann diese Messungen mit zwei anderen benachbarten Speisepunkten, z. B. 2 und 3 u. s. w. und erhält so eine Anzahl solcher Kreise. Der Fehlerort liegt dann in der Nähe der Schnittpunkte dieser Kreise, die sich genau im Fehlerorte schneiden

müssten, wenn die Voraussetzung streng richtig wäre, dass sich die Abschnitte auf dem Messdraht wie die Abstände des Fehlerortes von den Speisepunkten verhalten. Statt den Strom im Galvanometer durch eine Hilfsbatterie zu kompensieren, kann man natürlich auch irgend ein anderes der in § 205 genannten Hilfsmittel verwenden, z. B. einen Richtmagneten oder einen Induktor, in dessen sekundären Kreis man das Galvanometer schaltet. Das Telephon mit Wechselstromquelle empfiehlt sich wegen der hohen Kapazität eines weitverzweigten Leitungsnetzes weniger.

c) Isolationsmessungen an Stromquellen.

246. Isolationsmessungen an Dynamomaschinen.

Die Isolationsmessungen an nicht in Betrieb befindlichen Dynamomaschinen können genau so ausgeführt werden, wie an ausser Betrieb stehenden Leitungsanlagen. Besonders interessiert hier die Isolation der einzelnen Teile der Wicklung gegen das Gestell der Maschine, sowie die Feststellung etwaiger Kurzschlüsse in der Ankerwicklung. Die Isolations-

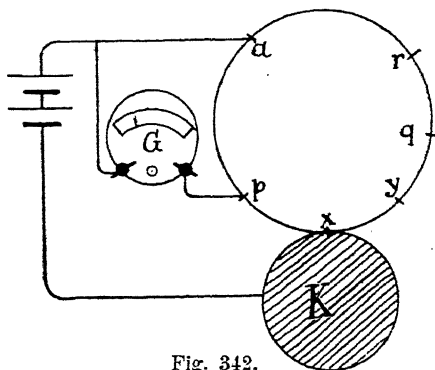
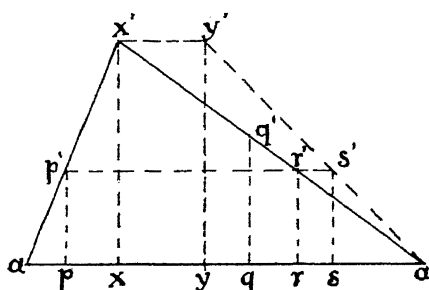



Fig. 342. Fig. 343.

messungen können auch während des Betriebs der Maschine mit der von ihr selbst erzeugten Spannung nach den unter *b* beschriebenen Methoden ausgeführt werden, wobei indessen die Maschine vom Netz abgeschaltet werden muss. Natürlich hat dann nur die Gesamtisolation eine bestimmte Bedeutung, nicht auch die Werte, die man aus den Messungen an den einzelnen Polen für deren Isolationswiderstände berechnen kann.

Hat sich durch das Verhalten der Maschine beim Betrieb und durch nachfolgende Isolationsmessungen eine merkliche Verschlechterung der Isolation herausgestellt, so ist zunächst durch Trennung und gesonderte Untersuchung zu prüfen, ob der Isolationsfehler in der Magnetwicklung oder im Anker liegt. Im ersteren Falle lässt sich, was besonders für vielpolige Maschinen von Wert ist, der ungefähre Ort des Fehlers nach der in § 235 besprochenen Schleifenmethode ermitteln, wobei als „Erde" das Maschinengestell dient.

Liegt dagegen der Isolationsfehler im Anker, so kann man nach Richter (ETZ 1900, S. 38) zweckmässiger den Fehlerort nach folgender Methode ermitteln, welche darauf beruht, dass die ganze Ankerwicklung eine in sich zurücklaufende, geschlossene Leitung darstellt, deren einzelne Elemente durch die Kollektorsegmente verbunden sind. Man schaltet zwischen

irgend eines der Kollektorsegmente a (Fig. 342) und den Ankerkörper K eine Stromquelle und misst mittels eines geeigneten Spannungsgalvanometers die Spannung zwischen a und einem auf der einen Seite von a in dessen Nähe gelegenen Kollektorsegment p und ebenso zwischen a und einem auf der anderen Seite benachbarten Segment q. Alsdann denkt man sich den Anker beim Kollektorsegment a aufgeschnitten und in eine gerade Linie $a\,a$ (Fig. 343) ausgestreckt, markiert auf dieser die Stellen p und q und errichtet den gemessenen Spannungen proportionale Ordinaten $p\,p'$ und $q\,q'$. Alsdann entspricht der Schnittpunkt x' der geraden Linien $a p'$ und $a q'$ dem Maximum der Spannung, seine Projektion x aber giebt diejenige Stelle des Ankers, welche in leitender Verbindung mit dem Ankerkörper K steht. Vorausgesetzt ist hierbei einmal, dass der Isolationswiderstand der Fehlerstelle x gegen den Widerstand des Galvanometers G verschwindend klein ist, da sonst durch das Anlegen des Galvanometers der Stromverlauf in den Ankerdrähten und damit auch das Potentialgefälle wesentlich geändert werden würde. Darum ist es besser, das Galvanometer einerseits bei p anzulegen und dann diejenige Stelle r zu suchen, welche mit p gleiches Potential besitzt, für welche also das Galvanometer stromlos wird; man hat alsdann als zweite Gerade $a r'$ zu ziehen.

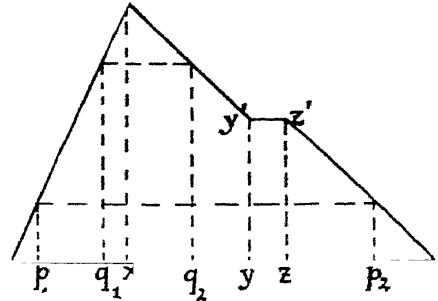



Fig. 344.

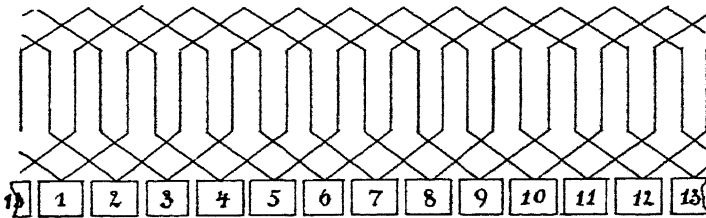



Fig. 345.

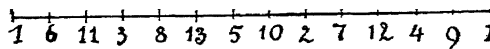



Fig. 346.

Die Konstruktion führt aber auch bei diesem Verfahren nur dann zu einem richtigen Resultat, wenn nicht gleichzeitig in der Wicklung Kurzschlüsse vorhanden sind. Meist wird der Kurzschluss an der Fehlerstelle selbst liegen. Dann ist der ganze durch den Kurzschluss überbrückte Teil des Ankers zwischen x und y auf demselben Potential; man muss also nach Ermittelung der Fehlerstelle x noch prüfen, ob die zu x benachbarten Kollektorsegmente etwa mit x gleiches Potential besitzen. Ist dies etwa zwischen x und y der Fall, so besitzt die Potentialkurve die Form $a x' y' s' a$. Überhaupt muss man immer mehrere Punktepaare gleichen Potentials $p_1 p_2$, $q_1 q_2$ u. s. w. ermitteln, wobei sich auch der in Fig. 344 dar-

gestellte Verlauf der Potentialkurve ergeben könnte, welcher einem Körperschluss bei x und einem Kurzschluss zwischen y und z entsprechen würde.

Um aus vorstehenden Messungen die richtigen Schlussfolgerungen ziehen zu können, muss man die Wicklungsweise des Ankers kennen, da man in den Spannungsdiagrammen die Kollektorsegmente in der Reihenfolge zu der Linie aa aneinander reihen muss, in welcher sie durch die Wicklung zusammenhängen, also z. B. bei einem sechspoligen Trommelanker mit 26 induzierten Stäben und 13 Kollektorteilen ($s = 26$, $p = 3$, $a = 2$) und den Wicklungsschritten $y_1 = y_2 = 5$ würde man dem Schaltschema Fig. 345 zufolge die Gerade Fig. 346 erhalten.[1])

247. Isolationsmessungen an Akkumulatorenbatterien.

Für Akkumulatorenbatterien kann man, wie Liebenow gezeigt hat (ETZ 1899, S. 361), den gesamten Isolationswiderstand X nach derselben Methode bestimmen, welche wir in 237 für die Bestimmung der Isolation von Leitungsanlagen in Betrieb beschrieben haben.

Handelt es sich zunächst um eine grössere Batterie mit niedrigem Isolationswiderstand, so legt man erst den +-, dann den —-Pol durch einen Strommesser an Erde und erhält so zwei Stromstärken J_+ und J_-, von denen

$$J_+ \quad \frac{e}{X_1} + \frac{2e}{X_2} + \ldots + \frac{ne}{X_n},$$

$$J_- = \frac{ne}{X_0} + \frac{(n-1)e}{X_1} + \ldots + \frac{}{X_{n-1}}$$

ist. Hierin bedeutet e die EMK des einzelnen Elements, X_0, $X_1 \ldots X_n$ aber sind die Isolationsfehlerwiderstände für den +-Pol der Batterie, für den +-Pol des zweiten Elements u. s. w., endlich für den —-Pol der Batterie. Sonach ist, wenn $E = ne$ die EMK der ganzen Batterie ist:

$$J_+ + J_- = \frac{E}{X},$$

worin X den Isolationswiderstand der ganzen Batterie bedeutet, also schliesslich:

$$X = \frac{E}{J_+ + J_-}$$

Die obigen Formeln für J_+ und J_- setzen voraus, dass die Spannung am durch den Strommesser geerdeten Pol $= 0$ ist. Ist aber die Batterie gut isoliert, so werden für einen Strommesser die Stromstärken J_+ und J_- zu klein, um bestimmt werden zu können; man muss alsdann ein Galvanometer benutzen, und das hat wieder zur Folge, dass die Spannung des durch dasselbe geerdeten Pols nicht $= 0$ ist, sondern bei der Messung am positiven Pol noch den Wert GJ_+, am negativen den Wert $-GJ_-$ besitzt. Hierdurch aber wird wiederum bewirkt, dass die Isolationsströme an den einzelnen Elementen in der Nähe des durch G geerdeten Endes eine andere Richtung haben, als für die weiter davon entfernten Elemente, und dass infolgedessen die oben für J_+ und J_- gegebenen Formeln nicht mehr richtig sind. Dann kann man nach Liebenow diesen Übelstand beseitigen, indem

[1]) Der einfacheren Zeichnung wegen ist für s eine für eine wirkliche solche Wicklung viel zu niedrige Zahl angenommen worden.

man in der in Fig. 347 dargestellten Weise zwischen das Galvanometer G und den Batteriepol eine gut isolierte Hilfsbatterie von der EMK E' und einen regulierbaren Widerstand r schaltet, wobei man E' und r so zu wählen hat, dass die ganze zu prüfende Batterie dem Vorzeichen nach dieselbe Spannung hat, wie der nicht geerdete Pol. Dann ist:

$$J_+ = \frac{-J_+(r+G)+E'}{X_0} + \frac{-J_+(r+G)+E'+}{X_1} \qquad + \frac{-J_+(r+G)+E'+ne}{X_n}$$

und ebenso für den —-Pol

$$J_- = \frac{-J_-(r+G)+E'+ne}{X_0} + \frac{-J_-(r+G)+E'+(n-1)e}{X_1}$$
$$\frac{-J_-(r+G)+E'}{X_n}$$

Hieraus aber folgt:

$$J_+ + J_- = \frac{-(J_+ + J_-)(r+G)+2E'+E}{X},$$

also:

$$X = \frac{E+2E'-(J_+ + J_-)(r+G)}{J_+ + J_-}.$$

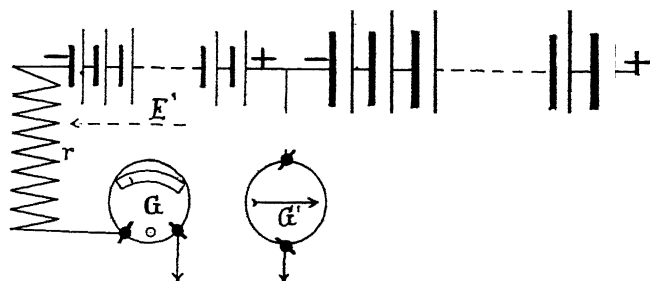



Fig. 347.

Noch einfacher ist es, wenn man r allemal so reguliert, dass die Spannung der zu prüfenden Batterie am geerdeten Ende $= 0$ wird, was man daran erkennt, dass ein zwischen denselben und Erde geschaltetes Galvanometer G' keinen Strom anzeigt. Dann ist also bei jeder Messung

$$E' - J_+(r_+ + G) = E' - J_-(r_- + G) = 0;$$

somit ist jetzt wieder, wie bei der Messung mit Strommesser

$$X = \frac{E}{J_+ + J_-}.$$

48. Kontrolle der Netzspannungsmesser.

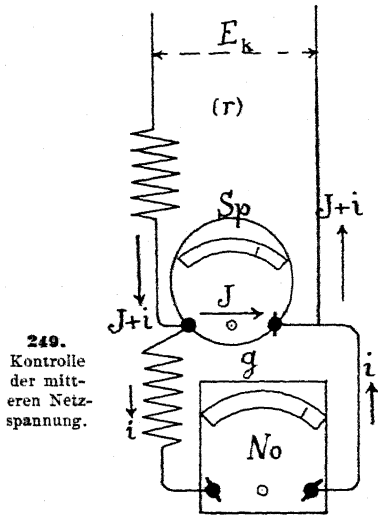
248. Kontrolle eines nur an einen Speisepunkt angeschlossenen Spannungsmessers.

Bei einem Verteilungsnetz wird die Netzspannung meist durch einen einzigen (bezw. zwei oder vier bei Drei- oder Fünfleiteranlagen) Spannungsmesser gemessen, welcher entweder durch besondere Messleitungen mittels eines Umschalters an die verschiedenen Speisepunkte des Netzes gelegt werden kann, oder auch dauernd mit allen Speisepunkten des Netzes

gleichzeitig verbunden ist. In jedem Falle sind die Messleitungen durch Ergänzungswiderstände sämtlich auf **gleichen Widerstand** r gebracht.

Will man nun im **ersten** Falle die Angaben dieses Netzspannungsmessers mittels eines Normalspannungsgalvanometers kontrollieren, so schaltet man letzteres an die Klemmen des ersteren und hat alsdann (Fig. 348):

Fig. 348.

249. Kontrolle der mittleren Netzspannung.

$$E_k = E_0 + r\,(J + i),$$

worin

$$E_0 = J\,G = i\,g$$

ist. Setzt man

$$E_0 = i\,g \text{ und } J = i\,\frac{g}{G},$$

so erhält man

$$E_k = i\left(g + r\,\frac{G + g}{G}\right).$$

Um die Kontrolle auszuführen, muss man also sowohl r als G kennen, bezw. vorher messen.

Liegt der **zweite** Fall vor, dass der Netzspannungsmesser durch die abgeglichenen Zwischenleitungen vom Widerstand r an alle n-Speisepunkte **gemeinsam** angeschlossen ist, so hat man:

$$J + i = \sum_1^n{}_k\, i_k,$$

wobei

$$r\,i_k = E_k - E_0$$

ist. Demnach ist jetzt:

$$r\sum_1^n{}_k\, i_k = r\,(J + i) = \sum_1^n{}_k\, E_k - n\,E_0,$$

d. h. wenn man die **mittlere Netzspannung** $\frac{1}{n}\sum_1^n{}_k\, E_k = E$ setzt:

$$E = E_0 + \frac{r}{n}\,(J + i).$$

Nun ist aber auch jetzt wieder $E_0 = J\,G = i\,g$, somit:

$$E = i\left(g + \frac{r\,(G + g)}{n\,G}\right).$$

Dritte Abteilung.

Photometrie

bearbeitet

von

Dr. J. Kollert.

Erstes Kapitel.

Allgemeine Photometrie.

I. Aufgabe und Verfahren der Photometrie.

250. Absolute und physiologische Intensität.

Die von der Oberfläche der Körper in Form von Ätherwellen ausgesandte Energie, welche von unserem Gesichtssinn wahrgenommen wird, nennen wir Licht.

Als natürliches Mass der Stärke oder Intensität des von einem Körper ausgesandten Lichtes würde demnach die in der Zeiteinheit (Sekunde) ausgesandte Energiemenge zu gelten haben. Dies würde indessen noch nicht denjenigen Wert dieser Grösse darstellen, mit welchem dieselbe von unserem Auge empfunden wird, da letzteres für das Licht der verschiedenen Farben oder Wellenlängen in verschieden hohem Grade empfindlich ist. Bei gleicher absoluter Intensität ist die physiologische Intensität am grössten für gelbgrünes Licht und nimmt nach beiden Seiten des Spektrums erst langsam, dann rasch bis zu Null ab. Daraus aber geht hervor, dass wir bei der Messung der Intensität eines Lichtes nicht den absoluten Wert dieser Grösse, sondern ihren physiologischen Wert ermitteln müssen, da letzterer allein für das Sichtbarwerden von Gegenständen massgebend ist.

Für die praktische Photometrie sind also alle diejenigen Methoden wertlos, bei denen nicht in letzter Instanz unser Auge über den Wert der zu messenden Grösse entscheidet; dieselben haben lediglich physikalisches Interesse und können hier vollständig übergangen werden (es sind dies alle die Methoden, mittels deren die gesamte Strahlung eines strahlenden Körpers gemessen wird und bei denen an Stelle des Auges die Thermosäule oder das Bolometer tritt).

Wenn in dem Gemenge von Lichtstrahlen, welche unser Auge treffen, die Intensitäten der einzelnen Lichtarten so verteilt sind, wie dies im Sonnen- und Tageslicht der Fall ist, so nennen wir solches Licht weiss oder besser farblos. Wächst die relative Intensität einer einzelnen Lichtart über den im farblosen Licht vorhandenen Betrag hinaus, so erscheint das Licht entsprechend gefärbt. Dasselbe geschieht, wenn diese Lichtart relativ schwächer wird als im farblosen Licht; die dann auftretende Färbung des Lichtes nennen wir zu derjenigen im ersten Fall komplementär. So

entsteht **rotes** Licht sowohl, wenn die roten Strahlen verstärkt, als auch, wenn alle andern, oder auch nur die **blaugrünen** allein geschwächt werden; umgekehrt erscheint ein Licht **blaugrün**, wenn letzteres verstärkt, oder wenn **Rot** allein geschwächt wird: **Rot** und **Blaugrün** sind komplementäre Farbenempfindungen. Dasselbe gilt von **Gelb** und **Blau**, **Gelbgrün** und **Violett**, **Grün** und **Purpur**.

251. Allgemeine Gesichtspunkte für die Vergleichung von Lichtstärken.

Unser Auge ist nur imstande, bis zu einem gewissen Grade **Unterschiede** in der Stärke zweier Lichter wahrzunehmen, und zwar müssen dazu die leuchtenden Flächenteile, welche verglichen werden sollen, möglichst dicht bei einander liegen, so dass sie beide **gleichzeitig** gesehen werden können. — Der eben noch erkennbare Unterschied in der Stärke zweier Lichter ist für diejenige Lichtart am kleinsten, für welche unser Auge überhaupt am empfindlichsten ist. Im übrigen ist der eben merkbare Unterschied für alle anderen Farben um so grösser, je weiter sie nach Rot und Violett hin vom Gelbgrün abstehen, hängt aber für jede Farbe auch noch vom **absoluten** Wert der Stärke des betreffenden Lichtes ab, und zwar derart, dass die Empfindlichkeit des Auges gegen Unterschiede in der Lichtstärke für eine gewisse **mittlere** Stärke am **grössten** ist, und sowohl bei grösseren als auch bei kleineren Werten der letzteren rasch abnimmt.

Unser Auge ist **nicht** imstande, die **absolute** Stärke eines Lichtes auch nur einigermassen sicher abzuschätzen. Dasselbe vermag ferner bei weitaus den meisten Personen auch **Unterschiede** in der Lichtstärke nicht mehr sicher abzuschätzen, wenn die Lichter **verschieden gefärbt** sind. Beim Vergleich farblosen und farbigen Lichtes erscheint ersteres infolge der sogenannten **Kontrastwirkungen** ebenfalls gefärbt, und zwar komplementär zu dem betreffenden farbigen Licht.

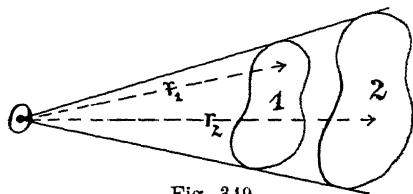
Aus diesen Eigenschaften unseres Gesichtssinns ergeben sich folgende allgemeine Gesichtspunkte für das Verfahren, welches bei der Vergleichung des physiologischen Wertes der Stärke zweier Lichtquellen einzuhalten ist: Die Stärke der Wirkung der beiden Lichter auf unser Auge muss auf irgend eine Weise **gleich** gemacht werden, wobei die zu vergleichenden Teile unmittelbar aneinander grenzen müssen. Dabei müssen **Farbenunterschiede** möglichst beseitigt werden. Ausserdem ist es für eine möglichst genaue Abschätzung kleiner Unterschiede notwendig, dass die Wirkung auf das Auge möglichst auf **der** Höhe gehalten wird, die für die Wahrnehmung geringer Unterschiede erfahrungsgemäss am günstigsten ist.

Alle diese Anforderungen lassen sich am leichtesten erfüllen, wenn wir das von den zu vergleichenden Lichtquellen ausgesandte Licht nicht **direkt** auf unser Auge wirken lassen, sondern wenn wir durch die beiden Lichter zwei indifferente, d. h. matt weisse Flächenstücke beleuchten, die möglichst unmittelbar aneinander grenzen, und dann die Wirkung eines der beiden Lichter in **messbarer** Weise so abstufen, dass die beiden Flächenstücke unserem Auge gleich hell erscheinen. Diese Abstufung der Wirkung erzielen wir am einfachsten durch Änderung des **Abstandes**; man kann aber auch durch **Abblendung**, **Absorption**, **Zerstreuung** durch Linsen oder durch **Polarisation** zum Ziele gelangen; unter Umständen muss man verschiedene dieser Hilfsmittel gleichzeitig anwenden. Die Apparate, welche mit Hilfe der oben angeführten Mittel die Vergleichung der Stärke zweier Lichtquellen ermöglichen, bezeichnen wir als **Photometer**.

252. Abnahme der Beleuchtung mit der Entfernung von der Lichtquelle.

Denken wir uns mit genügend grossen Radien r_1, $r_2 \cdots$ um eine Lichtquelle Kugelflächen gelegt, wobei wir annehmen wollen, dass wir immer so weit von ersterer entfernt bleiben, dass ihre besondere Form und Grösse keine wesentliche Rolle mehr spielt, d. h. dass wir sie als einen Punkt oder besser als eine kleine Kugeloberfläche ansehen können, so sind die auf die umhüllenden Kugelflächen auffallenden Lichtstrahlen auf letzteren rechtwinklig und verlaufen geradlinig in der Richtung der Radien der konzentrischen Kugeln. Die innerhalb eines vom gemeinsamen Mittelpunkt 0 (Fig. 349) ausgehenden Kegelmantels enthaltene Strahlungsenergie ist somit konstant, verteilt sich aber auf um so grössere Flächenstücke 1, 2 ⋯, je grösser die Abstände r_1, $r_2 \cdots$ derselben vom Mittelpunkte 0 sind. Unter der Voraussetzung also, dass im Zwischenmittel nichts von der ausgestrahlten Energie durch Absorption verloren geht, gelangt auf das Flächenstück 1 in derselben Zeit dieselbe Energiemenge, wie auf 2 u. s. w., auf gleich grosse Flächenstücke, z. B. die Flächeneinheit (1 cm²), somit Energiemengen, die sich umgekehrt verhalten, wie die Quadrate der Entfernungen r_1 und r_2, weil die aus den umhüllenden, konzentrischen Kugelflächen ausgeschnittenen Flächenstücke 1 und 2 selbst sich direkt wie diese Quadrate verhalten. Dieser auf die Flächeneinheit fallenden Strahlungsenergie ist aber die Beleuchtung des betreffenden Flächenteils proportional, oder diese ist umgekehrt proportional dem Quadrat des Abstandes von der Lichtquelle.

Fig. 349.

253. Stärke oder Intensität einer Lichtquelle.

Denken wir uns zunächst die Öffnung des von 0 ausgehenden Kegels, d. h. das Verhältnis der von ihm aus einer um 0 beschriebenen Kugelfläche ausgeschnittenen Fläche zur ganzen Oberfläche dieser Kugel, unendlich klein ($= d\omega$), so können wir die in diesem unendlich dünnen Kegel enthaltene Strahlungsenergie einmal proportional setzen $d\omega$; zweitens aber ist sie proportional einer der Lichtquelle eigentümlichen Grösse J, welche wir als Stärke oder Intensität der Lichtquelle bezeichnen. Diese Grösse J braucht dabei für die vom Mittelpunkt 0 der Lichtquelle aus nach den verschiedenen Richtungen hin gezogenen Strahlenkegel durchaus nicht konstant zu sein und ist es thatsächlich auch bei keiner der uns zur Beleuchtung dienenden Lichtquellen, genau genommen selbst bei der Sonne nicht. Wenn wir also J in einer geeigneten Einheit messen, so können wir die für die physiologische Wirkung der Lichtquelle nach der betreffenden Richtung hin massgebende Strahlungsenergie auch direkt durch das Produkt $J d\omega$ messen, wobei J eine Funktion der Richtung ist, also von zwei Winkelgrössen, welche etwa der geographischen Länge und Breite eines Ortes auf der Erdoberfläche entsprechen, abhängt.

254. Mass der Beleuchtung.

Diese Strahlungsenergie $J d\omega$ fällt nun auf ein Flächenstück, welches bei der Kugel 1 gleich $r_1^2 d\omega$, bei 2 gleich $r_2^2 d\omega$ ist u. s. w., so dass also die auf die Flächeneinheit fallende Energiemenge oder die Beleuchtung durch die Grössen

$$E_1 = \frac{J\,d\omega}{r_1^2\,d\omega} = \frac{J}{r_1^2},\quad E_2 = \frac{J}{r_2^2} \text{ u. s. w.}$$

dargestellt wird. Allgemein wird also unter der Voraussetzung, dass die

Lichtstrahlen auf die beleuchtete Fläche rechtwinklig auftreffen, die von denselben bewirkte Beleuchtung durch den Quotienten $\frac{J}{r^2}$ gemessen, worin J die Lichtstärke in der betreffenden Richtung, r den Abstand vom Mittelpunkt der Lichtquelle bedeutet.

Stehen die auftreffenden Strahlen auf der von ihnen getroffenen Fläche nicht rechtwinklig, oder, was dasselbe ist, fallen sie nicht in die Richtung der Normalen dieser Fläche, sondern bilden mit letzterer einen Winkel α, so verbreitet sich dieselbe Energiemenge, welche vorher die Fläche $df = r^2 d\omega$ traf, auf eine im Verhältnis $\frac{1}{\cos\alpha}$ grössere Fläche; die Beleuchtung ist also jetzt nur noch

$$\frac{J d\omega}{r^2 d\omega / \cos\alpha} = \frac{J}{r^2} \cos\alpha,$$

wird also um so geringer, je grösser der sogenannte Einfallswinkel α der Lichtstrahlen wird.

Ausserdem hängt die Helligkeit, mit der die beleuchtete Fläche unserem Auge erscheint, auch noch ab von der Beschaffenheit der letzteren, d. h. von der besonderen Art und Weise, wie sie das Licht, welches auf sie trifft, wieder ausgiebt. Strahlt jedes Flächenelement diese Energie nach allen Richtungen hin aus, so sprechen wir von einer diffusen Reflexion, während bei Bevorzugung einer bestimmten Richtung der Vorgang als Spiegelung oder regelmässige Reflexion bezeichnet wird. In beiden Fällen wird ein mehr oder weniger grosser Anteil der auffallenden Lichtenergie an der reflektierenden Oberfläche zurückgehalten und dringt in den reflektierenden Körper ein. Diffus reflektierende Flächen, welche alles Licht zurückhalten, erscheinen vollkommen schwarz, solche, welche alles auffallende farblose Licht zurückwerfen, vollkommen weiss. Werden einzelne Lichtarten stärker zurückgeworfen, so erscheint im farblosen Licht die reflektierende Fläche den stärker zurückgeworfenen Strahlen entsprechend gefärbt, im zu ihrer Eigenfarbe komplementären Licht aber schwarz.

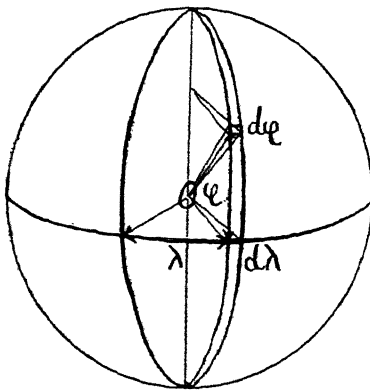



Fig. 350.

Für photometrische Zwecke werden ausser den regelmässig reflektierenden oder spiegelnden Flächen besonders möglichst vollkommen weisse Flächen verwendet.

255. Mittlere sphärische und hemisphärische Lichtstärke.

Jedem Flächenelement df einer zu 0 (Fig. 350) konzentrischen Kugelfläche entspricht ein bestimmter Wert $J(\lambda, \varphi)$, der im allgemeinen eine Funktion der Länge λ und der Breite φ ist. Den Mittelwert von J für die ganze Kugelfläche nennt man die sphärische, denjenigen für die halbe (obere oder untere Hälfte) die hemisphärische Stärke oder Intensität der Lichtquelle.

Ist r der Radius der Kugelfläche, so sind diese Werte definiert durch

$$\frac{S J df}{4\pi r^2} \text{ bezw.}$$

wobei die Summen über alle Elemente der ganzen, bezw. der (oberen oder unteren) Halbkugel zu erstrecken sind. Da $df = r^2 \cos \varphi \, d\varphi \, d\lambda$ ist (Fig. 350), so ist:

$$J_s = \frac{1}{4\pi} \int_0 \int_{-\frac{\pi}{2}} J(\lambda, \varphi) \cos \varphi \, d\varphi \, d\lambda$$

und

$$J_h = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} J(\lambda, \varphi) \cos \varphi \, d\varphi \, d\lambda.$$

Ist, wie z. B. sehr nahe bei Bogenlampen mit senkrecht übereinander angeordneten, zylindrischen Kohlen, J nur von der Neigung φ des Strahlenbündels gegen den Horizont, nicht aber auch von λ abhängig, so wird

$$\int^{2\pi} d\lambda = 2\pi$$

und es ist einfacher:

$$J_s = \frac{1}{2} \int^{\frac{\pi}{2}} J(\varphi) \cos \varphi \, d\varphi$$

und

$$J_h = \int_0^{\frac{\pi}{2}} J(\varphi) \cos \varphi \, d\varphi \quad \text{für die obere,}$$

$$= \int^{0} J(\varphi) \cos \varphi \, d\varphi \quad \text{für die untere}$$

Halbkugel. Letzterer Wert kommt in der Regel bei der Bogenlichtbeleuchtung hauptsächlich in Frage.

Ist durch direkte Messungen $J(\varphi)$ für eine Reihe von Werten von φ, etwa von 10^0 zu 10^0 fortschreitend, gegeben, so kann die Auswertung der Integrale entweder durch numerische oder durch graphische Integration erfolgen. Zur numerischen Auswertung zerlegt man die ganze Kugelfläche in Zonen von der Breite des Winkelintervalls $\Delta \varphi$, welches man bei der Bestimmung der J eingehalten hat, also z. B. von

$$\Delta \varphi = 10^0 = \frac{10}{180} \pi.$$

Da $$\cos \varphi \, \Delta \varphi = \Delta \, (\sin \varphi) = \sin \varphi_{k+1} - \sin \varphi_k$$

ist, wenn $$\Delta \varphi = \varphi_{k+1} - \varphi_k$$

gesetzt wird, so hat man also für jede der Zonen den Mittelwert von J zu bestimmen und mit der Differenz der Sinus der den Grenzen der betreffenden

Zone entsprechenden Werte von φ zu multiplizieren; die Summe dieser Produkte giebt alsdann J_h bezw. die Hälfte dieser Summe J_s.

Beispiel: Für eine Bogenlampe ohne Glasglocke war gefunden worden (WEDDING, ETZ 1899, S. 66):

$\varphi =$ 0	5	10	15	20	25	30	35	40	45°
$J =$ 130	230	395	557	755	875	950	985	990	960
$\varphi =$ 50	55	60	65	70	75	80	85	90°	
$J =$ 890	775	560	330	90	—	—	—	0.	

Hieraus folgt:

Zone	Mittelw. v. J	Diff. d. Sin.	$J(\sin\varphi_{k+1} - \sin\varphi_k)$
0— 5°	180	0·0872	15·69
5—10	312·5	864	26·97
10—15	426	852	36·26
15—20	656	832	54·55
20—25	815	806	65·70
25—30	912·5	774	70·60
30—35	967·5	736	71·15
35—40	987·5	692	68·30
40—45	975	643	62·70
45—50	925	589	54·45
50—55	832·5	532	44·25
55—60	667·5	486	32·40
60—65	445	403	17·92
65—70	210	334	7·01
70—75	45	262	1·18
75—80	0	—	—
80—85	0	—	—
85—90	0	—	—
			$J_h = 629.$

Bei der graphischen Auswertung trägt man zunächst $J(\varphi)$ als Funktion von φ in ein Polarkoordinatensystem ein (Fig. 351 und 352). Alsdann erweitert man das Integral mit $\frac{r\pi}{r\pi}$, wo r eine beliebig zu wählende Länge ist, und erhält so z. B. für die mittlere hemisphärische Intensität der unteren Halbkugel

$$J_h = \frac{\pi}{r\pi}\int_{\pi} J(\varphi) \cos\varphi \, d(r\varphi).$$

Hierin kann man nun entweder $d(r\varphi) = db$ setzen, worin b den dem Winkel φ entsprechenden Bogen auf einem Kreis mit dem Radius r bezeichnet, und kann $J(\varphi)\cos\varphi$ als Funktion von b in ein rechtwinkliges Koordinatensystem eintragen (Fig. 351). Durch Verbindung der so gefundenen Punkte erhält man eine Kurve über der Basis deren Flächeninhalt F man mittels des Planimeters ermittelt. Dann ist $\frac{F}{r\pi/2} = H$ der

Mittelwert der Ordinaten dieser Kurve, und die mittlere hemisphärische Intensität ist zufolge obenstehender Formel:

$$J_h = \frac{\pi}{2} H.$$

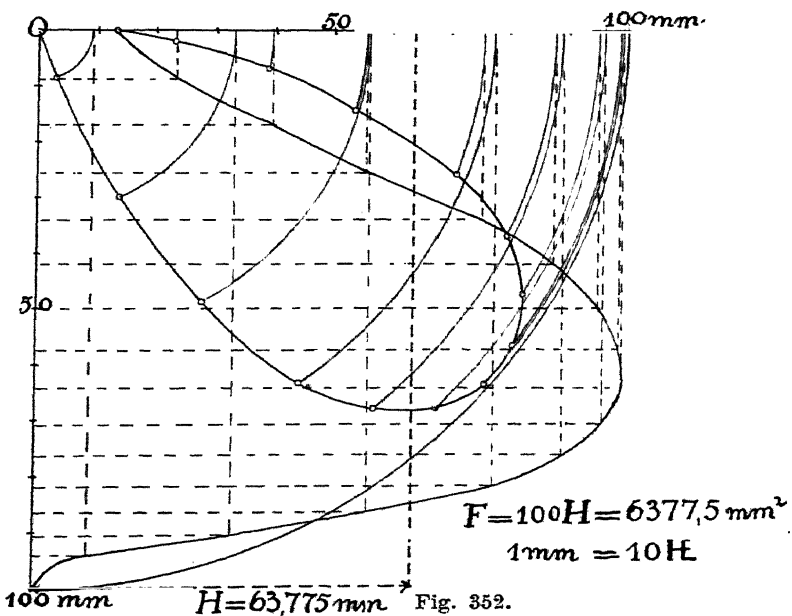
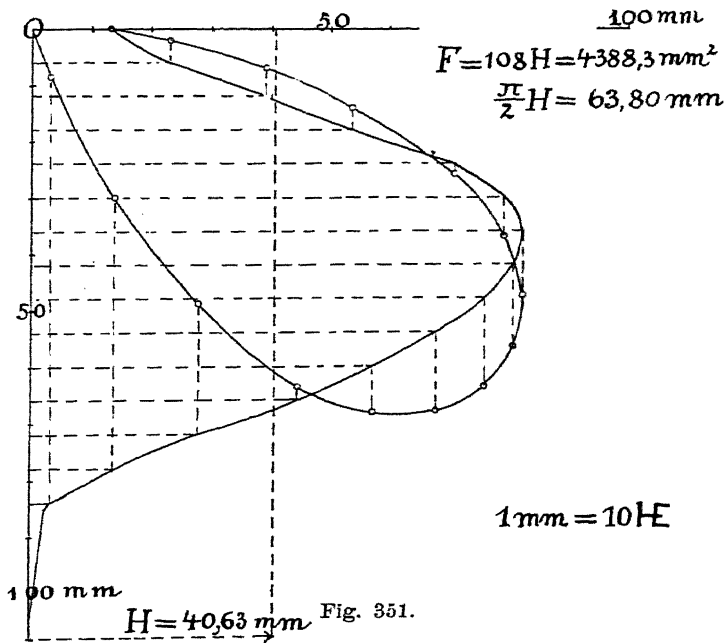



Fig. 351.

Fig. 352.

Oder man setzt

$$\cos \varphi \, d\,(r\,\varphi) = d\,(r \sin \varphi)$$

und trägt $J(\varphi)$ selbst als Funktion von $r \sin \varphi$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein (Fig. 352). Die Basis der durch die Verbindung der so

gefundenen Punkte sich ergebenden Kurve ist alsdann $= r$; somit stellt

$$\frac{F}{r} = H = J_h$$

bei dieser Konstruktion den gesuchten Wert J_h direkt dar.

Die Figuren 351 und 352 beziehen sich auf das oben numerisch behandelte Beispiel und ergeben in denselben Einheiten gemessen $J_h = 638$ (bezüglich der Einheiten s. nächsten Abschnitt).

2. Die photometrischen Einheiten.

256. Die älteren Einheiten der Lichtstärke.

Nach dem, was oben über das beim Messen von Lichtstärken einzuhaltende Verfahren im allgemeinen gesagt worden ist, können als Einheiten für die Messung der Lichtstärke nur bestimmte Lichtquellen in Frage kommen, die man vielfach auch als Normalkerzen bezeichnet, weil die ältesten dieser Einheiten, die aus der Zeit stammen, wo die fortgeschrittene Anwendung des Leuchtgases eine dauernde Kontrolle der Güte des gelieferten Produkts notwendig machte, Kerzen waren.

Von solchen Einheiten muss gefordert werden, dass sie genügend genau reproduzierbar sind und unter normalen äusseren Verhältnissen (Luftdruck, Temperatur, Luftfeuchtigkeit und Kohlensäure- und Sauerstoffgehalt der Luft) in bestimmter Richtung (gewöhnlich in horizontaler) eine genügend konstante Lichtstärke entwickeln.

Die älteste dieser Normalkerzen ist die englische Walratkerze, welche 2 cm dick gegossen ist und bei einer mittleren Flammenhöhe von 45 mm 7·77 g Walrat pro Stunde verbrennen soll. — Anstatt dieser nahm später der Verein deutscher Gas- und Wasserfachmänner die sogenannte Vereinskerze an, welche in ebenfalls genau bestimmten Dimensionen aus Paraffin von 55° Schmelzpunkt hergestellt wird; die Flammenhöhe soll im Mittel 50 mm betragen. Neben der Vereinskerze wurde in Deutschland vielfach auch die Münchener Kerze gebraucht, welche aus Stearin hergestellt ist. — In Frankreich wurde zu gleichem Zwecke von Carcel eine Rüböllampe mit Runddocht konstruiert, bei welcher der Ölzufluss zum Docht durch ein Uhrwerk in der Weise reguliert wird, dass in der Stunde 42 g Öl verbrennen; die Dimensionen des Brenners und Dochtes sind natürlich ebenfalls genau vorgeschrieben.

Alle diese Normale erfüllten ihren Zweck nicht genügend, indem die unkontrollierbaren Schwankungen der Lichtstärke derselben bis zu 10% heraufgehen können. Deshalb nahm 1884 der internationale Elektrotechnikerkongress in Paris die von Violle vorgeschlagene Einheit für die Lichtstärke an, nämlich die Stärke des von 1 cm² Platin im Momente des Schmelzens senkrecht zur Oberfläche ausgestrahlten Lichtes. Der zwanzigste Teil dieser Einheit wurde als Dezimalkerze (bougie décimale) bezeichnet. Diese Einheit scheiterte indessen einmal an der Schwierigkeit ihrer Herstellung an sich, sodann aber an der Unmöglichkeit, reines Material zu beschaffen; denn die Schmelztemperatur des Platins wird von geringen Beimengungen anderer Metalle, die sich nur sehr schwer davon vollkommen trennen lassen, sehr stark beeinflusst; es wächst aber die Intensität der sichtbaren Strahlung nach den Untersuchungen von Lummer und Pringsheim bei den Tempera-

turen, um die es sich hier handelt, proportional der 12. Potenz der absoluten Temperatur, so dass bereits geringe Abweichungen der Temperatur ausserordentlich grosse Unterschiede der Stärke der Lichtquelle verursachen (vgl. u. a. ETZ 1902, S. 787 ff.).

257. Die Hefnereinheit.

Auf Grund der damit gemachten günstigen Erfahrungen schlug v. HEFNER-ALTENECK als Lichteinheit die von ihm folgendermassen definierte und später HEFNER-Einheit genannte Amylacetatlampe als Einheit für technische Lichtmessungen vor (ETZ 1884, S. 21): „Als Lichteinheit dient die Leuchtkraft einer in ruhig stehender, reiner atmosphärischer Luft frei brennenden Flamme, welche aus dem Querschnitt eines massiven, mit Amylacetat gesättigten Dochtes aufsteigt, der ein kreisrundes Dochtröhrchen aus Neusilber von 8 mm innerem und 8·3 mm äusserem Durchmesser und 25 mm freistehender Länge vollkommen ausfüllt, bei einer Flammenhöhe von 40 mm vom Rande des Dochtröhrchens aus und wenigstens 10 Minuten nach dem Anzünden gemessen." Wir bezeichnen die so definierte Einheit kurz durch 1 HE.

Die Konstruktion der HEFNER-Lampe ist aus dem Vertikalschnitt Fig. 353 zu ersehen, und zwar in natürlicher Grösse dargestellt. Sie besteht aus dem Gefäss für den Brennstoff, dem abschraubbaren Deckel B, in welchen das neusilberne Dochtrohr C mittels des Gewindeeinsatzes a eingeschraubt ist, und dem Visier zur Messung der Flammenhöhe. Beim Nichtgebrauch ist das Dochtrohr durch die übergeschraubte Kappe D geschützt. Der Nachschub und die Einregulierung des Dochtes erfolgt durch die beiden gezahnten Walzen w, w_1, welche mittels der Zahnräder e, e_1 und der rechts- und linksgängigen Schnecken f, f_1 durch Drehen am Knopf g bewegt werden.

Das verbesserte Visier besteht aus zwei ineinander geschobenen, geschwärzten Messingröhrchen K; im inneren Rohr ist ein 0·2 mm dickes Stahlplättchen mit rechteckigem Ausschnitt angebracht. Diesem Visier gegenüber befindet sich ein Schutzblech für das Auge des Beobachters. Beide sind auf einem drehbaren Ring befestigt, welcher sich in beliebiger Stellung festklemmen lässt. Anstatt dieses einfacheren wird jetzt gewöhnlich das sogenannte optische Flammenmass von KRÜSS angewendet, bei welchem ein kleines Objektiv von etwa 15 mm Brennweite ein reelles Bild der obersten Flammenspitze auf einer matten Glasplatte entwirft, auf welcher ein horizontaler Strich gezogen ist. Auf die obere Kante desselben muss die äusserste Spitze des (umgekehrten) Bildes der Flamme genau einspielen.

Die HEFNER-Lampe wird von der Phys.-Techn. Reichsanstalt nach bestimmten Normen beglaubigt (s. Zeitschr. f. Instr.-K. 1893, S. 257). Zur Kontrolle der einzelnen Abmessungen dient eine besondere Lehre, welche Fig. 354, ebenfalls in natürlicher Grösse, darstellt. Die innere Bohrung des unteren Teils muss aussen auf das Dochtrohr passen, und, wenn der Rand unten auf B aufsitzt, muss zwischen der Oberkante des Schlitzes s und dem Rande der Dochtröhre ein etwa 0·1 mm breiter Lichtspalt bleiben. Der obere zylindrische Teil dient als Kaliberlehre für die Bohrung des Dochtrohrs. Endlich muss die obere scharfe Kante in die Höhe der unteren Fläche des Visiers (Fig. 353) fallen, bezw. ihr Bild mit der Oberkante des Horizontalstrichs beim optischen Flammenmass zusammenfallen.

Das Verhalten der HEFNER-Lampe ist besonders in der Phys.-Techn. Reichsanstalt eingehend untersucht worden (vgl. bes. LIEBENTHAL, Zeitschr. f. Instr.-K. 1895, S. 157 ff.). Dabei stellte sich zunächst heraus, dass bei vorsichtiger und sachgemässer Behandlung die Lichtstärke bis auf $\pm$ 0·4 %

konstant erhalten werden kann. Änderungen des Luftdrucks sind, wie sich aus Fig. 355 ergiebt, erst für Drucke unter 750 mm zu berücksichtigen; mit abnehmendem Druck vermindert sich die Lichtstärke dann ziemlich beträchtlich, so dass der Einfluss des Luftdrucks nicht vernachlässigt werden darf. Eine sehr wesentliche Rolle spielt nach LIEBENTHAL der absolute Wasserdampfgehalt der Luft; es ergiebt sich nämlich, wenn x diesen Wasserdampfgehalt in l/m^3 bezeichnet, für ungefähr normalen Barometerstand

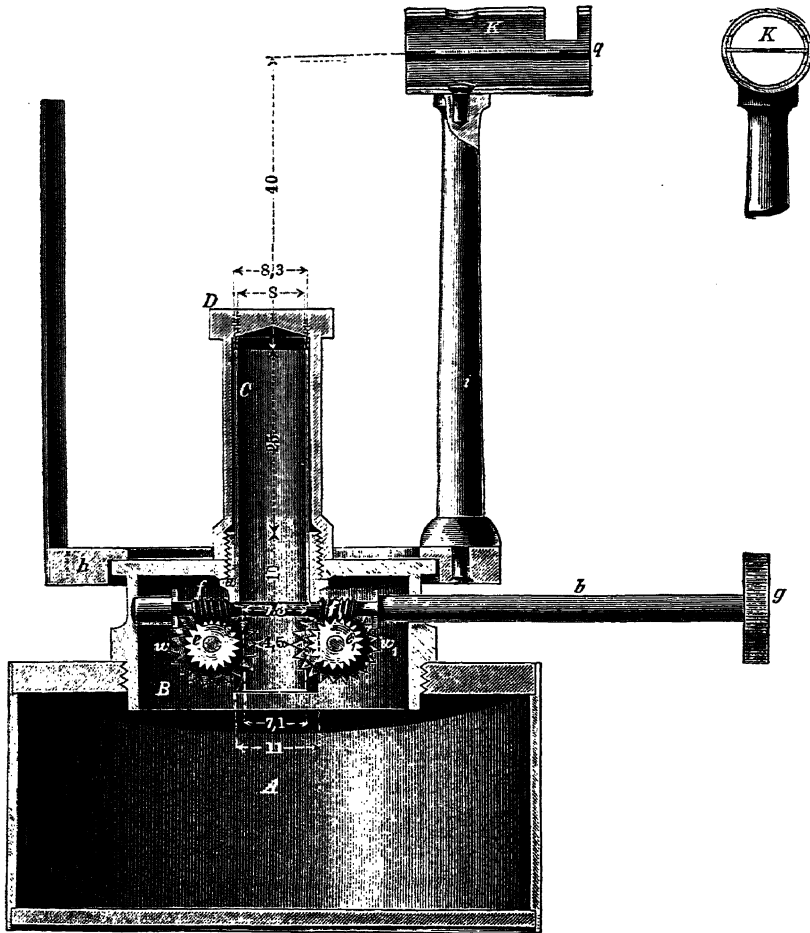



Fig. 353.

(760 mm) die Lichtstärke der HEFNER-Lampe = 1·049 — 0·0005 x Einheiten. Bequemer führt man anstatt der absoluten die relative Feuchtigkeit ein und erhält alsdann die in Fig. 356 graphisch dargestellten Korrektionen. Die relative Feuchtigkeit bestimmt man dabei am besten mittels des AUGUSTschen Psychrometers. Dieses besteht aus zwei genauen Thermometern, die nebeneinander an einem Stativ befestigt sind. Die Kugel des einen ist mit Musselin umwickelt und wird beim Versuch mit Wasser befeuchtet. Alsdann erzeugt man in der Nähe des Apparats eine mässige Luftströmung und liest nach einigen Minuten den Stand der beiden Thermometer ab. Ist t die Temperatur

des trockenen, t' diejenige des feuchten Thermometers, so erhält man nach KOHLRAUSCH (Lehrb. d. prakt. Phys.) die Spannkraft des vorhandenen Wasserdampfes in mm Quecksilbersäule:

$$e = e' - 0{\cdot}0008\, b\, (t - t').$$

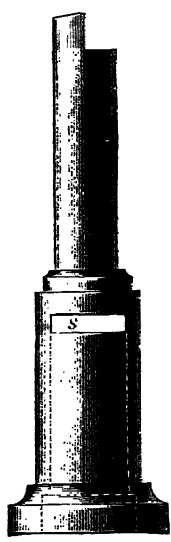



Fig. 354.

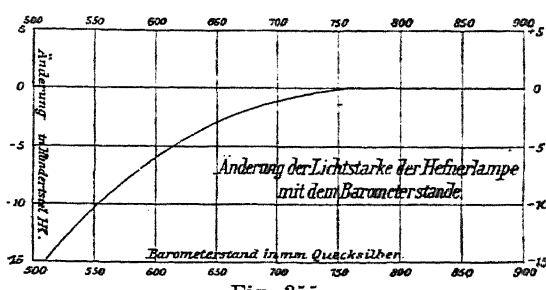



Fig. 355.

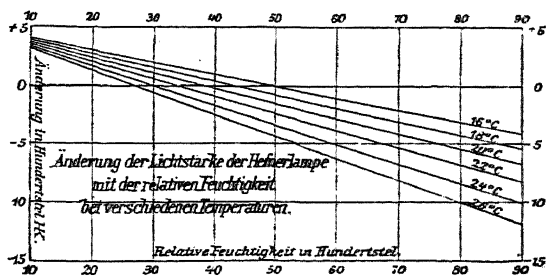



Fig. 356.

Hierin ist e' die der Temperatur t' entsprechende Spannkraft des gesättigten Wasserdampfes, b der Barometerstand. Ist endlich E die der Temperatur t entsprechende Spannkraft des gesättigten Dampfes, so ist die relative Feuchtigkeit der Luft $= 100 \frac{e}{E}$ Prozent. Die Werte e' und E kann man der folgenden Tabelle entnehmen:

Tabelle III.

Temp. °C.	Spannkr. mm	Temp. °C.	Spannkr. mm	Temp. °C.	Spannkr. mm	Temp. °C.	Spannkr. mm
— 10	2·2	0	4·6	11	9·8	21	18·5
9	2·3	+ 1	4·9	12	10·4	22	19·6
8	2·5	2	5·3	13	11·1	23	20·9
7	2·7	3	5·7	14	11·9	24	22·2
6	2·9	4	6·1	15	12·7	25	23·5
5	3·2	5	6·5	16	13·5	26	25·0
4	3·4	6	7·0	17	14·4	27	26·5
3	3·7	7	7·5	18	15·3	28	28·1
2	3·9	8	8·0	19	16·3	29	29·7
1	4·2	9	8·5	20	17·4	30	31·5
		10	9·1				

Beispiel: $b = 732$ mm, $t = 22^0$, $t' = 19^0$.

Hieraus: $e = 16{\cdot}3 - 0{\cdot}0008 \cdot 732 \cdot 3 = 14{\cdot}5$ mm.

Da $E = 19{\cdot}6$ mm ist, so ist die relative Feuchtigkeit

$$= 100 \cdot \frac{14{\cdot}5}{19{\cdot}6} = 74\ \%.$$

Als Korrektion findet man hierzu aus Fig. 356 den Wert — 0·059. Als Korrektion wegen des Barometerstandes ergiebt sich ferner aus Fig. 355 der Wert — 0·007, so dass also die Lichtstärke der richtig eingestellten Flamme sein würde: 1 — 0·059 — 0·007 = 0·934 HE.

Nachstehende Tabelle giebt die Verhältnisse zwischen den verschiedenen oben besprochenen Einheiten der Lichtstärke:

Tabelle IV.

Einheit	Hefner-Kerzen	Vereins-Paraffin-Kerzen	Bougies décimales	Carcels	Englische Normal-Kerzen
1 Hefner-Kerze (HE) = . .	1	0·83	0·885	0·092	0·88
1 Vereins-Paraffin-Kerze =	1·2	1	1·06	0·11	1·05
1 Bougie décimale = . .	1·13	0·94	1	0·104	0·99
1 Carcel = ...	10·9	9·1	9·6	1	9·5
1 englische Normal-Kerze =	1·14	0·95	1·01	0·105	1

Die v. HEFNER-ALTENECKsche Amylacetatlampe wird seit 10 Jahren in Deutschland allgemein als Masseinheit für die Lichtstärke benutzt und ist auf einem 1896 in Genf abgehaltenen Kongress vorläufig auch als internationale Einheit anerkannt worden.

258. Weitere photometrische Einheiten.

Auf der 1897 in Eisenach abgehaltenen Versammlung des Verbands deutscher Elektrotechniker sind dann noch für eine Reihe weiterer Grössen, welche bei der Lichtmessung in Frage kommen, Einheiten und Benennungen derselben vorgeschlagen worden. Von diesen hat eigentlich nur die schon in § 254 behandelte Beleuchtung eine wirklich praktische Bedeutung. Als Mass für dieselbe wurde dort $E = \frac{J}{r^2}$ gefunden; drückt man hierin J in HE und r in m aus, so erhält man als Masseinheit für die Beleuchtung $1\ \frac{\text{HE}}{m^2} = 1$ Lux (Lx). Dieser Name ist anstatt der früher von COHN eingeführten Benennung „Meterkerze“, welche leicht zu Missverständnissen führen kann, neu eingeführt worden.

Für photochemische Prozesse ist die Belichtung = Beleuchtung in $Lx \times$ Zeitdauer in Sekunden von Wichtigkeit. Die Grösse $\Phi = \Sigma J d\omega = 4\pi J_s$ nennt man den totalen Lichtstrom der Lichtquelle, wenn die Summation über alle Elemente einer um diese mit dem Radius 1 beschriebenen Kugelfläche ausgedehnt wird; hierbei ist J_s die in § 255 definierte sphärische Intensität. Die Einheit für Φ ist dieselbe wie diejenige für J, da der räumliche Winkel ω eine unbenannte Zahl ist. Ist J_m die mittlere Intensität für einen beliebigen Winkelraum ω, so ist der partielle Lichtstrom $\Phi = \Sigma J d\omega = J_m$; umgekehrt kann man auch $J_m = \frac{\Phi}{\omega}$ und

$J = \frac{d\Phi}{d\omega}$ setzen. Endlich bezeichnet man noch den Quotienten Lichtstärke, dividiert durch die Grösse der leuchtenden Oberfläche als Flächenhelligkeit; die Masseinheit ist hierfür 1 HEFNER-Kerze pro cm².

3. Die Photometer.

259. Ältere Konstruktionen von Photometerköpfen.

Unter Photometerkopf verstehen wir denjenigen Teil eines Photometers, welcher die beiden Flächen enthält, deren Beleuchtungen durch das Auge des Beobachters miteinander verglichen werden sollen.

Die älteste Einrichtung dieser Art rührt von LAMBERT und RUMFORD her. Vor dem vertikalen Schirm AA' (s. Fig. 357, welche die Anordnung im Grundriss darstellt) steht in 10—15 cm Abstand ein etwa 2 cm dicker, mattschwarzer Stab. Rechts und links von der durch die Stabmitte gehenden und auf AA' rechtwinkligen Vertikalebene MM' stellt man die zu vergleichenden Lichtquellen L und N so auf, dass die beiden durch S erzeugten Schattenräume in M aneinander grenzen. Man reguliert alsdann die Abstände R und r, bis beide Schatten gleich hell erleuchtet erscheinen. Da alsdann der N zugehörige Schatten nur von L beleuchtet wird und umgekehrt, so ist nach § 252

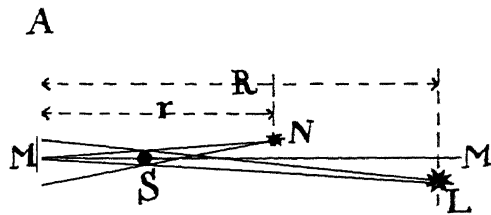
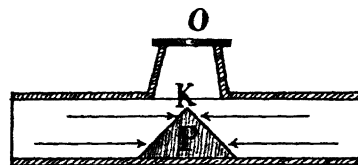
Fig. 357.

$$L : N = R^2 : r^2.$$

Der Nachteil dieser Anordnung besteht darin, dass die Umgebung der beiden Schattenräume von beiden Lichtquellen, also stärker beleuchtet ist; dadurch und durch die schwer zu vermeidende direkte Beeinflussung des Auges durch die Lichtquellen wird die Empfindlichkeit der Einstellung sehr beeinträchtigt. Bei ungleicher Färbung der Lichtquellen, z. B. wenn L weisseres Licht liefert als N, erscheint infolge von Kontrastwirkungen der von L beleuchtete Schatten blau, während der von N beleuchtete gelb aussieht. Die Vergleichung wird dann sehr unsicher und bei stärkeren Unterschieden unmöglich. In neuerer Zeit findet sich dieser Photometerkopf wieder bei dem Bogenlampenphotometer von AYRTON und PERRY.

Besser ist der Photometerkopf von RITCHIE (Fig. 358), bei welchem die beiden beleuchteten Flächenstücke von den mit mattweissem Papier beleimten Kathetenflächen eines rechtwinkligen Holzprismas P gebildet werden, das sich in einem geschwärzten Holz- oder Pappkasten befindet. Das Auge des Beobachters blickt durch die Öffnung O senkrecht auf die Kante K des Prismas.

Fig. 358.

Ein ähnliches Prinzip liegt der Konstruktion von LEHMANN (ETZ 1893, S. 407) zu Grunde, bei welcher die beiden Lichtquellen die matt geschliffenen Kathetenflächen F_1 und F_2 zweier rechtwinkliger

Glasprismen P_1 und P_2 beleuchten (Fig. 359). Mit den anderen Kathetenflächen sind dieselben auf eine planparallele Glastafel $G G'$ so aufgekittet, dass die Kanten in einer Linie scharf zusammenstossen. Die Beobachtung erfolgt durch eine auf diese Kante scharf eingestellte Lupe. — Genau dasselbe Prinzip ist bei dem Universalphotometer von BLONDEL und BROCA angewendet worden (s. UPPENBORN, Kalender f. El.-Techn. 1904, II. T., S. 99), nur liegen hier die total reflektierenden Prismen übereinander, so dass das Gesichtsfeld bei zwei Prismen in zwei, bei vier in vier horizontale Streifen zerfällt, die abwechselnd von der rechten und linken Lichtquelle beleuchtet werden (s. später).

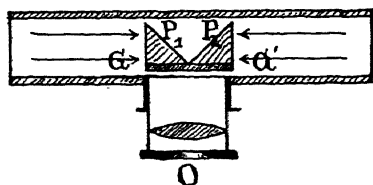



Fig. 359.

O

Fig. 360.

Einfacher ist das Diffusionsphotometer von JOLY, bei welchem zwei Parallelepipede aus Paraffin oder Milchglas unter Zwischenlage eines dünnen Stanniolblattes mit zwei Flächen aufeinander liegen (Fig. 360). Dieselben sind von einem geschwärzten Rohr umschlossen, und das eine empfängt Licht von der einen, das andere von der anderen Lichtquelle. Die beiden Hälften werden durch die Öffnung O beobachtet.

BUNSEN benutzt bei seinem Fettfleckphotometer die Änderung der Durchlässigkeit für Licht, welche weisses Papier durch Tränken mit Fett erleidet. Sind ϱ_1, δ_1 und α_1 die vom ungefetteten Papier reflektierten, durchgelassenen und absorbierten Teile der auffallenden Beleuchtung E, während dieselben Zahlen für den Fettfleck ϱ_2, δ_2 und α_2 sein mögen, wobei

$$\varrho_1 + \delta_1 + \alpha_1 = \varrho_2 + \delta_2 + \alpha_2 = 1$$

ist, so hat man als Lichteindruck auf das Auge

	Links	Rechts
Papier	$\varrho_1 E_l + \delta_1 E_r$	$\varrho_1 E_r + \delta_1 E_l$
Fettfleck	$\varrho_2 E_l + \delta_2 E_r$	$\varrho_2 E_r + \delta_2 E_l$

Man kann nun durch Regulieren von E_l und E_r es dahin bringen, dass der Fleck auf der linken Seite verschwindet; dann ist

$$\varrho_1 E_l + \delta_1 E_r = \varrho_2 E_l + \delta_2 E_r$$

oder:

$$E_l : E_r = \delta_2 - \delta_1 : \varrho_1 - \varrho_2.$$

Bringt man ebenso den Fleck rechts zum Verschwinden, so ist ebenso:

$$\varrho_1 E_r' + \delta_1 E_l' = \varrho_2 E_r' + \delta_2 E_l'$$

oder:

$$E_l' : E_r' = \varrho_2 - \varrho_1 : \delta_1 - \delta_2.$$

Aus beiden Gleichungen aber folgt dann:

$$E_l E_l' = E_r E_r'.$$

Hat man also etwa links das Normallicht N, rechts die zu messende Lichtquelle L, und sind die Abstände das eine Mal r und R, das andere Mal r' und R', so ist

$$E_l = \frac{N}{r^2},\ E_l' = \frac{N}{r'^2},\ E_r = \frac{L}{R^2};\ E_r' = \frac{L}{R'^2},$$

somit:

$$L : N = R R' : r r'.$$

Statt dessen kann man auch das Substitutionsverfahren anwenden, indem man auf die rechte Seite eine konstante Hilfslichtquelle stellt, auf die linke aber erst das Normal N, dann die zu messende Lichtquelle L, und den Fleck allemal auf der linken Seite zum Verschwinden bringt. Geschieht dies bei den Abständen r und R, so ist

$$L : N = R^2 : r^2.$$

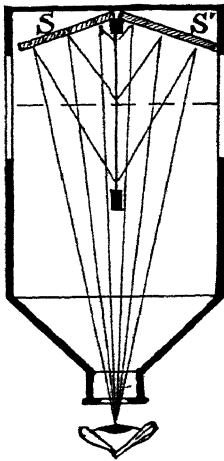
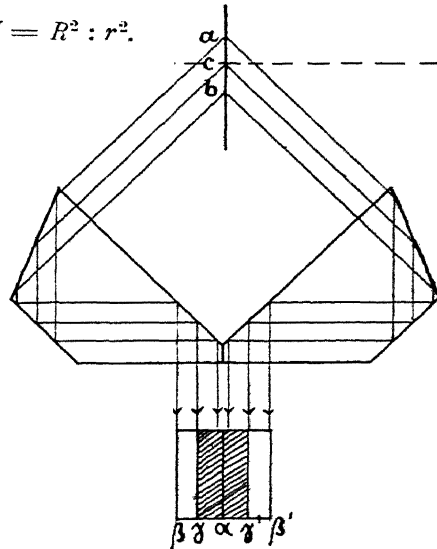



Fig. 361. Fig. 362.

Dagegen kann man es nie erreichen, dass der Fettfleck gleichzeitig auf beiden Seiten verschwindet, sondern nur, dass er beiderseits gegen die Papierfläche denselben Helligkeitsunterschied zeigt, wobei er auf beiden Seiten etwas dunkler erscheint, als das Papier. Dann ist:

$$(\varrho_1 - \varrho_2)\, E_l + (\delta_1 - \delta_2)\, E_r = (\varrho_1 - \varrho_2)\, E_r + (\delta_1 - \delta_2)\, E_l,$$

woraus folgt:

$$E_r = E_l.$$

Um die Beobachtungen nach der letztgenannten Methode ausführen zu können, hat Rüdorff den Schirm symmetrisch gegen zwei unter 140° gegeneinander geneigte Spiegel S, S' (Fig. 361) gestellt, so dass das in der Richtung der Schirmebene auf die Spiegel blickende Auge des Beobachters in den letzteren beide Seiten des Schirmes gleichzeitig nebeneinander erblickt. Die ganze Kombination ist in ein mattschwarz lackiertes Blechgehäuse eingeschlossen; das Licht fällt durch zwei kreisförmige Öffnungen von rechts und links auf den Schirm.

Bei der Rüdorffschen Anordnung liegen die zu vergleichenden Flächen nicht unmittelbar nebeneinander. Dies erreicht Krüss mittels zweier Prismen in der in Fig. 362 dargestellten Weise. Der rechteckige Fettfleck reicht bis *c*, und die beiden Prismen sind so gestellt, dass sie die Teile des Schirmes zwischen *a* und *b* durch dreimalige totale Reflexion für das von vorn auf die Prismen blickende Auge des Beobachters unmittelbar nebeneinander bringen.

Beim Bunsenschen Photometer tritt zwar, da ein Teil des Lichtes von L sich zu demjenigen von N hinzu mischt, eine gewisse Kompensation der Farbenunterschiede ein, indessen wird auch hier die Einstellung schwierig bezw. unmöglich, wenn die beiden Lichtquellen einen zu grossen Farbenunterschied besitzen. Hier hat Krüss Abhilfe geschaffen, indem er den zuerst von Wybauw ausgesprochenen Gedanken benutzte, dem Lichte der Normallampe eine bestimmte, messbare Menge des Lichtes der zu vergleichenden Lichtquelle hinzu zu mischen. Zu diesem Zwecke fängt man einen Teil des von L ausgesandten Lichtes mittels des kleinen Spiegels S auf und reflektiert es nach der von N beleuchteten Seite des Schirmes; der

Fig. 363.

Einfallswinkel sei γ (s. Fig. 363). Stellt man alsdann auf beiderseits gleiche Beleuchtung ein, so erhält man die Gleichung:

$$\frac{L}{R^2} = \frac{L\varrho\cos\gamma}{R'^2} + \frac{N}{r^2},$$

wenn

$$R' = LS + SF$$

gesetzt wird und ϱ den Bruchteil des auffallenden Lichtes bezeichnet, welchen S nach F hin reflektiert. Hieraus folgt:

$$\frac{L}{N} = \frac{R^2}{r^2}\,\frac{R'^2}{R'^2 - R^2\varrho\cos\gamma}.$$

In Wirklichkeit ist R immer so gross, dass $R' = R$ gesetzt werden kann; ferner kann γ für ein sehr weit entferntes L, wobei LS als parallel zu LF angesehen werden kann, gleich gesetzt werden 180° weniger dem doppelten Werte des Winkels x, den die Spiegelebene S mit der Richtung LF einschliesst, so dass dann einfacher

$$\frac{L}{N} = \frac{R^2}{r^2}\,\frac{1}{1 - \varrho\cos\gamma}$$

sich ergiebt. Der Wert $\frac{1}{1-\varrho\cos\gamma}$ kann leicht empirisch ermittelt werden, wenn man für L eine Lichtquelle nimmt, deren Stärke auf gewöhnlichem Wege bereits ermittelt worden ist.

Die Einrichtung des KRÜSSschen Kompensationsphotometers mit RÜDORFFschem Spiegelapparat zeigt Fig. 364. Der Winkel zwischen *LF* und der Spiegelebene wird durch den Zeiger angegeben. Während der RÜDORFFschen Spiegel wegen hier die Spiegel *S* oben angebracht sind, können dieselben bei Anwendung der in Fig. 362 abgebildeten Prismeneinrichtung auch hinten angeordnet werden.

Um den BUNSENschen Schirm herzustellen, bestreicht man einen eben abgedrehten Messingstempel, den man bis über den Schmelzpunkt des Stearins erwärmt hat, mit Stearin und drückt ihn leicht auf ein Stück weisses Schreibpapier. Nach dem Erkalten schabt man das überflüssige Stearin sorgfältig ab und erwärmt den Schirm auf einem Stück Blech nochmals bis zum Schmelzpunkt des Stearins. Da der BUNSENsche Schirm durch Staubansatz am Fettfleck leicht verdirbt, hat TÖPLER denselben durch einen anderen ersetzt, der aus drei übereinander gelegten Blättern von dünnem weissen Papier besteht, von denen das mittelste ein kreisförmiges Loch erhält.

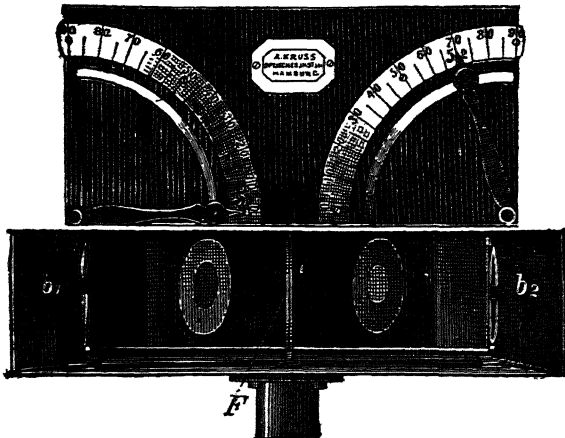



Fig. 364

Während durch die KRÜSSschen Konstruktionen das BUNSENsche Photometer auf einen hohen Grad der Vollkommenheit gebracht worden ist, gelang es LUMMER und BRODHUN (Zeitschr. f. Instr.-K. 1889) einen Ersatz für den BUNSENschen Schirm zu erfinden, der von dessen Nachteilen vollkommen frei ist. Die beiden zu untersuchenden Lichtquellen beleuchten die beiden Seiten eines Schirmes *S* aus Gips (Fig. 365). Von letzterem wird das Licht vermittels der beiden Spiegel R_1 und R_2 auf einen Glaswürfel *P* geworfen, welcher aus zwei mit den Hypotenusenflächen aufeinander liegenden, gleichschenklig rechtwinkligen Prismen besteht. Die Hypotenusenfläche des linken Prismas ist so abgeschliffen, dass sie nur mit einer kreisförmigen Fläche in der Mitte auf derjenigen des rechten Prismas aufliegt. Infolgedessen geht das von R_1 reflektierte Licht durch diesen Teil ungehindert hindurch und gelangt durch die Lupe *L* in das Auge des Beobachters, während das auf die abgeschliffenen Teile auftreffende Licht alles total reflektiert und von den mattschwarzen Wänden des Gehäuses absorbiert wird. Ebenso geht durch die Mitte alles von R_2 aus kommende Licht hindurch und wird von den Wänden des Gehäuses absorbiert, während das von dem die Mitte

260. Der Photometerkopf von Lummer u. Brodhun.

umgebenden, ringförmigen Teil der Hypotenusenfläche des rechten Prismas total reflektierte Licht ebenfalls durch L in das Auge des Beobachters gelangt. Der letztere sieht also, wenn die beiden Schirmseiten ungleich hell sind, entweder eine helle Ellipse in einem dunklen Ringe, wenn die rechte, oder umgekehrt eine dunkle Ellipse in einem helleren Ringe, wenn die linke Schirmseite die dunklere ist (Fig. 366). Etwaige Ungleichheiten der beiden Schirmseiten eliminiert man durch Umdrehen des Schirmes, etwaige Ungleichheiten in den Reflexionsverhältnissen der beiden Spiegel R_1 und R_2 durch Drehen des ganzen Apparates um 180^0, zu welchem Zwecke das um-

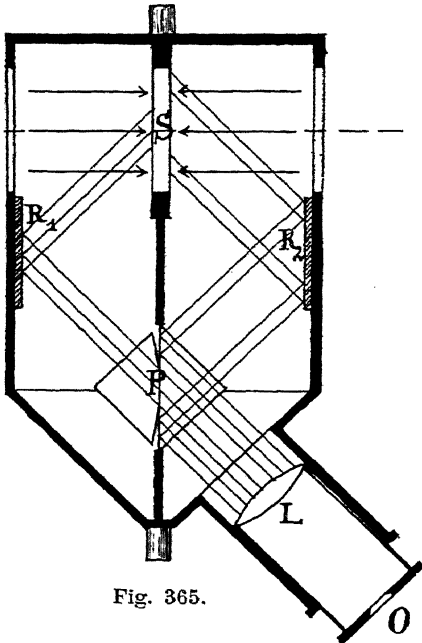



Fig. 365.

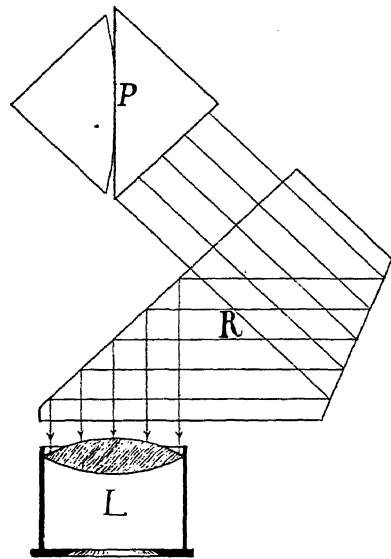
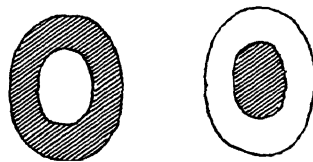



Fig. 367.

Fig. 366.

schliessende Gehäuse mit zwei Zapfen in einer Gabel gelagert ist. Da beide Strahlensysteme im Würfel P genau gleich lange Wege zurückzulegen haben, sind die im Glas absorbierten Anteile einander gleich.

Durch Hinzufügen eines Reflexionsprismas R von der aus Fig. 367 zu ersehenden Form ist es Krüss gelungen, die Lupe L in die Drehungsachse des Gehäuses zu bringen, was für den Beobachter erheblich bequemer ist. Diese Anordnung bietet besondere Vorteile, wenn dieser Photometerkopf zum Photometrieren unter verschiedenen Winkeln gegen die Horizontale benutzt werden soll; die Einrichtung des zu letztgenanntem Zweck mit einem Teilkreis ausgestatteten Instruments von Krüss zeigt Fig. 368.

Bei verschieden gefärbtem Licht tritt bei diesem Lummer-Brodhunschen Photometerkopf, weil keinerlei Kompensation durch Hinzumischen des Lichtes der anderen Seite stattfindet, wie beim Bunsenschen Schirm, der Unterschied in der Farbe weit deutlicher und störender hervor,

als bei letzterem, so dass für die meisten Augen die sichere Einstellung unmöglich wird. LUMMER und BRODHUN haben darum den Prismenwürfel so abgeändert, dass die Beobachtungen nach demselben Prinzip erfolgen, wie beim BUNSEN'schen Schirm mit RÜDORFF'schem Spiegel, d. h. dass beiderseits auf gleichen Helligkeitsunterschied zweier Flächenstücke eingestellt wird. Zu diesem Zweck beklebt man die Hypotenusenfläche des linken Prismas mit zwei Stückchen Schablonenkupfer, entsprechend den nicht schraffierten Teilen l_1 und l_2 von Fig. 369, und vertieft die schraffierten Teile r_1 und r_2 mittels Sandstrahlgebläses. Hierauf setzt man die Prismen zu dem Würfel zusammen (Fig. 370). Es senden alsdann die Teile r_1 und r_2 reflektiertes Licht, welches von rechts her kommt, l_1 und l_2 durchgelassenes Licht, welches von links her kommt ins Auge des Beobachters. Es würden

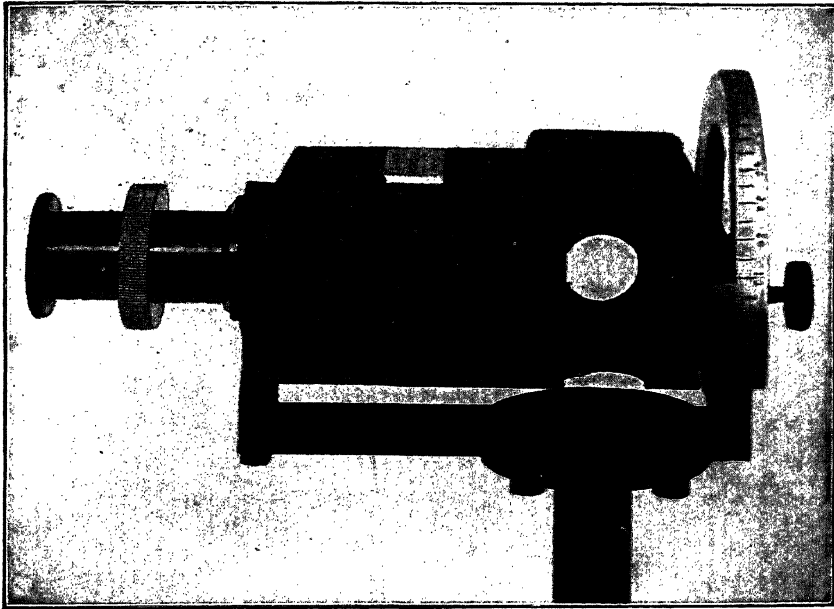



Fig. 368.

also bei gleicher Beleuchtung der beiden Seiten des Gipsschirmes mit gleichfarbigem Licht die Figuren völlig verschwinden und das Gesichtsfeld würde gleichförmig hell erscheinen. Um nun die Kontrasterscheinung hervorzubringen, legt man die dünnen Glasplatten g_1 und g_2 auf die vom ankommenden Licht getroffenen beiden Prismenflächen, deren Dicke so bemessen ist, dass sie etwa 8 % des Lichtes absorbieren. Damit die Kanten von g_1 und g_2 dem Auge nicht sichtbar werden, muss die Mittelkante von g_1 auf die Mitte des linken Teils von r_2, diejenige von g_2 auf die Mitte des rechten Teils von l_2 fallen (Fig. 370). Bei gleich starker Beleuchtung der beiden Seiten des Gipsschirmes mit gleichfarbigem Licht erscheinen demnach die Teile r_1 und l_1 um gleichviel dunkler als r_2 und l_2 und heben sich gleichmässig von diesen ab, während r_2 und l_2 gleichmässig ineinander übergehen (Fig. 371 a). Vermindert man nun die Beleuchtung links und verstärkt diejenige rechts, so erscheinen der Reihe nach die Bilder Fig. 371 b, c, d;

ebenso würden beim umgekehrten Verfahren die Bilder Fig. 371 a bis d erscheinen, wenn man dabei das Buch auf den Kopf stellt und die Buchstaben r und l vertauscht. Die mit diesem Photometerkopf bei Einstellung auf gleichen Kontrast (Fig. 371 a) zu erreichende Genauigkeit beträgt $^1/_4\,^0/_0$.

Bei ungleich gefärbtem Licht tritt auch bei dieser Anordnung keine Kompensation ein. Wenn der Farbenunterschied indessen nicht zu gross ist, wie etwa zwischen der HEFNER-Lampe und einer weiss brennenden Glühlampe, hat man als ebenso scharfes Kriterium für die gleiche Beleuchtung der beiden Schirmseiten die Erscheinung, dass trotz der ungleichen Färbung der beiden Felder r_2, l_2 die Trennungslinie zwischen ihnen verwaschen erscheint, so dass beide kontinuierlich ineinander übergehen. Diese Erscheinung wird durch den Kontrast der ungleich gefärbten Fel-

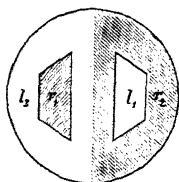
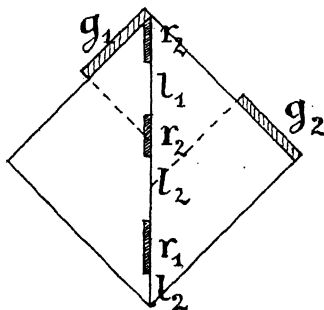
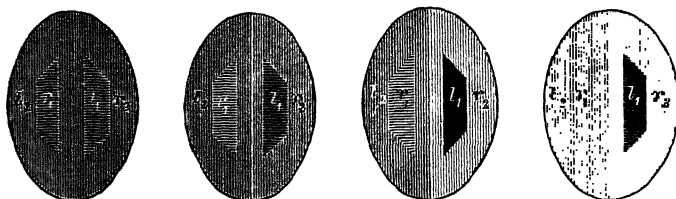



Fig. 369. Fig. 370.

g. 371.

der r_1 und l_1 wesentlich beeinträchtigt, weshalb man beim Vergleich ungleich gefärbter Lichter besser die Glasplatten g_1 und g_2 entfernt.

261. Das Flimmerphoto-

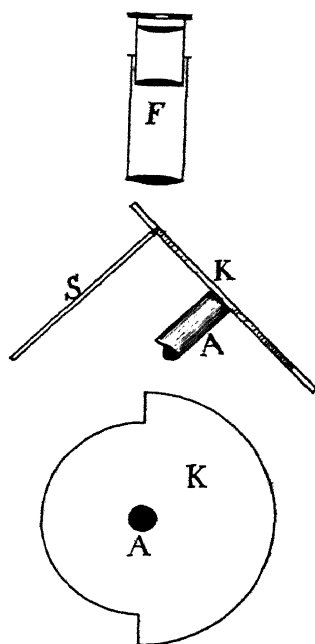
Eine weitere, zuerst (1893) von ROOD, später in anderer Form von WHITMAN (1900) angegebene Photometervorrichtung beruht auf der Erscheinung des Flimmerns oder Flackerns, die eintritt, wenn das Auge in rascher Folge von Lichteindrücken verschiedener Helligkeit getroffen wird. Der WHITMANsche Apparat besteht aus einem schräg gestellten, mattweissen Schirm S, der von links her durch die eine Lichtquelle beleuchtet wird (Fig. 372), und vor welchem eine unter gleichem Winkel nach der anderen Seite geneigte, ebenfalls mattweisse Kreisscheibe K um die Achse A in rasche Rotation versetzt werden kann. Diese Kreisscheibe hat die in der Nebenfigur gezeichnete Form, so dass bei jeder Umdrehung im Fernrohr F erst der Schirm S, dann der Rand von K erblickt wird. Bei ungleicher Beleuchtung von S und K entsteht der Eindruck des Flackerns, der verschwindet, sobald die Beleuchtungen gleich stark werden. Dies soll unabhängig von der Farbe der beiden zu vergleichenden Lichter eintreten.

Eine bequemere Form dieses Photometers ist von ROOD konstruiert worden und in der Zeitschr. f. Instrk. 1900, S. 190 beschrieben. Dieselbe besteht aus einem RITCHIE schen Prisma (§ 259) aus Gips, vor dessen Kante eine konkave Cylinderlinse aufgestellt ist. Diese wird in rasch hin- und hergehende Bewegung versetzt; alsdann erblickt das durch sie nach dem Prisma hinsehende Auge des Beobachters abwechselnd die eine und andere Seite desselben, und es entsteht bei ungleicher Beleuchtung ebenfalls der Eindruck des Flimmerns, welcher verschwindet, wenn die Beleuchtungen gleich gemacht worden sind, und zwar ebenfalls unabhängig von der verschiedenen Färbung der beiden zu vergleichenden Lichter.

Weitere Konstruktionen des Flimmerphotometers rühren her von SIMMANCE und ABADY, und von KRÜSS (vgl. die Abhandlungen des letzteren in der Zeitschr. f. Gasbel. 1904 sowie in der Physik. Zeitschr. 5. Jahrg., S. 65). Erstere beleuchten eine Mattglasscheibe MG (Fig. 373) durch eine rasch oscillierende Blende hindurch abwechselnd mit den zu vergleichenden Lichtquellen L und N, während KRÜSS die in Fig. 374 skizzierte Anordnung angiebt, wobei statt einer oscillierenden zwei nach entgegengesetzter Richtung rotierende Blenden angewandt sind, durch die hindurch das Licht von L und N erst auf die beiden Spiegel S und S' fällt und von diesen auf die Mattscheibe MG geworfen wird.

Fig. 372.

KRÜSS beschreibt ferner ein Flimmerphotometer, bei welchem das Prinzip des RITCHIE schen Prismas angewendet ist. Zwei rechtwinklige Kegelstumpfe werden nach den punktierten Richtungen (Fig. 375a) zerschnitten und die untere Hälfte des linken mit der oberen des rechten Kegels zu einem Körper (Fig. 375b) vereinigt, dessen Oberfläche einen mattweissen Anstrich erhält. Dieser Körper wird von oben her durch ein Okularrohr beobachtet und von links und rechts von den beiden zu vergleichenden Lichtquellen beleuchtet; dabei wird er um die Achse AA in mässig rasche Rotation versetzt.

Ein von der Firma SCHMIDT & HÄNSCH gebautes Flimmerphotometer endlich beschreibt BECHSTEIN (Zeitschr. f. Instrk. 1905, S. 45). Bei diesem werden die Kathetenflächen eines RITCHIE schen Prismas aus Gips G (Fig. 376) von den beiden zu vergleichenden Lichtquellen J_1 und J_2 beleuchtet. Dieses Prisma sitzt in einem vom Träger T (Fig. 377) gehaltenen Rohrstück und lässt sich, um die beiden Kathetenflächen vertauschen zu können, darin um 180° drehen. In demselben Rohrstück sitzt der Körper K, der nach dem Prisma zu eine Blende, am anderen Ende eine keilförmige Linse trägt und durch einen kleinen Elektromotor M in rasche Rotation versetzt werden kann. Eine zweite, feststehende Linse entwirft am Okularende A ein durch die Blende begrenztes Bild der Prismenseiten, wobei infolge der schrägen Stellung der Linse K bei jeder Halbdrehung die beiden Prismenseiten vertauscht werden, somit bei ungleicher Beleuchtung derselben der Eindruck des Flimmerns hervorgerufen wird.

Die Untersuchungen von KRÜSS und anderen lehren, dass die Erscheinungen des Flimmerphotometers verwickelter sind, als man ursprünglich angenommen hat, und dass namentlich die Vergleichung sehr verschieden

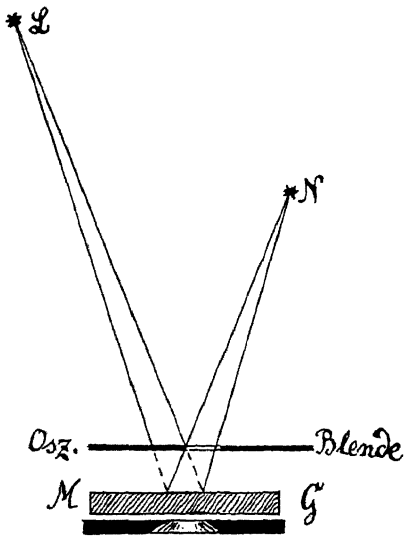



Fig. 373.

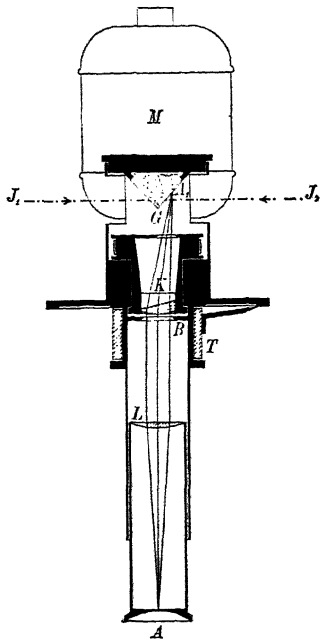
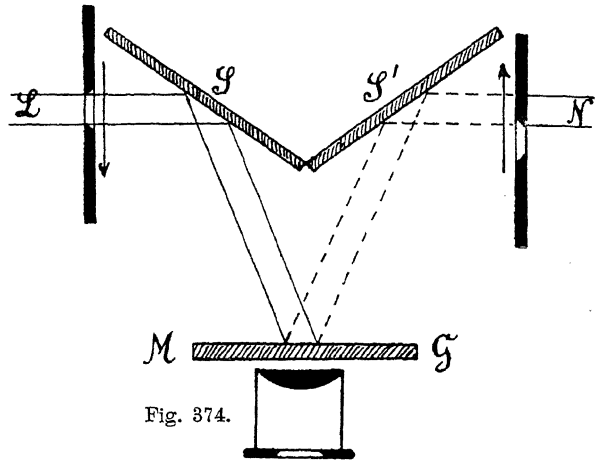



Fig. 374.

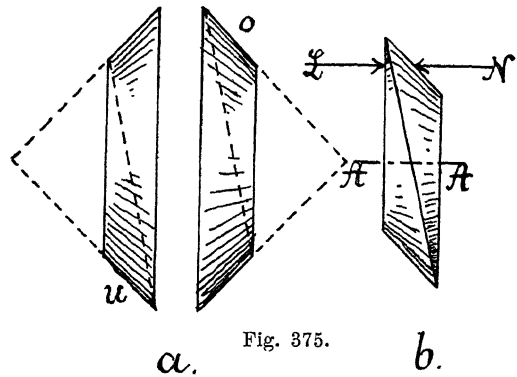
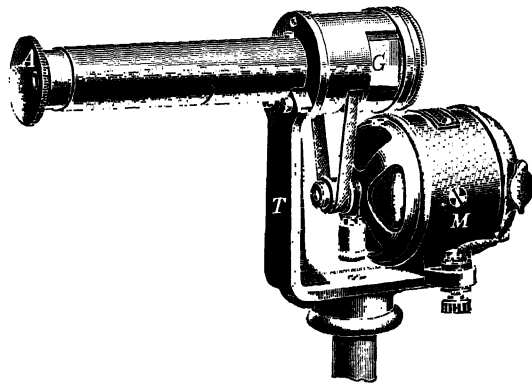



Fig. 375.

Fig. 376.

Fig. 377.

gefärbter Lichter auch hier grössere Schwierigkeiten darbietet. Vor allen Dingen kommt sehr viel auf die Wahl der richtigen Oscillationsdauer an (vgl. KRÜSS, Physik. Zeitschr. l. c.).

262. Polarisationsphotometer.

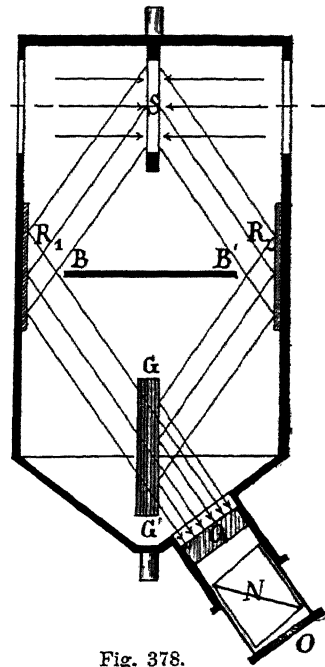
Von den für technische Messungen weniger wichtigen Polarisationsphotometern sollen hier nur kurz die Konstruktionsprinzipien angegeben werden.

Betrachtet man eine mit polarisiertem Licht beleuchtete Fläche durch einen Analysator, etwa ein NICOLsches Prisma, dessen Polarisationsebene mit derjenigen des Lichtes einen Winkel φ bildet, so ist die Stärke des durch den Analysator hindurchgehenden Lichtes proportional $\cos^2 \varphi$.

Man schickt nun das von den beiden Lichtquellen kommende Licht durch einen Polarisator, so dass die beiden Hälften des Gesichtsfeldes des Photometerkopfes von Lichtstrahlen beleuchtet werden, die rechtwinklig zu einander polarisiert sind. Dann kann man entweder einen Analysator, z. B. ein NICOLsches Prisma, mit Teilkreis benutzen und so einstellen, dass die beiden Hälften des Gesichtsfeldes gleich hell erscheinen (Photometer von ZÖLLNER); schliesst alsdann die Polarisationsebene des Analysators mit denjenigen der beiden Lichter die Winkel φ und $90^0 - \varphi$ ein, und sind die Beleuchtungen beiderseits E_l und E_r, so trifft vom linken Gesichtsfeld auf das Auge die Helligkeit $E_l \cos^2 \varphi$, von rechts $E_r \cos^2 (90^0 - \varphi)$, d. h. wenn beide Seiten gleich hell erscheinen, ist

$$E_l : E_r = \tan^2 \varphi.$$

Fig. 378.

Die Schärfe der Einstellung wird noch grösser, wenn man die von den beiden Seiten kommenden, rechtwinklig zu einander polarisierten Lichtstrahlenbündel vor ihrem Eintritt ins Auge mischt und das gemischte Licht durch eine Vorrichtung hindurchgehen lässt, welche im polarisierten Licht Interferenzerscheinungen zeigt, wie die SAVARTsche Quarzdoppelplatte mit NICOLschem Prisma. Eine solche zeigt im polarisierten Lichte parallele dunkle Interferenzstreifen, welche im gewöhnlichen Lichte verschwinden. Wie gewöhnliches Licht verhalten sich aber auch zwei miteinander gemischte, rechtwinklig zu einander polarisierte Strahlenbündel gleicher Intensität. Auf dieses Prinzip hat WILD einen Photometerkopf gegründet, der äusserlich dem LUMMER-BRODHUNschen sehr ähnelt (Zeitschr. f. Instrk. 1889, S. 180). Bei diesem Apparat (Fig. 378) werden von den beiden Lichtern ebenfalls die beiden Seiten eines Gipsschirmes S beleuchtet, und das von diesem zerstreut reflektierte Licht durch die beiden Spiegel R_1 und R_2 unter dem Polarisationswinkel auf einen Satz von dünnen Glasplatten $G\,G'$ geleitet. In das aus der Quarzdoppelplatte Q und dem NICOLschen Prisma N bestehende SAVARTsche Polariskop gelangt dann von links her das durchgelassene, von rechts her das reflektierte Licht, und beide Lichtbündel sind rechtwinklig zu einander polarisiert. Da infolge der ungleichen Verluste für das am Glasplattensatz reflektierte und für das durchgelassene Licht die Interferenzstreifen bei genau gleicher Helligkeit der beiden Seiten des Gipsschirmes nicht verschwinden würden, sondern dafür die Helligkeit

links das k-fache von derjenigen rechts betragen muss, wo k etwas grösser als 1 ist, so muss man bei diesem Photometer entweder das Substitutionsverfahren anwenden, indem man z. B. links eine konstante Lichtquelle aufstellt, rechts der Reihe nach die beiden zu vergleichenden Lichter, oder man muss k ermitteln, indem man rechts und links zwei gleich starke Lichtquellen, etwa zwei Normallampen aufstellt; muss man die linke auf r_1 nähern, um die Streifen zum Verschwinden zu bringen, während die rechte um r_2 vom Gipsschirm entfernt ist, so ist

$$k = r_2^2 : r_1^2.$$

263. Die Photometerbank. Um bei den verschiedenen Photometerköpfen die erforderliche Abstufung der Beleuchtungsstärken auf beiden Seiten hervorzubringen, ändert man am bequemsten die Abstände der Lichtquellen von den von ihnen erleuchteten Schirmflächen. Um dies bequem ausführen und nach erfolgter Einstellung

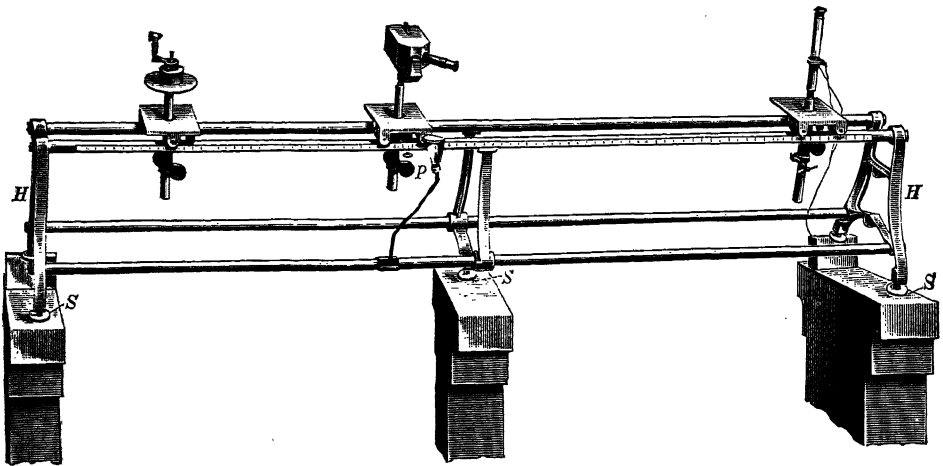



Fig. 379.

diese Abstände genau messen zu können, bedient man sich hierbei einer sogenannten Photometerbank. Eine sehr zweckmässige Konstruktion ist diejenige, welche LUMMER und BRODHUN bei ihren photometrischen Untersuchungen in der Phys.-techn. Reichsanstalt angewandt haben. Dieselbe besteht aus zwei über 3 m langen, etwa $3^1/_2$ cm weiten Stahlröhren, welche durch drei mit Fussschrauben versehene, gusseiserne Böcke parallel miteinander verbunden sind (Fig. 379). Unten sind die Böcke durch Gasrohre verbunden. Die Rohre sind mattschwarz gebeizt oder erhalten, wie bei der Ausführung von HARTMANN & BRAUN, einen Mantel aus Hartgummi. Das eine Rohr erhält eine Teilung in Centimeter bezw. Millimeter; zur bequemen Ablesung der Einstellung dient eine kleine Glühlampe. Die zu vergleichenden Lichtquellen sowie der Photometerkopf werden auf Wagen befestigt, die sich durch Pressschrauben P festklemmen lassen. Die Höheneinstellung lässt sich durch Zahnstange und Trieb justieren und durch Klemmmuffen fixieren.

In der Regel stellt man Normal- und zu vergleichendes Licht in konstantem Abstand voneinander auf (je nach der Stärke der zu messenden Lichtquelle 1 bis 3 m) und verschiebt den dazwischen stehenden Photometerkopf so lange, bis die Einstellung auf gleiche Helligkeit erreicht ist. Man

wiederholt dies mehreremal, nachdem man den Photometerkopf allemal vorher wieder völlig verschoben hat, und nimmt aus den einzelnen Ablesungen das Mittel. Bei einer Banklänge von 3 m kann man so, wenn man mit dem Normallicht bis auf 30 cm an den Photometerkopf herangeht, noch Lichtstärken bis etwa 80 HE direkt messen.

Man kann auch das Normallicht mit dem Photometerkopf in konstantem Abstand von z. B. 30 cm von diesem auf einem Schlitten gemeinsam befestigten und beide gegen die zu messende Lichtquelle gemeinsam verschieben; dieses Verfahren eignet sich indessen nicht für Hefner- und andere offen brennende Lichter, weil durch den bei der Bewegung entstehenden Luftzug das ruhige Brennen derselben gestört wird. Bei konstanter Entfernung des Normallichtes kann man die Teilung der Skala direkt nach Normalkerzen ausführen, also die Berechnung der Quotienten $r_1^2 : r_2^2$ sparen; diese Teilung ist in der Regel auf dem anderen Rohr angebracht.

Verfasser bedient sich mit grossem Vorteil einer sorgfältig ausgerichteten und auf dem einen Flansch genau gehobelten I-Schiene von etwa 15 cm Steghöhe und von reichlich 5 m Länge; am Steg ist ein in Millimeter geteilter, 5 m langer, hölzerner Massstab befestigt, an welchem die Einstellung der Wagen abgelesen wird. Diese Schiene ruht ebenfalls auf drei, mittels Fussschrauben genau zu justierenden, gusseisernen Böcken. Man kann mit dieser Bank Lichtquellen bis etwa 200 HE Stärke direkt mit dem Normallicht vergleichen.

264. Zwischenlichter.

Da einesteils das Brennmaterial für die Hefner-Lampe sehr teuer ist, andererseits durch die geringste Luftbewegung die Flamme beunruhigt wird, ersetzt man zweckmässig die Hefner-Lampe durch eine Benzinkerze mit weitem Glascylinder und Flammenmass (§ 257), welche man von Zeit zu Zeit mit der Hefner-Lampe vergleicht. Hat man sehr starke Lichtquellen zu photometrieren, so bedient man sich zweckmässig als Hilfslicht einer stärkeren Lichtquelle, die man von Zeit zu Zeit mit der Hefner-Lampe vergleicht. Als solche empfehlen sich grössere Glühlampen, welche man von einer Akkumulatorenbatterie aus speist, Petroleumintensivbrenner oder (namentlich für das Photometrieren von Bogenlampen) Auersche Glühlichtbrenner. Bei den letzteren muss man sich sehr vor Schwankungen des Gasdrucks hüten, welche bedeutende Helligkeitsschwankungen verursachen können; deswegen ist es zu empfehlen, anstatt des Gasglühlichtes Spiritus- oder Petroleumglühlicht zu benutzen.

265. Weitere Mittel zur Abstufung der Helligkeit.

Wenn auch mit einem stärkeren Hilfslicht die Messung nicht mehr möglich ist, oder wenn man aus irgend einem Grunde ein solches nicht anwenden kann, so kann man auf einem der folgenden Wege eine Abschwächung der zu starken Beleuchtung erzielen:

1. Durch absorbierende Milch- oder Rauchgläser, wobei man aber unter Umständen Fehler dadurch erhält, dass diese Mittel eine auswählende Absorption besitzen, wodurch das durch sie hindurchgegangene Licht mehr oder weniger in der Farbe geändert wird. Den Absorptionskoeffizienten bestimmt man durch Photometrieren einer genügend starken Lichtquelle, deren Stärke man vorher direkt ermittelt hat.

2. Durch Dispersion mittels Zerstreuungslinsen. Stellt man zwischen die Lichtquelle L und den von ihr beleuchteten Schirm SS' (Fig. 380) eine Zerstreuungslinse von der Zerstreuungsweite f, so wird dasselbe Licht, welches ohne die Linse auf einen Kreis mit dem Durchmesser d fallen würde,

über eine Kreisfläche vom Durchmesser D ausgebreitet, d. h. die Beleuchtung der Schirmfläche wird von $E = \frac{J}{R^2}$ auf $E \cdot \frac{d^2}{D^2}$ vermindert. Nun ist nach dem Linsengesetz:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = - \frac{1}{f}.$$

Ferner ist

$$r = R - a + b \text{ und } d : s = R : a, \; D : s = r : b,$$

also

$$\frac{d}{D} = \frac{R}{r} \cdot \frac{b}{a}.$$

Setzt man für b und r die Werte ein, so folgt

$$\frac{d}{D} = \frac{R}{R + \frac{a\,(R-a)}{f}},$$

oder es reduziert sich die von L auf S erzeugte Beleuchtung von

$$\frac{J}{R^2} \text{ auf } \frac{J}{\left(R + \frac{a}{f}\,(R-a)\right)^2}$$

Die in der Linse ausserdem eintretende Absorption kann man kompensieren, indem man auf der anderen Seite eine planparallele Glasplatte von gleicher mittlerer Stärke zwischen Lichtquelle und Schirm stellt.

3. Durch Schwächung des Lichtes mittels rasch rotierender Sektorenscheiben. Nach Talbot ist nämlich die physiologische Wirkung eines so rasch intermittierenden Lichtes, dass der Lichteindruck unserem Auge kontinuierlich erscheint, ebenso gross, als wenn die gesamte das Auge treffende Lichtmenge, d. h. die Summe $S \frac{J}{r^2}\,dt$, in gleichmässigem Strome zugeführt würde, entspricht also dem Werte $\frac{1}{t}\,S\,\frac{J}{r^2}\,dt$. Bringt man also in den Gang der den Photometerkopf treffenden Lichtstrahlen eine Kreisscheibe mit einem ausgeschnittenen Sektor von α^0 Centriwinkel, welche man sehr rasch (20 U./sec oder mehr) rotieren lässt, so wird die Beleuchtung des Photometers auf das $\frac{\alpha}{360}$-fache des ursprünglichen Wertes reduziert. Die Richtigkeit des von verschiedenen Seiten angezweifelten Talbotschen Gesetzes haben Lummer und Brodhun durch sorgfältige Versuche in der Phys.-techn. Reichsanstalt bestätigt; die Genannten haben gleichzeitig eine rotierende Sektorenscheibe konstruiert, deren Centriwinkel sich während der Rotation verstellen lässt (s. Zeitschr. f. Instrk. 1896, S. 299 und 1904, S. 313).

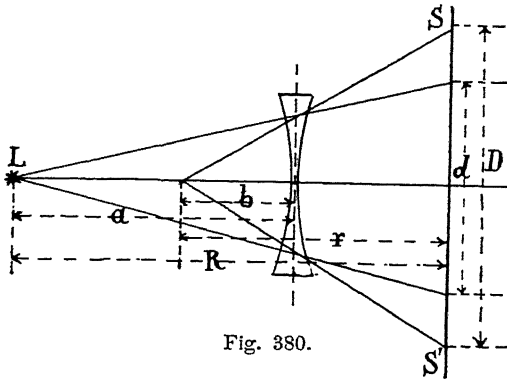
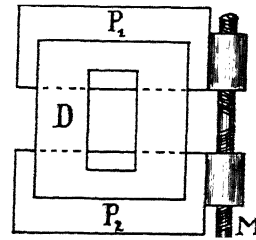
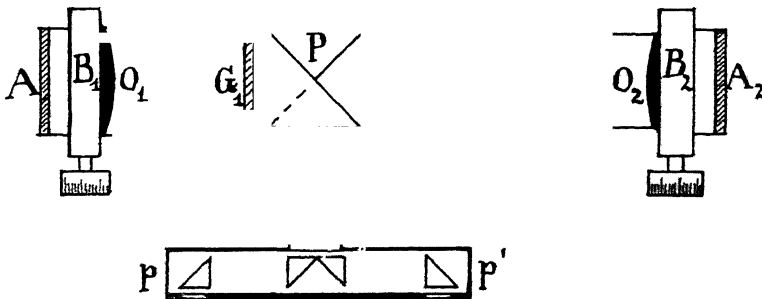
4. Die Abschwächung des Lichtes durch mikrometrisch verstellbare Blenden in Verbindung mit Objektivlinsen, eine Methode, welche namentlich bei Spektrophotometern und Photometern für astronomische Zwecke verwendet worden ist, und welche Blondel und Broca bei ihrem Universalphotometer (s. § 259) benutzt haben. Die zu vergleichenden Lichtquellen beleuchten zunächst zwei Albatringlasplatten A_1 und A_2 (Fig. 381). Das von diesen ausgehende Licht passiert alsdann die verstellbaren Blenden B_1 und B_2, welche aus Diaphragmen D mit rechteckigen Schlitzen bestehen

(Fig. 382), die durch die mikrometrisch zu bewegenden Querplatten P_1 und P_2 beliebig in der Höhe abgeblendet werden können; solche Blenden D werden mehrere mit verschiedenen Schlitzbreiten dem Apparat beigegeben. Hinter den Blenden B_1 und B_2 befinden sich die beiden gleichen Objektive O_1 und O_2, durch welche das Licht gleichmässig über die beiden Mattglasscheiben G_1 und G_2 des schon in § 259 erwähnten Photometerkopfes ausgebreitet wird. P ist der Prismensatz des letzteren, durch welchen hindurch mittels der Lupe L die Glasplatten G_1 und G_2 betrachtet werden. Der Prismenapparat pp' ermöglicht die gleichzeitige Anwendung beider Augen.

Fig. 380.

Fig. 382.

Fig. 381.

266. Das Photometer von Leonh. Weber.

Das für technische Messungen sehr bequeme und seiner vielseitigen Anwendbarkeit wegen zu empfehlende Webersche Photometer besteht aus zwei gegeneinander rechtwinkligen Rohren von etwa 80 mm Durchmesser (Fig. 383), von denen das eine horizontal an einem Halter festgeklemmt ist; das andere lässt sich um die Achse des horizontalen Rohres drehen, wobei der Winkel mit dem Horizont an einem Gradbogen abgelesen wird. Am anderen Ende des horizontalen Rohres sitzt mittels Bajonettverschlusses eine Kammer mit einer Benzinkerze, deren Flammenhöhe man auf genau 20 mm hält. Diese beleuchtet einen mittels Zahnstange und Trieb verschiebbaren Milchglasschirm M (Fig. 384), dessen Entfernung r von der Benzinkerze an einer Skala abgelesen wird. Das von der anderen Seite dieses Schirmes ausgestrahlte Licht fällt auf einen Lummer-Brodhunschen Würfel P, der in der Mitte des drehbaren Rohres befestigt ist. Nach diesem Würfel blickt der Beobachter durch das Okular O, vor welches bei sehr steilen Stellungen des Rohres das Reflexprisma p geschlagen werden kann, um das Hineinblicken

zu erleichtern. Am andern Ende dieses drehbaren Rohres sitzt ein quadratisches Gehäuse, in welches sich nach Bedarf weitere Milchglasplatten M', welche die Nummern 3, 4, 5, 6, 7 tragen, sowie eine Mattglasscheibe (1) und eine einseitig mit einer dünnen Milchglasschicht überfangene Glasscheibe (2) einschieben lassen. Nach vorn ist dieses Plattengehäuse durch das Blendrohr B abgeschlossen, welch letzteres aber auch entfernt werden kann. — Für gewöhnlich besteht M' aus Platte 3 allein; dasselbe wird von der zu messenden Lichtquelle aus einem Abstand R beleuchtet, deren Lichtstärke J sich alsdann nach der Formel

$$J = C_3 R^2$$

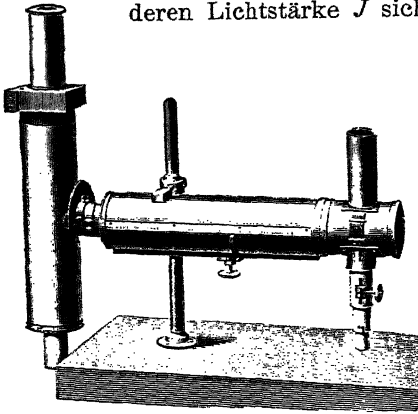
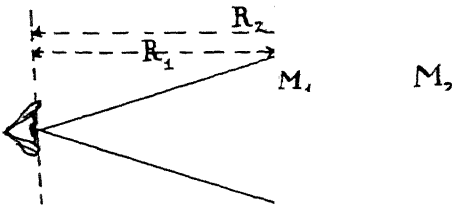
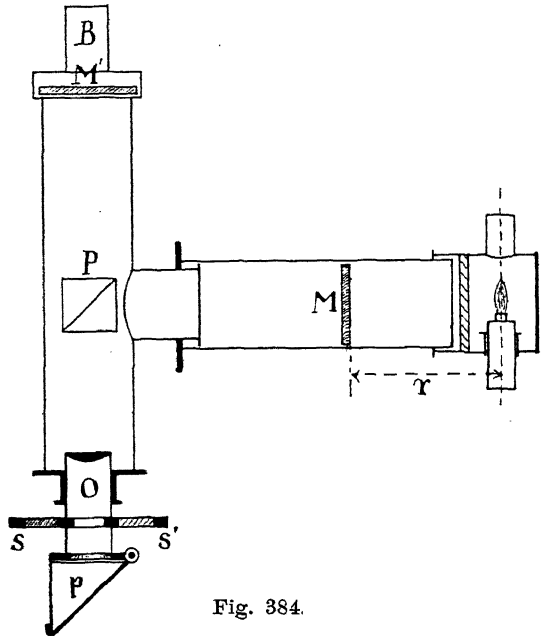



Fig. 383.

Fig. 385.

Fig. 384.

berechnet. Dabei kommt es auf die Abstände der Platten M und M' von P vom Auge des Beobachters nicht an, wenn durch passende Abblendung bezw. dafür gesorgt ist, dass der nach dem Auge gelangende Lichtkegel nur von Punkten der Platten M bezw. M' herrührt, und wenn letztere gleichmässig beleuchtet sind; denn dann bleibt die ins Auge gelangende Lichtmenge dieselbe, weil zwar beim Anwachsen des Abstandes von R_1 auf R_2 (Fig. 385) die von jedem Flächenelement entwickelte Beleuchtung im Verhältnis $R_1^2 : R_2^2$ abnimmt, dafür aber die Zahl der das Auge beeinflussenden Flächenelemente im umgekehrten Verhältnis $R_2^2 : R_1^2$ zunimmt.

Ist die Beleuchtung von M' so stark, dass diejenige von M durch die Benzinkerze auch beim kleinsten Abstande r (etwa 8 cm) zur Kompensation nicht ausreicht, so schiebt man nach Bedarf vor 3 die Platten 4, 4 und 5 u. s. w., wobei man anstatt der Konstante C_3 die grösseren Konstanten C_4, C_5 ... zu setzen hat.

Die Bestimmung der Konstante C_3 geschieht direkt durch Beleuchtung von 3 mittels einer Normallampe; deren Abstand muss dabei, damit die

Beleuchtung von M' nicht zu schwach wird, kleiner als 50 cm genommen werden. Sind R und r die Abstände, so hat man

$$1\ \text{HE} = C_3 \frac{R^2}{r^2},\ \text{d. h.}\ C_3 = \frac{r^2}{R^2}\ \text{HE}.$$

Die Verhältnisse $C_4 : C_3$, $C_5 : C_3$ u. s. w. ermittelt man alsdann, indem man erst mit 3 allein, dann mit dem betreffenden Plattensatz eine genügend starke und konstante Lichtquelle photometriert, deren Abstand R man dabei immer so wählt, dass die Einstellung von M noch möglich ist; dann ist z. B.

$$J = C_3 \frac{R^2}{r^2} = C_4 \frac{R'^2}{r'^2},\ \text{also}\ C_4 : C_3 = \frac{R^2}{r^2} : \frac{R'^2}{r'^2}\ \text{u. s. w.}$$

Die so bestimmten Konstanten C_3, C_4 ... trägt man in eine Tabelle ein, welche übrigens dem Apparat vom Fabrikanten beigegeben wird, und deren Werte nur von Zeit zu Zeit zu kontrollieren sind; namentlich gilt dies von C_3, welches sehr wesentlich von der verwendeten Benzinsorte beeinflusst wird und deshalb öfters neu bestimmt werden muss, während die Verhältnisse $C_4 : C_3$ u. s. w. sich kaum ändern, wenn die Platten rein gehalten werden.

Das Webersche Photometer lässt sich leicht zerlegen und mit allem Zubehör in einem Transportkasten verpacken; letzterer dient gleichzeitig als Fuss für die Stativsäule, an welcher das horizontale Rohr festgeklemmt wird.

267. Photometrieren bei Farbenunterschieden.

Wenn die Farbenunterschiede zwischen der zu photometrierenden Lichtquelle und der Benzinkerze so gross werden, dass der Lummer-Brodhunsche Würfel keine sichere Einstellung mehr gestattet, kann man nach L. Weber in folgender Weise zum Ziele gelangen. Man photometriert erst, während man vor das Okular O ein r o t e s, dann nochmals, während man davor ein dazu komplementäres g r ü n e s Glas schiebt. Beide Gläser sitzen in einem Schieber ss' (Fig. 384), der ausserdem noch eine dritte, leere Öffnung für die gewöhnlichen Messungen enthält. Sind J_r und J_g die hierbei ermittelten Lichtstärken, so berechnet man zunächst den Quotienten $J_g : J_r$ und bestimmt mit dessen Hilfe aus nachstehender Tabelle einen Faktor k.

Tabelle V.

$\frac{J_g}{J_r}$	k	$\frac{J_g}{J_r}$	k	$\frac{J_g}{J_r}$	k	$\frac{J_g}{J_r}$	k
0·3	0·50	1·7	1·46	3·0	2·02	4·3	2·41
0·4	0·56	1·8	1·50	3·1	2·05	4·4	2·44
0·5	0·64	1·9	1·55	3·2	2·08	4·5	2·47
0·6	0·72	2·0	1·60	3·3	2·11	4·6	2·49
0·7	0·80	2·1	1·65	3·4	2·15	4·7	2 52
0·8	0·87	2·2	1·70	3·5	2·18	4·8	2·55
0·9	0·94	2·3	1·75	3·6	2·20	4·9	2·57
1·0	1·00	2·4	1·80	3·7	2·24	5·0	2·60
1·1	1·08	2·5	1·84	3·8	2·27	5·1	2·62
1·2	1·15	2·6	1·88	3·9	2·30	5·2	2·64
1·3	1·22	2·7	1·92	4·0	2·33	5·3	2·67
1·4	1·28	2·8	1·96	4·1	2·36	5·4	2·69
1·5	1·34	2·9	1·99	4·2	2·39	5·5	2·71
1·6	1·40						

Alsdann ist nach L. WEBER der physiologische Wert der betreffenden Lichtstärke:

$$J = J_r \cdot k.$$

Leider ist bei diesem Verfahren, namentlich für das rote Glas, die Einstellung etwas schwierig, weil die Beleuchtung dadurch ziemlich stark geschwächt wird.

Die Bestimmung der Konstanten k erfolgt nach L. WEBER mittels zweier Milchglasplatten, welche mit ringförmig schraffierten Feldern von abnehmender Dichte der Schraffierung versehen sind. Beide stellt man dicht nebeneinander, beleuchtet die eine mit einer Benzinkerze, die andere mit der zu photometrierenden Lichtquelle (Glühlampe, Auerlicht, Bogenlicht) und reguliert die Beleuchtungen so, dass man auf beiden Platten die Schraffierungen gleich deutlich erkennen kann, woraus man schliesst, dass die Beleuchtungen physiologisch gleichwertig sind. Man ermittelt dann unter Einstellung des Photometertubus auf die nicht mit der Schraffierung bedeckten Teile der Milchglasplatten erst das Verhältnis $J_g : J_r$ für die andere Lichtquelle, welches, wenn r_1 und r_2 die entsprechenden Einstellungen des Schirmes M (Fig. 384) für rotes und grünes Glas sind, durch den Quotienten $r_1^2 : r_2^2$ dargestellt wird, dann den Helligkeitswert E_n der von der Benzinkerze beleuchteten Platte, wobei man das rote Glas entweder benutzen kann oder nicht; die Einstellung des Schirmes M sei dabei r. Dann ist die Beleuchtung durch das Benzinlicht $E_n = k E_r$, wo E_r den Beleuchtungswert der anderen Probeplatte bei Anwendung des roten Glases bezeichnet. Ferner ist:

$$E_n : E_r = r_1^2 : r^2 = k.$$

In dieser ziemlich mühsamen Weise sind die Werte der obenstehenden Tabelle ermittelt worden. Die Tabelle fällt übrigens für verschiedene Beobachter nicht ganz gleich aus.

268. Vorsichtsmassregeln beim Photometrieren. Der zum Photometrieren benutzte Raum muss genügend geräumig und vor allen Dingen hoch und gut gelüftet sein, damit nicht bei längerem Arbeiten durch verdorbene Luft das richtige Brennen der Normallampen und etwaiger anderer, beim Photometrieren benutzter Flammen beeinträchtigt wird. — Die Fenster müssen durch dunkle Rouleaux aus schwarzem Stoff sich möglichst lichtdicht verschliessen lassen. Um störende Reflexe zu vermeiden, müssen Decke und Wände, sowie alles Holzwerk mattschwarz angestrichen sein.

Die Photometerbank muss eine solide Aufstellung, am besten auf gemauerten Pfeilern, erhalten und mit der Wasserwage sorgfältig horizontal gerichtet werden. Zum Abblenden falschen Lichtes vom Photometerkopf dienen einseitig mit schwarzem Baumwollsammet überzogene Zinkblechschirme mit kreisförmigen Öffnungen, deren man auf jeder Seite mindestens zwei anwendet, von denen je einer mit dem Photometerkopf auf demselben Wagen befestigt ist. Alle Teile, insbesondere aber die Mittelpunkte der Diaphragmen, müssen vor dem Gebrauch sorgfältig gegen eine zur Photometerbank parallele Achse centriert werden. Bei der Aufstellung der Blenden achte man darauf, dass durch dieselben nicht Teile der zu photometrierenden Lichtquellen abgeblendet werden. Bringt man übrigens solche mit Sammet überzogene Blendschirme in genügender Zahl und passender Verteilung an, so braucht man fremdes Licht im Photometerraum nur so weit auszuschliessen, dass nicht durch zu grosse allgemeine Helligkeit die Empfindlichkeit des Auges beeinträchtigt wird.

Zweites Kapitel.

Besondere photometrische Einrichtungen und Methoden.

4. Einrichtungen zum Photometrieren von Flammen, Glüh- und Bogenlampen.

269. Hilfsapparate zum Photometrieren von Flammen.

In der Regel misst man bei leuchtenden Flammen nur die in horizontaler Richtung ausgestrahlte Lichtstärke, wobei man die flachen Flammen der Schnittbrenner so stellt, dass sie dem Photometerkopf ihre breite Seite zuwenden. Will man für Flammen die gesamte sphärische Intensität ermitteln (§ 255), so kann man sich zur Ermittelung der nach den verschiedenen Richtungen ausgestrahlten Lichtstärken eines von Krüss konstruierten Spiegelapparates bedienen, der in Fig. 386 schematisch dargestellt ist. Um die Achse der Photometerbank ist ein System von drei gegen diese unter 45^0 geneigten Spiegeln S_1, S_2 und S_3 drehbar. Der Winkel, den die Reflexionsebene mit der Horizontalen bildet, wird an einem Teilkreis K abgelesen. Die zu photometrierende Lampe B ist auf einem Arm angebracht, der von derselben Säule getragen wird wie die Spiegel. Da das von B ausgehende Licht den durch die punktierte Linie $B S_1 S_2 S_3$ angedeuteten Weg nimmt, so ist, wenn man die Teilung der Bank benutzen will, der das Ganze tragende Wagen um die Strecke $B S_1 + S_2 S_3 = 2 S_2 S_3$ vom Anfang oder Ende der Teilung entfernt aufzustellen. Wegen des heissen Gasstroms kann man mit diesem Apparat allerdings die Strahlung nach oben nicht messen. — Eine Verbesserung dieses Krüssschen Apparats beschreibt Herschkowitsch in der Zeitschr. f. Instrk. 1901, S. 365. Er schliesst die Spiegel in ein Blechgehäuse ein und macht jeden einzelnen durch Schrauben justierbar. Ferner stellt er den Brenner B vom Spiegelsystem getrennt auf. — Flammen, welche in den verschiedenen Meridianebenen verschiedene Ausstrahlung besitzen, müssen übrigens in einer grösseren Anzahl von Meridianebenen photometriert und zu diesem Zweck um ihre vertikale Achse gedreht werden, wozu dann noch ein zweiter, horizontaler Teilkreis vorhanden sein muss. — Die Absorption durch das Spiegelsystem bestimmt man, indem man eine recht konstante Flamme einmal direkt, dann mit dem Apparat in horizontaler Richtung photometriert.

Zur vollständigen Untersuchung einer Gasflamme gehört auch die Messung des Gasverbrauchs mittels eines möglichst sorgfältig justierten Gas-

messers. Zur Regulierung des Gasdrucks schaltet man ferner zweckmässig einen besonderen Druckregler ein. Derartige Einrichtungen liefert u. a. die Firma ELSTER in Berlin als Spezialität.

270. Das Photometrieren von Glühlampen.

Auch bei den Glühlampen ist die Strahlung nicht nur unter verschiedenen Winkeln gegen den Horizont, sondern auch in den verschiedenen Meridianebenen verschieden. Die Untersuchung ist aber hier dadurch erleichtert, dass man die gewöhnliche Glühlampe selbst beliebig gegen den Horizont stellen darf. Ein bequemes Stativ für die photometrische Untersuchung von Glühlampen hat ebenfalls KRÜSS konstruiert (Fig. 387). Die Lampe wird mittels ihrer Fassung auf die Säule F geschraubt, welche um ihre Achse drehbar ist. Die Einstellung wird mittels des Index i an dem Teilkreis G abgelesen. Die Säule F sitzt an einem um eine zur Achse der Photometerbank rechtwinklige Achse drehbaren Arm D. Der Einstellungswinkel des

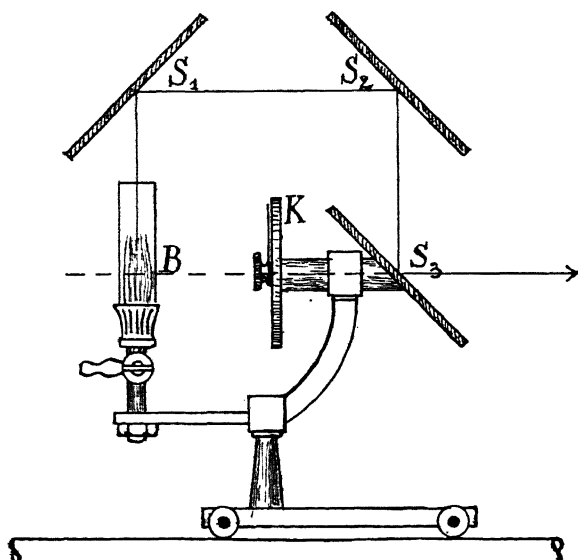



Fig. 386.

Armes D gegen den Horizont kann an dem vertikalen Teilkreis K abgelesen werden. Die Lampe wird in solcher Lage befestigt und der grösseren Sicherheit wegen in dieser Stellung noch durch einen Arm H festgehalten, dass ihre Mitte in die Bankachse zu liegen kommt.

Um die mittlere horizontale Intensität einer Glühlampe zu ermitteln, versetzt man dieselbe nach CROVA um ihre vertikale Achse in mässig rasche Umdrehung (3—5 Umdrehungen in der Sekunde). Um dasselbe Verfahren auch für die Strahlung nach anderen Richtungen gegen den Horizont anwenden zu können, hat SHARP einen besonderen Spiegelapparat angegeben (Zeitschr. f. Instrk. 1900, S. 225). Der gleichmässig um ihre vertikale Achse rotierenden Lampe wird der Strom durch die Federn F (Fig. 388) zugeführt. Das nach zwei um 180^0 verschiedenen Richtungen von derselben ausgestrahlte Licht wird von den beiden rechtwinkligen Spiegelsystemen S_1 und S_2 auf ein ebenfalls rechtwinkliges Spiegelsystem S_3 geworfen und von letzterem in der Richtung der Achse der Photometerbank reflektiert. Die Einstellung

der Reflexionsebene des Spiegelsystems gegen den Horizont liest man ebenfalls an einem Teilkreis ab.

Diese Methoden zur Bestimmung der mittleren Intensität einer Glühlampe sind sehr umständlich und darum für die Praxis wenig geeignet. Um die Frage nach einer praktisch brauchbaren Methode zu untersuchen, hatte der Verband deutscher Elektrotechniker eine besondere Kommission ernannt, deren Vorschläge auf dem Verbandstag in Eisenach 1897 an-

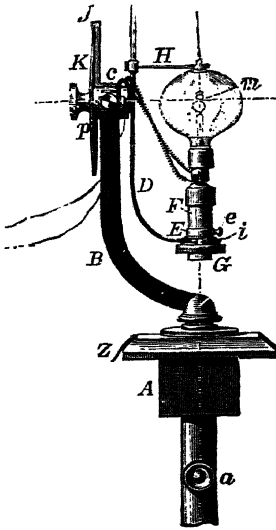
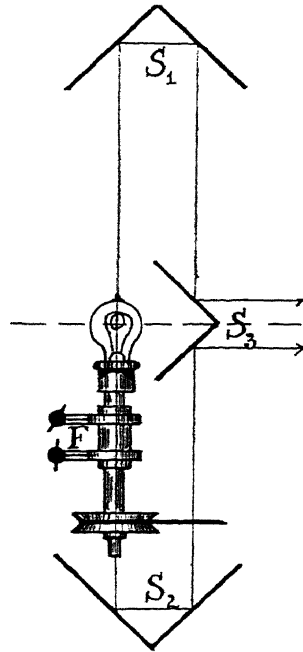



Fig. 387. Fig. 388.

genommen worden sind. Das Verfahren bei der photometrischen Untersuchung von Glühlampen ist danach folgendes (ETZ 1897, S. 473): Hinter der zu photometrierenden Glühlampe *C* (Fig. 389), deren Achse vertikal steht, während die Enden des Kohlenfadens in einer zur Bankachse rechtwinkligen Ebene liegen sollen (die Vorschriften gelten nur für Glühlampen mit hufeisenförmigem

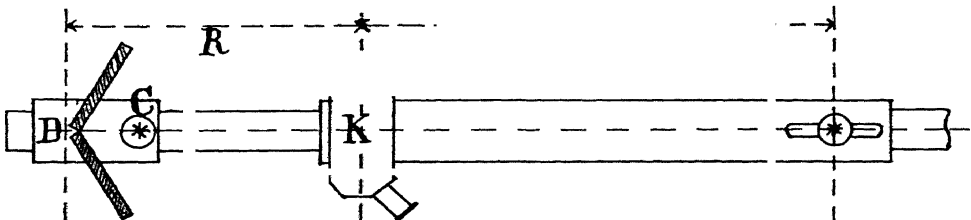



Fig. 389.

oder einfach schleifenförmigem Faden), sind zwei unter 120° gegeneinander geneigte, quadratische, versilberte Glasspiegel *D* von 13 cm Seite so aufgestellt, dass die vertikale Kante, in der sie zusammenstossen, mit dem Nullpunkt der Teilung zusammenfällt, während ihre Flächen mit der Achse Winkel von 60° einschliessen. Die Achse von *C* ist von dieser vertikalen Kante 9 cm entfernt. *K* ist der Photometerkopf; rechts davon befindet sich eine Hilfslicht-

quelle, welche mit K auf einem Schlitten gemeinsam bewegt werden kann; dabei ist im Mittel $r = 60$ cm und kann um 6 cm verkleinert oder vergrössert werden. Als Hilfslichtquelle dienen zehnkerzige Glühlampen von derselben Spannung wie C, mit welchem sie während der Messung parallel geschaltet werden, damit kleine Schwankungen der Spannung die Genauigkeit der Messung nicht beeinträchtigen. Von den verschiedenen Lampensorten hat man zwei Sätze von Normallampen, von denen der eine Satz nur zur Kontrolle des anderen dient, während mit dem anderen die zu prüfenden Lampen verglichen werden, wobei erst die Normallampe, dann die zu kontrollierenden Lampen an die Stelle C kommen. Die Teilung der

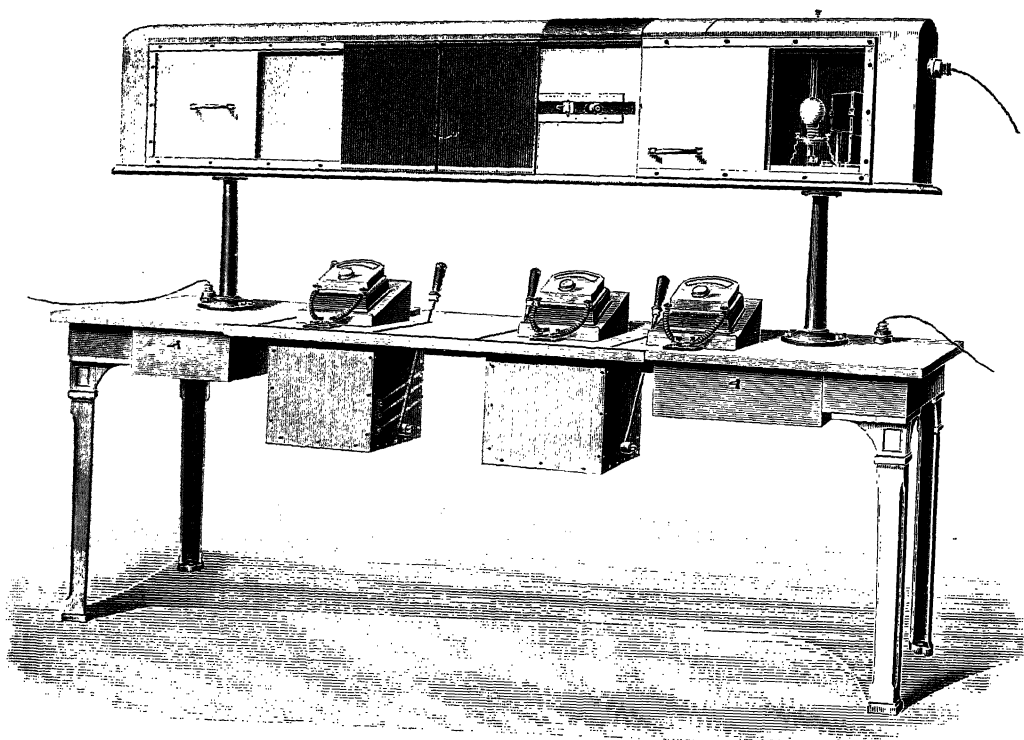



Fig. 390.

Bank ist der Bequemlichkeit wegen gleich nach HEFNER-Einheiten ausgeführt; deshalb muss der Abstand B von K sich innerhalb der angegebenen Grenzen variieren lassen.

Genaue Untersuchungen von LIEBENTHAL in der Phys.-techn. Reichsanstalt (Zeitschr. f. Instrk. 1899, S. 193 ff.) haben die praktische Brauchbarkeit und Zulänglichkeit dieser Methode dargetan. Um die Messungen nach derselben rasch und ohne Verdunkelung des Raumes ausführen zu können, hat die Firma SIEMENS & HALSKE eine sehr zweckmässige Photometerbank konstruiert, welche nebst den zur Regulierung und Messung der Stromstärken und Spannungen erforderlichen Nebenapparaten in Fig. 390 dargestellt ist.

Handelt es sich bloss um den raschen Vergleich zweier Glühlampen miteinander, so kann man sich mit Vorteil auch des einfacheren Glühlampen-

photometers von HARTMANN & BRAUN bedienen, welches in Fig. 391 abgebildet ist. Die beiden Lampen sind vertikal in 1 m Abstand voneinander aufgestellt. Zwischen ihnen ist als Photometerkopf ein JOLYsches Prisma (§ 259, Fig. 360) verschiebbar. Auf der Teilung liest man direkt das Verhältnis der beiden Lichtstärken ab. Auch hier braucht der Raum nicht verdunkelt zu werden.

Fig. 391.

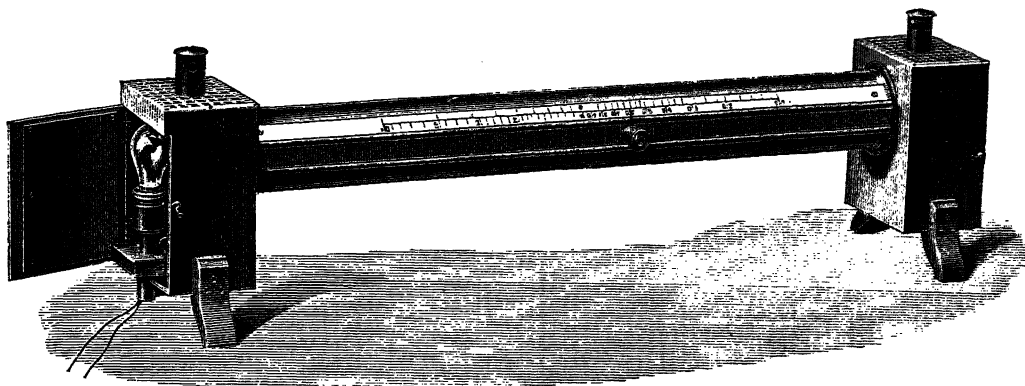
271. Die direkte Ermittelung der sphärischen Intensität.

Zur Bestimmung der mittleren sphärischen Intensität dient das Lumenmeter von BLONDEL (ETZ 1895, S. 608). Bei demselben ist die Lichtquelle L in eine innen mattschwarze, metallene Hohlkugel K eingeschlossen (Fig. 392), aus der zwei Sektoren von je 18° Breite ausgeschnitten sind. Durch diese fällt das Licht auf einen ringförmigen, elliptischen, versilberten Glasspiegel EE'. Die Lichtquelle L befindet sich in dem einen Brennpunkte

Fig. 392.

von EE', während im anderen der mattweisse, durchscheinende Schirm SS' steht. Die photometrisch gemessene Helligkeit der anderen Seite dieses Schirmes ist ein Mass für die mittlere sphärische Intensität der Lichtquelle, falls diese nicht in Bezug auf die verschiedenen Meridiane unsymmetrisch ist. Solche Lichtquellen, also z. B. Glühlampen, versetzt man bei der Messung am zweckmässigsten in rasche Rotation um die vertikale Achse. Die Konstanten des Apparats ermittelt man durch Photometrieren einer Lichtquelle, deren mittlere sphärische Intensität man vorher auf dem gewöhnlichen Wege genau bestimmt hat.

Letzteres gilt auch für den weit einfacheren und billigeren Apparat, den Ulbricht zum gleichen Zwecke konstruiert und als Kugelphotometer bezeichnet hat (ETZ 1900, S. 595). Das Ulbrichtsche Kugelphotometer besteht aus einer metallenen Hohlkugel von etwa 50 cm Durchmesser (Fig. 393), in deren oberen Teil die zu untersuchende Lichtquelle L gebracht wird. Dieselbe ist an einem abnehmbaren Deckel befestigt. Vorn besitzt die Kugel eine Öffnung von etwa 11 cm Durchmesser, welche durch eine mattierte Milchglaskalotte M verschlossen ist. Ein undurchsichtiger Schirm R ist dicht neben L so angebracht, dass M im Kernschattenraum desselben liegt. Die ganze Innenwand der Metallkugel, des Deckels, der Schirm R und alle zum Halten von L und R dienenden Teile (bei Bogenlampen auch die Kohlenstäbe) sind mit einem mattweissen Anstrich versehen, der bei den zum Apparat selbst gehörenden Teilen aus Wasserglas und Kreide hergestellt ist; die Oberfläche des Anstrichs ist matt geschliffen. M wird hiernach nur von Licht getroffen, welches an den Wänden u. s. w. eine wiederholte, diffuse Reflexion

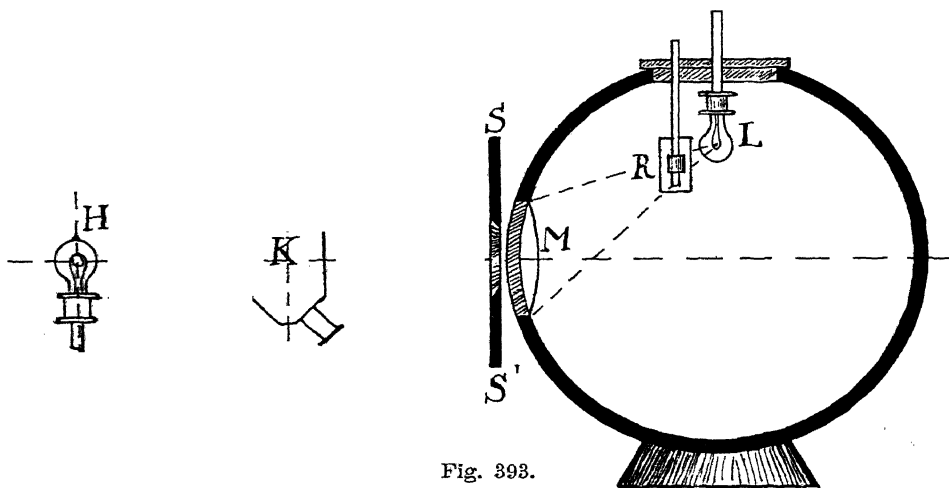



Fig. 393.

erfahren hat. Infolgedessen ist die Beleuchtung von M der mittleren räumlichen Intensität J_s der Lichtquelle L proportional und kann mittels irgend eines Photometers K und einer passenden Hilfslichtquelle H in der gewöhnlichen Weise bestimmt werden. Dabei wird durch einen Blendschirm SS' mit kreisförmiger Öffnung von 8 cm Durchmesser von M so viel abgeblendet, dass das sichtbar bleibende Stück vollkommen gleichmässig beleuchtet erscheint.

Gelangt nämlich von der Lichtquelle auf ein Flächenelement df der Lichtstrom $J d\omega$, und ist α der Absorptionskoeffizient, so wird von diesem Flächenelement bei vollkommen diffuser Reflexion der Lichtstrom $(1-\alpha) J d\omega$ nach allen Richtungen hin gleichmässig ausgegeben. Die dadurch allein hervorgerufene Beleuchtung der übrigen Kugelfläche muss alsdann eine gleichmässige sein, weil die von df nach df' (Fig. 394) gesandte Lichtmenge proportional $(1-\alpha) J d\omega \sin\varphi$ ist und unter dem Winkel $90^0 - \varphi$ daselbst einfällt, darum eine Beleuchtung hervorruft, welche proportional

$$\frac{(1-\alpha) J d\omega \sin^2\varphi}{s^2} \quad \frac{(1-\alpha) J d\omega}{4 r^2},$$

d. h. von der Lage von df' unabhängig sein muss (s. § 254). Demnach muss die durch das von df diffus reflektierte Licht auf der übrigen Kugelfläche erzeugte Beleuchtung überall die Stärke $\frac{(1-\alpha)J\,d\omega}{4\pi r^2}$ besitzen. Durch das von allen Elementen df der Kugelfläche einmal diffus reflektierte Licht allein wird also die gleichmässige Beleuchtung

$$S\frac{(1-\alpha)J\,d\omega}{4\pi r^2} = \frac{(1-\alpha)J_s}{r^2}$$

erzeugt, da $SJd\omega = 4\pi J_s$ ist (§ 255). Nun gelangt aber auf jedes Flächenelement df' auch noch Licht, welches 2, 3 .... mal diffus reflektiert worden ist, so dass also die gesamte Beleuchtung an den nur von indirektem Licht getroffenen Stellen der Hohlkugel durch die Summe

$$\frac{J_s}{r^2}\left((1-\alpha)+(1-\alpha)^2+\ldots\right) = \frac{J_s}{r^2}\,\frac{1-\alpha}{\alpha}$$

dargestellt wird.

Das Ulbrichtsche Kugelphotometer leistet namentlich bei der Untersuchung von Bogenlichtkohlen gute Dienste; dabei ist, wenn bloss relative Werte gesucht werden, eine Ermittelung der Konstante nicht erforderlich. Letztere erfolgt mittels einer Glühlampe von bekannter, mittlerer sphärischer Intensität, wobei bei der Konstantenbestimmung auch für die Kohlenstäbe der später einzusetzenden Bogenlampe ein mattweiss angestrichener Ersatzstab anzubringen ist. Um die Fehler, welche durch die hereingebrachten Fremdkörper verursacht werden, abzuschätzen, hat Ulbricht (vgl. ETZ 1905, S. 512) deren Einfluss unter der Voraussetzung, dass auch sie nur diffuse, keine regelmässige Reflexion besitzen (glänzende Teile der Bogenlampengestelle müssen deshalb bei der Untersuchung einen nicht glänzenden Überzug erhalten), theoretisch untersucht und gefunden, dass durch einen solchen Fremdkörper mit der Oberfläche O und dem Absorptionskoeffizienten α_1 die Konstante auf das $\left(1+\frac{O\alpha_1(1-\alpha)}{4\pi r^2\alpha}\right)$ -fache gesteigert wird. Um diesen Einfluss herabzumindern, empfiehlt es sich also, r möglichst zu vergrössern (bis 1 m und mehr); ausserdem aber muss man mittels der Normalglühlampe die Konstante immer bei Anwesenheit der Fremdkörper (z. B. des Bogenlampengestells mit den Kohlenstäben) bestimmen, wobei durch Blenden dafür gesorgt werden muss, dass weder die Milchglaskalotte M, noch der Fremdkörper direkte Strahlen erhält.

Fig. 394.

272. Einrichtungen zum Photometrieren von Bogenlampen.

Zur Ermittelung der Stärke der Lichtstrahlung einer Bogenlampe unter verschiedenen Winkeln gegen den Horizont, wie dieselbe zur Ermitte-

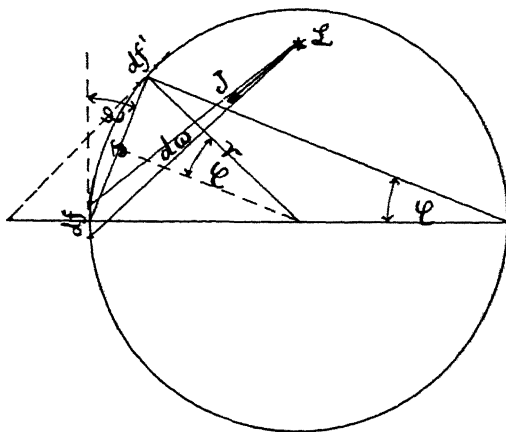
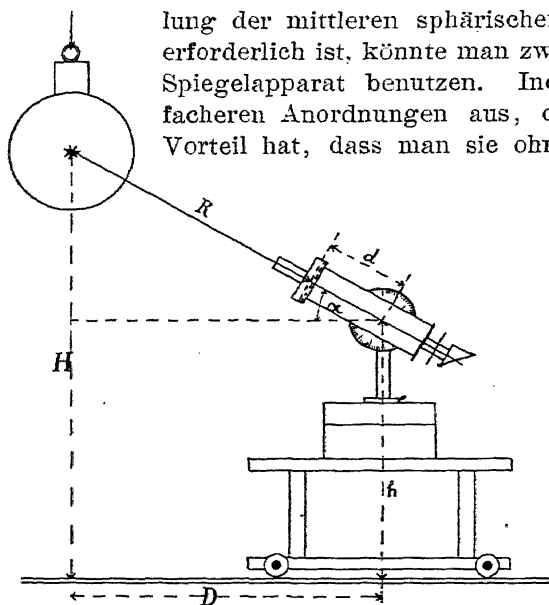



Fig. 395.

lung der mittleren sphärischen bezw. hemisphärischen Intensität erforderlich ist, könnte man zwar auch den in § 269 beschriebenen Spiegelapparat benutzen. Indessen kommt man hier mit einfacheren Anordnungen aus, da man bei der Bogenlampe den Vorteil hat, dass man sie ohne Schwierigkeiten in verschiedene Höhe bringen kann. Es ist alsdann das einfachste, mittels eines Photometers, welches ein Photometrieren unter verschiedenen Winkeln gegen den Horizont gestattet, z. B. des WEBERschen (§ 266), die Lichtstärke in den verschiedenen Richtungen direkt zu ermitteln, wobei man der verschiedenen Farbe wegen die Methode mit dem roten und grünen Glas anwenden kann. Eventuell könnte man auch daran denken, die Benzinkerze durch eine andere, weissere Lichtquelle, z. B. eine Glühlampe oder eine Acetylenflamme zu ersetzen, wofür man natürlich dann die Konstanten besonders bestimmen müsste. — Die Anordnung zeigt Fig. 395. Die Bogenlampe hängt man an einer geeigneten Aufzugsvorrichtung senkrecht über der Mitte zweier horizontaler Schienen auf; das Photometer stellt man auf einen auf diesen Schienen fahrbaren Tisch. Alsdann ist

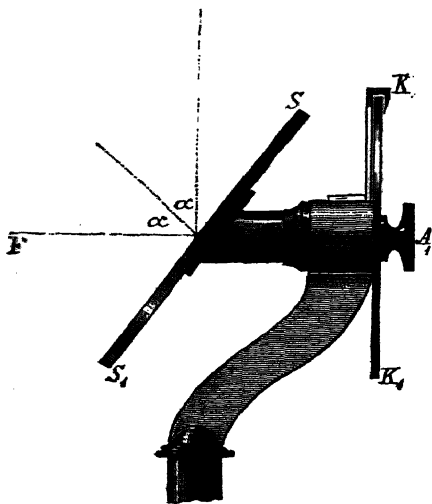
$$R = \frac{D}{\cos\alpha} - d,$$

Fig. 396.

wobei D an einer Teilung abgelesen wird; den Winkel α giebt die Gradteilung am Photometer. Endlich ist d der Abstand der Milchglasplatte von der horizontalen Achse des Photometers. Zur Kontrolle kann man auch die Höhe der Bogenlampe über dem Boden H mitmessen und

$$R = \sqrt{D^2 + (H - h)^2} - d$$

berechnen.

Will man das gewöhnliche LUMMER-BRODHUNsche Photometer in Verbindung mit einer Photometerbank benutzen, so hängt man die Bogenlampe am besten seitlich von der Bank in verschiedenen Höhen auf und lässt das Licht auf einen versilberten Glasspiegel SS_1 (Fig. 396) von etwa 20 cm Durchmesser fallen, der,

unter 45° dagegen geneigt, an einer horizontalen Achse befestigt ist, um welche er sich beliebig drehen lässt. Diese Achse bringt man mit derjenigen der Bank (A, F) zum Zusammenfallen. Alsdann geht die Reflexionsebene des von der Bogenlampe B kommenden Lichtes immer durch die horizontale Achse der Bank hindurch; der Winkel, den sie mit dem Horizont einschliesst, wird am Teilkreis KK_1 abgelesen. Durch diese Anordnung, welche von Krüss herrührt, ist erreicht, dass der Einfallswinkel immer 45° beträgt, dass man somit den Absorptionskoeffizienten des Spiegels nur für diesen Winkel

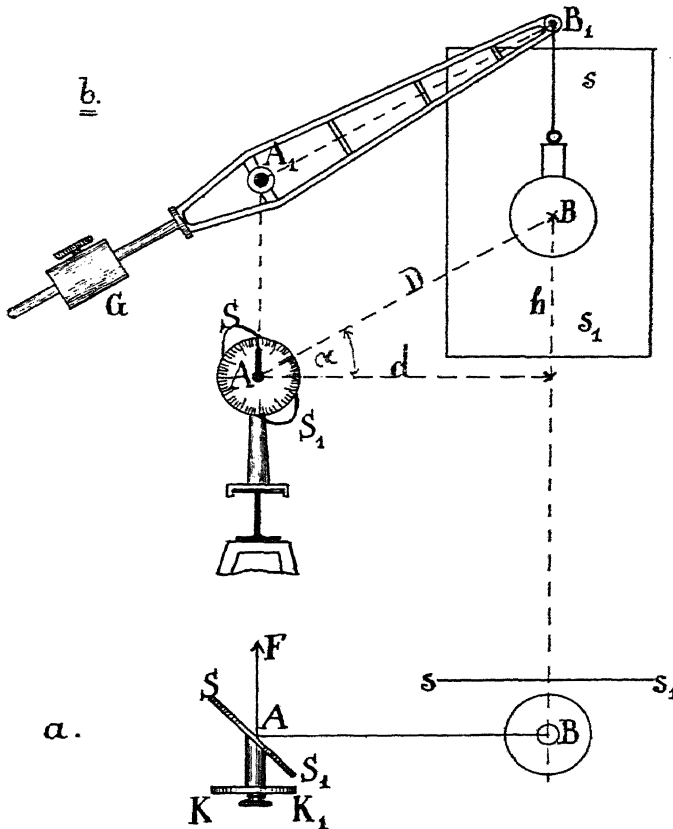



Fig. 397.

zu bestimmen braucht. Die Ermittelung dieses Koeffizienten geschieht in der Weise, dass man in horizontaler Richtung eine Lichtquelle, z. B. eine Normallampe, erst direkt, dann unter Benutzung des Spiegels photometriert. Man hat alsdann alle mit dem Spiegel ausgeführten Messungen mit dem Quotienten der ohne Spiegel gefundenen Lichtstärke der Lampe dividiert durch diejenige mit Spiegel zu multiplizieren. Bei Anwendung einer Glühlampe anstatt einer Normallampe oder einer anderen in Bezug auf die vertikale Achse symmetrischen Flamme hat man darauf zu achten, dass beim Photometrieren mit Spiegel die Glühlampe dem letzteren dieselbe Seite zuwendet, wie vorher dem Photometer direkt. Der hieraus entspringenden Schwierigkeiten wegen empfiehlt sich daher die Anwendung einer Glühlampe mit einfachem

geraden Faden, wie solche zu photometrischen Zwecken von der Firma SIEMENS & HALSKE geliefert werden.

Eine sehr zweckmässige Anordnung ist in Fig. 397a und b in Grund- und Aufriss dargestellt. Die Bogenlampe B hängt, durch ein Gegengewicht G ausbalanciert, an einem Ausleger $A_1 B_1$, welcher um die der Bankachse AF parallele Achse A_1 drehbar ist; dabei müssen geeignete Vorkehrungen getroffen sein, dass sich die Lampe B nicht um ihre Achse drehen kann. A_1 liegt senkrecht über A und $A_1 B_1$ ist genau rechtwinklig gegen die Bankachse AF. Die Länge der Aufhängung der Bogenlampe BB_1 wird so abgelesen, dass $BB_1 = AA_1$ ist. Dann ist bei jedem Winkel α der Abstand zwischen B und dem Spiegelmittelpunkt A konstant, und zwar ist $D = A_1 B_1$. Den Winkel α liest man an der Kreisteilung KK_1 ab; man kann denselben kontrollieren, indem man gleichzeitig h misst und α aus $\sin \alpha = \frac{h}{D}$ berechnet. — Der Schirm $s s_1$ aus schwarzem Filztuch dient dazu, das direkte Licht vom Photometer und vom Auge des Beobachters abzuhalten.

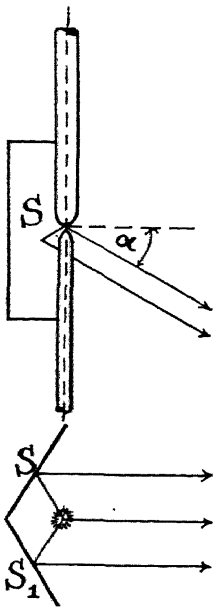



Fig. 398.

Man erhält so die Lichtverteilung in einer Meridianebene und findet die mittlere sphärische Intensität unter der Voraussetzung, dass der Lichtbogen in Bezug auf die vertikale Achse der Lampe völlig symmetrisch ist. Letzteres trifft selten vollkommen zu, vielmehr wandert der Lichtbogen, namentlich wenn er etwas länger ist, unregelmässig um die Achse herum. Man würde schon genauere Resultate erhalten, wenn man gleichzeitig in zwei um 180° verschiedenen Meridianebenen photometrierte. Noch besser photometriert man gleichzeitig, wie bei den Glühlampen (§ 270), in drei um je 120° gegeneinander geneigten Meridianen, indem man hinter dem Lichtbogen zwei, unter 120° gegeneinander geneigte Spiegel SS_1 (Fig. 398) anbringt. Die mittlere Lichtstärke für diese drei Meridianebenen erhält man, indem man den durch Photometrieren direkt gefundenen Wert durch eine Zahl dividiert, welche kleiner ist als 3, weil die beiden durch Reflexion an den Spiegeln erhaltenen Strahlenbündel einen Verlust erlitten haben, der auch von der Grösse des Winkels α beeinflusst wird. Den Koeffizienten der Spiegelkombination muss man deshalb für alle bei den Messungen benutzten Werte von α mittels einer Einfaden-Glühlampe ermitteln, indem man diese unter verschiedenen Winkeln α gegen den Horizont einmal direkt, dann mit den Spiegeln SS_1 photometriert. Der Quotient der zweiten durch die erste Messung ist der Divisor, der oben anstatt 3 zu nehmen ist.

Zur Ermittelung der sphärischen oder hemisphärischen Intensität genügt übrigens auch bei in Bezug auf die vertikale Achse sehr unsymmetrischen Lichtquellen, wie Intensivbogenlampen mit schräg nach unten gerichteten Kohlenstäben in einer Ebene, nach den Untersuchungen von BLOCH (ETZ 1905, S. 646) folgendes Verfahren: Man nimmt die Intensitätskurve in einer passend gewählten Vertikalebene auf; ferner misst man die Lichtstärke in irgend einer passenden Strahlenrichtung gegen den Horizont, z. B. unter 45°, oder auch in der Horizontalebene, ausserdem noch in drei anderen um je

90° voneinander abstehenden Meridianebenen, nimmt aus diesen vier Werten das Mittel und bildet aus letzterem und dem in der ersten Vertikalebene gemessenen Wert den Quotienten. Mit diesem hat man dann die für die gewählte Meridianebene ermittelten Werte der sphärischen bezw. hemisphärischen Intensität zu multiplizieren, um diese Grösse für die ganze Lampe mit für praktische Zwecke genügender Genauigkeit zu erhalten.

Hat man nicht genügend starke Zwischenlichter und eine genügend lange Photometerbank zur Verfügung, so muss man sich der in § 265 aufgeführten Hilfsmittel zur Abschwächung des zu starken Lichtes der Bogenlampe bedienen.

5. Messung der Stärke der Beleuchtung.

273. Verfahren von Wybauw

Die Wirkung einer Lichtquelle auf eine von ihr beleuchtete Fläche, die sogenannte Beleuchtung, wird nach § 258 jetzt in Lux angegeben, wobei 1 Lx derjenigen Beleuchtung entspricht, welche eine Hefner-Einheit aus 1 m Abstand wirkend bei senkrechtem Einfall der Strahlen hervorruft. Diese Beleuchtung ist so schwach, dass bei ihr nur mit Mühe selbst grössere Druckschrift entziffert werden kann. 10 Lx sind nach Cohn das für feinere Arbeiten, besonders Lesen, zulässige Minimum, während man nach demselben Forscher bei 50 Lx genau so rasch liest, wie bei gewöhnlichem Tageslicht. Es kann hiernach als einfachstes Hilfsmittel für die Abschätzung der Stärke einer Beleuchtung die Entzifferbarkeit von Schriften oder anderen feinen Zeichnungen verwendet werden, ein Verfahren, das nach § 267 L. Weber angewendet hat, um für sein Photometer die Konstante k für verschiedenfarbiges Licht zu bestimmen. Auf diesem Prinzip beruht auch das Luxmeter von Wybauw, welches aus einer matten Glasplatte mit feinen Schriftzügen besteht, über welche man eine so grosse Anzahl von halbdurchsichtigen Glasplatten schiebt, bis die Schriftzüge bei der vorhandenen Beleuchtung eben nicht mehr zu erkennen sind.

Fig. 399.

274. Verwendung des Weberschen Photometers.

Die soeben beschriebene Methode gestattet nur eine rohe Schätzung und erfordert ausserdem noch eine Graduierung des Apparats unter gleichzeitiger photometrischer Messung der wirklich vorhandenen Beleuchtung, etwa indem man die Versuche mit demselben in verschiedenen Entfernungen von einer stärkeren Lichtquelle ausführt, welche man vorher genau photometriert hat. Zu genauen Messungen der vorhandenen Beleuchtung in Lux dient dagegen am besten das Photometer von L. Weber. Zu diesem Zwecke ist dem Apparat ein mit weissem Schreibpapier überzogener Schirm beigegeben, den man an dem Orte, wo man die Beleuchtung ermitteln will, vertikal aufstellt. Auf diesen Schirm richtet man den Tubus B des horizontal gestellten Prismenrohres (Fig. 399), wobei der Abstand vom Schirm gleichgültig ist (s. § 266 Fig. 385); nur achte man darauf, dass der Winkel φ möglichst nahe ein rechter sei. Alsdann stellt

man den beweglichen Schirm so ein, wie beim gewöhnlichen Photometrieren einer Lichtquelle. Dann ist die Beleuchtung auf der Rückseite des letzteren eben so gross, wie diejenige des Papierschirmes; ist also r in cm gegeben, so ist die Beleuchtung in Lux proportional $\frac{100^2}{r^2}$, oder es ist:

$$E = C' \cdot \frac{10000}{r^2}.$$

Dabei befindet sich im Plattengehäuse des Prismenrohres keine Glasplatte. Wird die Beleuchtung des Papierschirmes so stark, dass eine Einstellung nicht mehr möglich ist, so kann man das von diesem herkommende Licht abschwächen, indem man die Glasplatten No. 1, 2, 3, $3+4$, $3+4+5$ u. s. w.

Fig. 400.

zwischenschiebt. Die Konstanten C', C_1', $C_2' \cdots$, mit denen man in den einzelnen Fällen $\frac{10000}{r^2}$ zu multiplizieren hat, um die Beleuchtung des Schirmes in Lux zu erhalten, werden ermittelt, indem man letzteren durch eine genau photometrierte Lichtquelle N, deren Abstand R man gemessen hat, senkrecht beleuchtet (Fig. 399), so dass man also in jedem einzelnen Falle die vorhandene Beleuchtung des Schirmes berechnen kann.

Will man die Beleuchtung anderer als vertikaler, insbesondere diejenige horizontaler Flächen bestimmen, so kann man den Tubus B entfernen und durch eine kreisrunde, matt geschliffene Milchglasplatte ersetzen, welche man an den Ort bringt, wo man die Beleuchtung ermitteln will. Man kann dabei ebenfalls ohne absorbierende Platte im Plattengehäuse arbeiten, oder je nach Bedarf die Platten 1, 2, 3, $3+4$ u. s. w. zwischenschieben. Dann ist $\frac{10000}{r^2}$ mit den Konstanten C'', C_1'', $C_2'' \cdots$ zu multiplizieren, um die Beleuchtung der Vorderfläche der Milchglasscheibe zu erhalten. Die Be-

stimmung dieser Konstanten geschieht, wie beim Schirm, durch Beleuchtung der Milchglasplatte mit Lichtquellen von bekannter Stärke aus bekannten Abständen.

Sind die Farbenunterschiede, wie etwa bei Untersuchungen von Tageslichtbeleuchtungen oder Beleuchtungen mit Bogenlicht, so gross, dass die photometrische Einstellung direkt nicht mehr möglich ist, so muss man auch hier zu der in § 267 besprochenen Methode mit der Rot- und Grünscheibe greifen. Die Einstellung wird aber hier dann um so schwieriger, als das Auge sich in einem hellen Raume befindet und demzufolge für die geringen Helligkeiten im Photometer sehr unempfindlich ist. Handelt es sich mehr um vergleichende Bestimmungen, so kann man auch eine mit gelbem

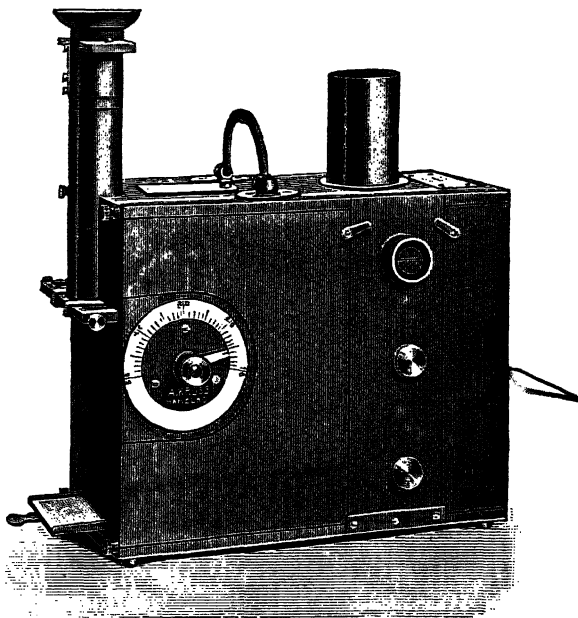



Fig. 401.

Messinglack überzogene Glasscheibe in das Plattengehäuse bringen; natürlich müssen die Konstanten dann mit dieser besonders ermittelt werden.

275. Wingenscher Helligkeitsprüfer.

Für Beleuchtungsmessungen, bei welchen eine Genauigkeit von 10% genügt, dürfte der durch seine Einfachheit und Billigkeit ausgezeichnete WINGENsche Helligkeitsprüfer, der von der Firma A. KRÜSS in Hamburg geliefert wird, zu empfehlen sein. Derselbe ist in Fig. 400 und 401 in zwei Ausführungen, in etwa $^1/_6$ der natürlichen Grösse abgebildet. Bei der älteren, Fig. 400, befindet sich ein mattweisser, schräg gestellter Kartonschirm C_1 innerhalb, ein ebensolcher, horizontaler C_2 ausserhalb eines Kastens. Beide sind durch die mattschwarz angestrichene Blechwand des Kastens getrennt und können gleichzeitig durch das Okularrohr O beobachtet werden. Man stellt nun den Kasten so auf, dass C_2 an den Ort kommt, wo man die Beleuchtung kontrollieren will. C_1 beleuchtet man mittels einer im Inneren des Kastens angebrachten Benzinkerze B und reguliert seine Beleuchtung durch Änderung der Flammenhöhe, die man dann an der gegenüber an-

gebrachten Teilung *T* unter Visieren über die Marke *M* abliest; die Regelung der Flamme erfolgt durch Drehen des Knopfes *K*. Um die durch den Farbenunterschied entstehenden Schwierigkeiten bei der Untersuchung von Tageslichtbeleuchtungen zu beseitigen, enthält das Rohr *O* bei *R* ein rotes Glas.

Bei der neueren Form, Fig. 401, dem sogenannten Beleuchtungsmesser, wird die Flammenhöhe der Benzinlampe mittels eines optischen Flammenmessers (§ 257) eingestellt und konstant gehalten, dagegen durch Drehen eines Knopfes die Neigung des inneren Schirmes gegen die von der Benzinlampe ausgehenden Strahlen geändert.

Bei der ersten Ausführung giebt die Teilung *T* für die Flammenspitze, bei der zweiten diejenige für die Spitze des mit dem Knopf verbundenen Zeigers direkt die Beleuchtung bei rotem Licht innerhalb der Grenzen 10 und 50 Lx. Die Beleuchtung durch Tageslicht ist alsdann, wie L. WEBER angiebt, ungefähr 2·5 mal so stark. Jedenfalls ist die Ablesung bei der zweiten Ausführungsform sicherer, als diejenige der Flammenhöhe; allerdings

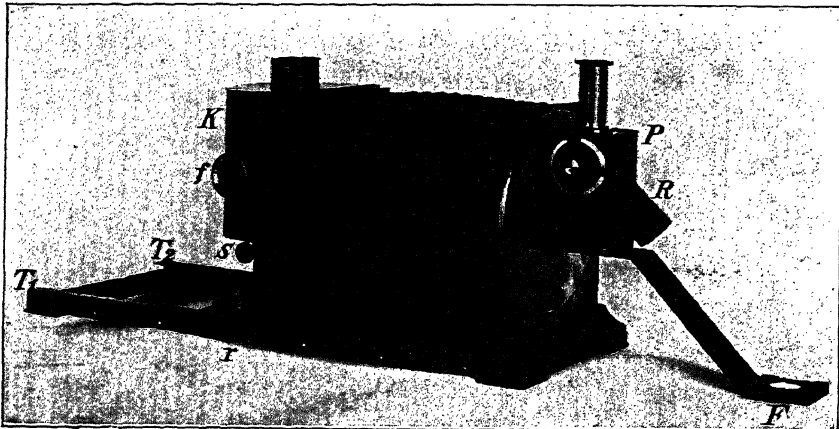



Fig. 402.

muss der Schirm C_1 hierbei sehr vollkommen diffus reflektieren, wenn seine Beleuchtung wirklich dem Cosinus des Einfallswinkels proportional sein soll. Bei dem Apparat Fig. 401 kann übrigens der Messbereich durch Einschalten von absorbierenden Gläsern auf das zwei-, fünf- oder zehnfache erweitert werden. Ausserdem kann man das rote Glas auch entfernen oder die Messung nach der WEBERschen Methode mit rotem und grünem Glas ausführen und die wirkliche Beleuchtung mittels des Faktors *k* (Tab. V, S. 443) berechnen.

Für genauere Messungen eignet sich das vollkommnere KRÜSSsche Photometer (Fig. 402), welcher Apparat fast ebenso vielseitig ist, wie der WEBERsche, dabei aber nur etwa zwei Drittel so viel kostet, wie dieser. Der von aussen beleuchtete Schirm *F* liegt ebenfalls für gewöhnlich horizontal, kann aber auch unter jedem anderen, am Teilkreis *D* abzulesenden Winkel eingestellt werden. Der von einer HEFNER-Lampe beleuchtete innere Schirm ist genau wie *F* beschaffen und kann mit diesem vertauscht werden, um etwaige Ungleichheiten zu korrigieren. Die Normallampe mit dem Flammenmass befindet sich in dem abnehmbaren Kasten *K*; zur Beobachtung der Flammenhöhe dient das Fenster *f*, zu ihrer Regelung der Knopf *s*. Bei *P* befindet sich

ein LUMMER-BRODHUNscher Photometerkopf, auf welchen das von F ausgesandte Licht durch das Blendrohr R hindurchfällt. Durch Einschalten eines absorbierenden Glases auf der Seite der Normallampe oder des Schirmes F kann der Messbereich, der sonst zwischen 4 und 100 Lx liegt, auf die Grenzen 0·4—10 Lx erniedrigt, oder auf die Grenzen 40—1000 Lx erhöht werden; die Einschaltung des absorbierenden Glases erfolgt durch Drehen der vorn an P sichtbaren Scheibe. Der niedere Messbereich ist z. B. erforderlich, wenn der Apparat als Strassenphotometer zur Messung der Strassenbeleuchtung gebraucht werden soll, für welchen Zweck ein Dreifussstativ beigegeben wird. Die Änderung der Beleuchtung des inneren Schirmes erfolgt durch Änderung des Abstandes der Normallampe, zu welchem Zweck der Lampenbehälter K mit der den Photometerkopf tragenden Platte durch einen Balgauszug verbunden ist. Die Einstellung der Normallampe kann sowohl an der Teilung T_1 in Lx als auch an T_2 in mm abgelesen werden; das Resultat der Messung ist dann noch unter Umständen, je nach der Stellung der absorbierenden Scheibe, mit 0·1 oder 10 zu multiplizieren. Bei der Messung von Tageslichtbeleuchtungen kann nach dem WEBERschen Verfahren mit Rot- und Grünscheibe beobachtet werden, wobei dann wiederum Tabelle V auf S. 443 zur Berechnung der Gesamtbeleuchtung zu benutzen ist. Will man den Apparat als gewöhnliches Photometer zur Messung von Lichtstärken verwenden, so macht man F vertikal und stellt die zu photometrierende Lichtquelle so davor auf, dass ihre Strahlen F rechtwinklig treffen; den Abstand der Lichtquelle von F misst man mittels eines geeigneten Massstabs oder Bandmasses.

6. Spektrophotometer.

276. Zweck und Konstruktion.

Die Spektrophotometer dienen zur Vergleichung der Lichtstärken zweier Lichtquellen in den einzelnen Bezirken des Spektrums. Dieselben bestehen daher aus einem Spektralapparat in Verbindung mit einem Photometer, sowie einer Vorrichtung, um die zu vergleichenden Teile des Spektrums abzugrenzen und unmittelbar neben- oder übereinander mit möglichst scharfer Grenzlinie dem Auge des Beobachters darzubieten.

Die messbare Veränderung der Helligkeit der zu vergleichenden Teile geschieht entweder durch mikrometrisch einstellbare Spalte (VIERORDT), oder durch Polarisation (WILD, GLAN, CROVA, HÜFNER), oder endlich durch mittels Sektoren abgeblendete Objektive (CORNU).

277. Spektrophotometer von Vierordt.

Der in Fig. 403 in der KRÜSSschen Ausführung dargestellte VIERORDTsche Apparat besteht aus einem Kollimatorrohr, welches an seinem vorderen Ende einen Doppelspalt trägt, dessen eine Schneide gemeinsam und fest ist, während die beiden anderen Schneiden eine mikrometrisch messbare Einstellung der Spaltbreiten gestatten. Die beiden Spalte erhalten das Licht von den beiden zu vergleichenden Lichtquellen, das durch ein in dem zylindrischen Gehäuse befindliches Prisma in zwei Spektren verwandelt wird, welche man durch ein Fernrohr beobachtet. Der zu vergleichende Bezirk wird durch einen ebenfalls mikrometrisch verstellbaren Okularspalt aus den beiden Spektren ausgeschnitten. Bei der Messung werden die Spaltweiten am Kollimatorrohr so lange geändert, bis im Okular des Fernrohrs die beiden Felder gleich hell erscheinen. Dann verhalten sich die Lichtstärken der beiden Licht-

quellen in dem betreffenden Spektralbezirk umgekehrt wie die Spaltbreiten des Kollimators. — Bei der beschriebenen Konstruktion sind die Spalte zur Mitte unsymmetrisch. Krüss macht deshalb bei den neueren Apparaten beide Schneiden beweglich, so dass sie sich beim Drehen der Mikrometerschrauben gleichzeitig um gleichviel von der Mitte entfernen und so zu letzteren symmetrisch bleiben.

278. Spektrophotometer von Glan.

Das Spektrophotometer von Glan besitzt zwei nebeneinander liegende gleichbreite Spalte S und S_1, welche durch einen 2 mm breiten Steg getrennt sind (Fig. 404) und in der Brennebene des Objektivs 0 liegen. Das Wollastonsche Prisma W teilt jedes der beiden Lichtbündel in zwei rechtwinklig zu einander polarisierte Strahlenbündel, die in der Höhe und seitlich etwas gegeneinander verschoben sind, so dass beide gerade übereinander liegen und das untere Bild des einen und das obere des anderen sich in einer horizontalen Linie berühren. Von W geht das Licht durch das mit Teilkreis K versehene Nicolsche Prisma N, das, je nach dem Winkel α, den sein Hauptschnitt mit demjenigen von W bildet, von den auf die Spalte S und S_1 auf-

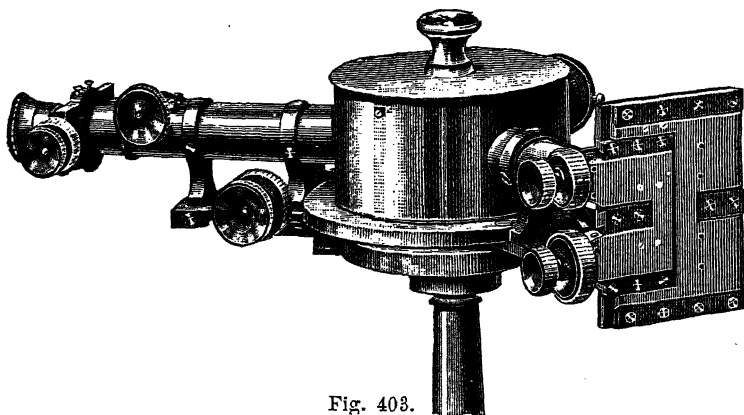



Fig. 403.

fallenden Lichtintensitäten J und J_1 die Anteile $J\,c \sin^2 \alpha$ und $J_1\, c_1 \cos^2 \alpha$ hindurch lässt. Das Licht geht dann weiter durch das Prisma P und wird hier in zwei übereinander liegende Spektren auseinander gezogen, welche man mittels des Fernrohrs F beobachtet. Der Schieber H mit einem Okularspalt schneidet aus diesen Spektren die Bezirke aus, deren Intensitäten man miteinander vergleichen will. Bei gleicher Helligkeit der beiden Felder hat man also

$$J : J_1 = \frac{c_1}{c} \tan^2 \alpha.$$

Den von den verschiedenen Absorptionsverhältnissen der Strahlen in W herrührenden Koeffizienten $\frac{c_1}{c}$ bestimmt man dadurch, dass man S und S_1 mit derselben Lichtquelle beleuchtet und dann N einstellt. Dann ist

$$\frac{c_1}{c} = \cot^2 \alpha.$$

Fig. 405 stellt den Apparat in seiner wirklichen Ausführung durch die Firma Krüss dar. S ist ein Skalenrohr, welches, wie bei den Spektralapparaten üblich, das Bild einer Glasskala durch Reflexion an der Vorderfläche von P in das Fernrohr wirft, wodurch die Orientierung erleichtert wird.

279. Spektrophotometer von Lummer und Brodhun.

Bei dem Spektrophotometer von LUMMER und BRODHUN ist der in § 260 beschriebene Würfel verwendet, und zwar in der Weise, dass die Hypotenusenfläche in horizontale Streifen geteilt ist, welche abwechselnd total reflektieren und durchlassen. Der Apparat besitzt die zwei gleichen, aufeinander recht-

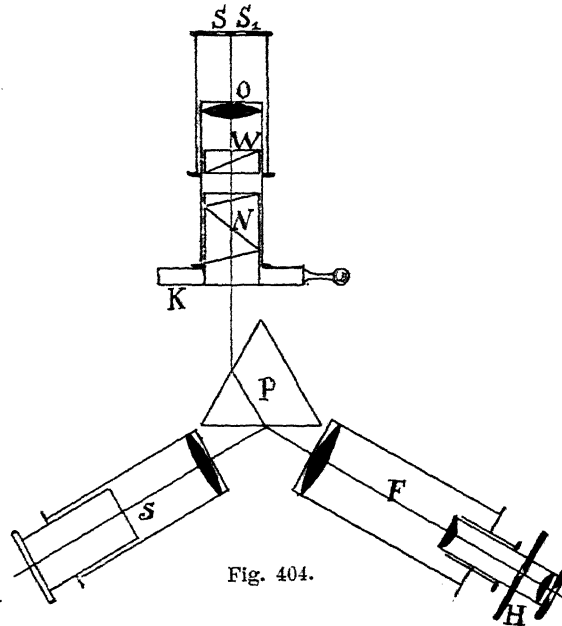
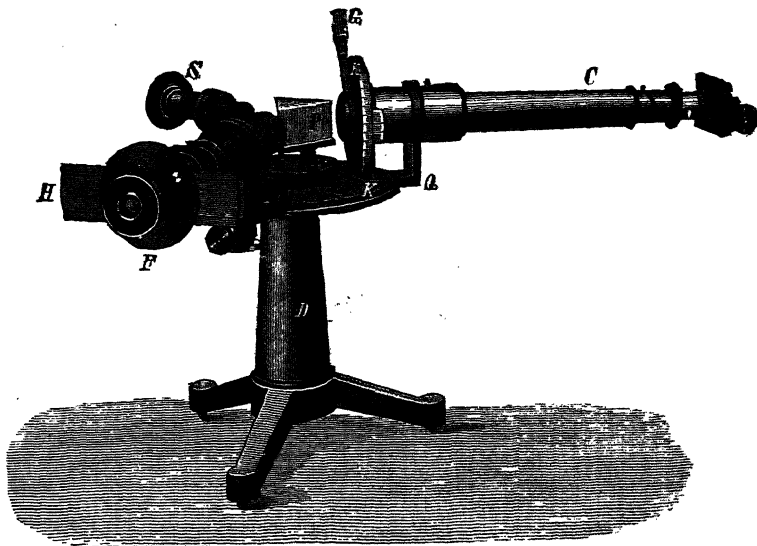



Fig. 404.

Fig. 405.

winkligen Kollimatoren D und R (Fig. 406) mit mikrometrisch einstellbaren VIERORDTschen Spalten. Von diesen fallen die durch die Objektive parallel gemachten Strahlenbündel auf den Würfel W, von dem aus durch die durchlässigen Zonen das von D, durch die reflektierenden das von R kommende

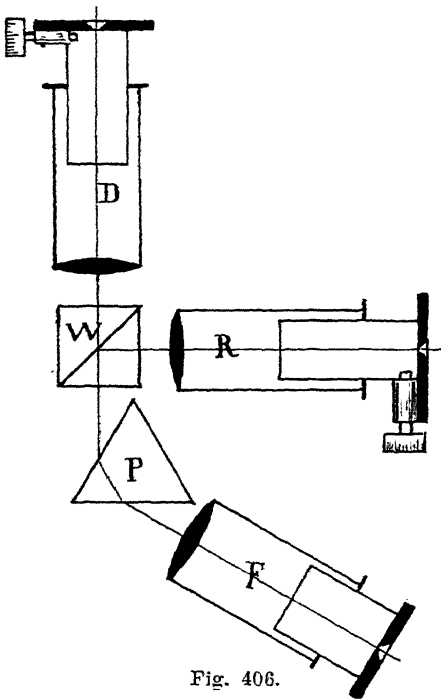



Fig. 406.

Licht durch das Prisma P hindurch in das Fernrohr F gelangt. Das Okular des letzteren ist entfernt, und in der Brennebene des Objektivs befindet sich ein Spalt, der sich mittels Schrauben sowohl in der Breite als in der Höhe so begrenzen lässt, dass bei gleich starker Beleuchtung von D und R aus die Hypotenusenfläche von W ganz gleichmässig in e i n e r Farbe leuchtet. Diese Schrauben sind in Fig. 407, welche den von der Firma SCHMIDT & HÄNSCH gebauten Apparat darstellt, mit x bezeichnet. Durch Drehen des Fernrohrs F um die Achse des Apparats, welches durch die Mikrometerschraube M erfolgt, kann man F auf die verschiedenen Farbenbezirke des Spektrums einstellen. Die Regulierung der Helligkeit bis zum völligen Verschwinden der horizontalen Trennungslinien der Felder erfolgt durch Regulierung der Spaltbreiten, und, wenn diese nicht ausreicht, durch eine rotierende Sektorenscheibe (§ 265, 3).

Eine sehr zweckmässige Form eines Spektrophotometers mit LUMMER-BRODHUNschem Prisma von KRÜSS stellt endlich noch Fig. 408 dar. Der Apparat lässt sich auf jeder Photometerbank verwenden und kann durch

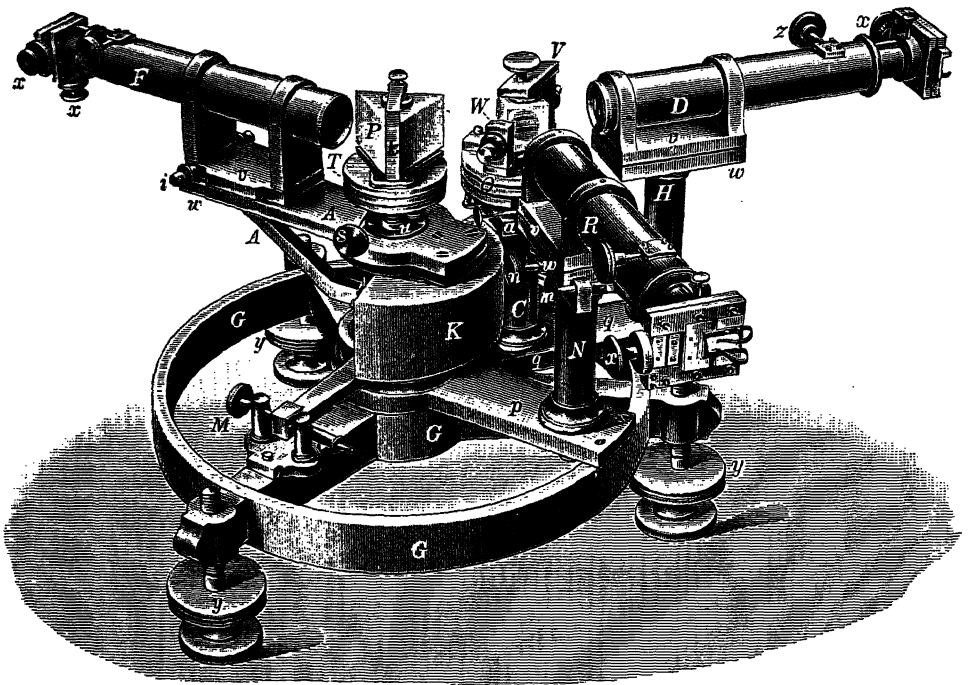



Fig. 407.

Beiseiteschieben der Spaltrohre *C* und des zerstreuenden Prismas *Z* in ein gewöhnliches Lummer-Brodhunsches Photometer verwandelt und zur Ermittelung der Gesamtlichtstärke benutzt werden. Beide Kollimatoren besitzen symmetrische Spalte; das durch letztere einfallende Licht wird durch total reflektierende Prismen, welche in den Kästen *f* sitzen, dem Photometerwürfel zugeführt, während nach dem Wegschieben der Rohre *C* in der gewöhnlichen Weise der Gipsschirm *P* von den Lichtquellen beleuchtet wird und durch Spiegel das Licht nach dem Würfel sendet (vgl. Fig. 365, S. 432). Vom Würfel geht das Licht erst durch ein Reflexprisma entsprechend Fig. 366, dann durch das Geradsichtsprisma *Z* und von hier aus nach dem

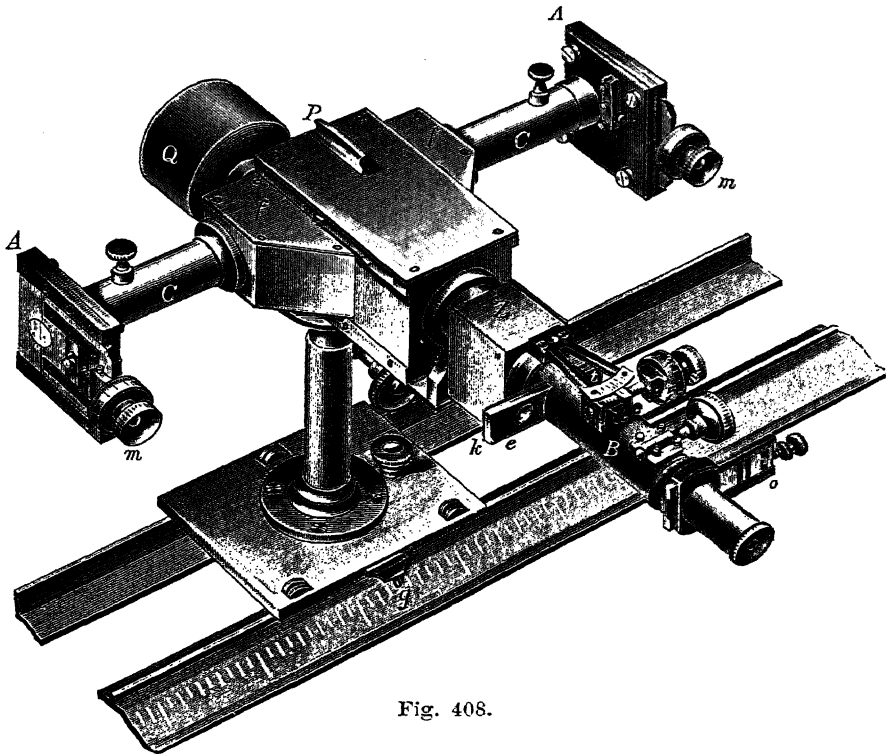



Fig. 408.

Beobachtungsrohr *B*. Die Einstellung auf die verschiedenen Spektralbezirke erfolgt durch Drehen von *B* mittels des Kreisbogens *t*, welches durch die Mikrometerschraube *s* geschieht; der Drehungswinkel kann an einem Gradbogen abgelesen werden; die Teilung der Trommel der Schraube *s* dient zum Ablesen der Bruchteile der Gradteilung. Bei dieser Einstellung befindet sich in der Brennebene des Objektivs ein im Okularschieber *o* enthaltenes Fadenkreuz, und das Fernrohr ist auf die Spalte *A*, d. h. auf ∞ eingestellt. Beim Photometrieren muss dagegen das Fernrohr auf die Hypotenusenfläche des Würfels eingestellt werden, was durch Verstärken des Objektivs durch die Hilfslinse *e* geschieht, die in einem Schlitten *k* sitzt und vor das Objektiv geschoben wird. Gleichzeitig ersetzt man durch nach Linksschieben des Okularschlittens *o* das Fadenkreuz durch den mikrometrisch einstellbaren Okularspalt, um den gewünschten Farbenbezirk ab-

zugrenzen. Die Veränderung der Helligkeit in beiden Spektren kann nun entweder nach dem VIERORDTschen Verfahren durch Änderung der Spaltweiten *A* geschehen; besser aber macht man letztere gleich und stellt durch Verschieben des ganzen Apparats auf der Photometerbank auf gleiche Helligkeit ein. Im letzteren Falle muss die Centrierung eine sehr genaue sein, auch müssen die Entfernungen von den Ebenen *A* aus gemessen werden, d. h. man muss von der an der Teilung der Bank abgelesenen Entfernung die Hälfte des Abstandes *AA* abziehen. Nach Abnahme eines der Kollimatoren *C* lässt sich der Apparat um die Fernrohrachse um 180^0 drehen, um so etwaige Unterschiede der beiden Seiten kompensieren zu können.

Sachregister.

(Die Zahlen bedeuten die Seiten.)

Namenregister.

(Die Zahlen bedeuten die Seiten.)